

ТЕРМОПРУЖНИЙ СТАН КУСКОВО-НЕОДНОРІДНОЇ ТЕРМОЧУТЛИВОЇ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНОЇ КУЛІ

Визначено термопружний стан, зумовлений центрально-симетричним температурним полем та поверхневими навантаженнями, у шаруватій порожнистій трансверсально-ізотропній кулі з урахуванням залежності від температури і координати фізико-механічних характеристик (ФМХ). Задачу термопружності зведено до розв'язання відносно радіальних переміщень систем інтегро-алгебричних рівнянь, які отримані з інтегрального подання розв'язку відповідної задачі для звичайного диференціального рівняння з узагальненими похідними. При цьому використано функцію Гріна задачі пружності для шаруватой трансверсально-ізотропної кулі зі сталими ФМХ складників. Числові дослідження виконано для тришарової кулі з температурно залежними ФМХ.

У працях [3–5] запропоновані методики визначення термопружного стану кусково-неоднорідних сферичних ізотропних тіл, які ґрунтуються на використанні узагальнених функцій і функцій Гріна задач пружності для однорідної або кусково-однорідної кулі. Нижче розвинуто методику [5] для задач термопружності для шаруватих сферичних трансверсально-ізотропних тіл зі залежними від температури і координати фізико-механічними характеристиками (ФМХ) складників. Розв'язки отриманих систем інтегро-алгебричних рівнянь знайдено, як і в праці [5], методом послідовних наближень, обмеженим лише першим наближенням. За нульові наближення тут брали точні розв'язки задач термопружності для багатошарових трансверсально-ізотропних куль за сталих модулів пружності і коефіцієнтів Пуассона та заданих залежностей коефіцієнтів лінійного розширення.

Формулювання задачі пружності. Розглянемо пружне тіло, яке складене із ідеально контактуючих концентрично розташованих порожнистих трансверсально-ізотропних куль. Вважаємо, що обмежувальні поверхні тіла перебувають під дією рівномірно прикладених навантажень σ_0 , σ_n відповідно, а саме тіло – в температурному полі, яке описує функція

$$t(r) = t_1(r) + \sum_{i=1}^{n-1} [t_{i+1}(r) - t_i(r)]S(r - r_i), \quad (1)$$

де $t_p(r)$, ($p = \overline{1, n}$) – відомі розподіли температур, якщо $r_{p-1} < r < r_p$; r , r_0 і r_p – віднесені до характерного лінійного розміру l відповідно радіальна координата, внутрішній радіус першого і зовнішній p -го шарів; n – кількість складників; $S(\zeta)$ – функція Гевісайда.

Для визначення термопружного стану тіла за припущення, що ФМХ залежать від температури і координати, використаємо рівняння рівноваги

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0 \quad (2)$$

та співвідношення

$$\sigma_r = c_{11}(r)\frac{du}{dr} + 2c_{12}(r)\frac{u}{r} - \Theta_r(r), \quad \sigma_\varphi = c_{12}(r)\frac{du}{dr} + c_{22}^*(r)\frac{u}{r} - \Theta_\varphi(r), \quad (3)$$

де віднесене до l радіальне переміщення $u(r)$ задовольняє рівняння з узагальненими похідними

$$\frac{d}{dr}\left[c_{11}(r)\frac{du}{dr}\right] + 2\frac{d}{dr}\left[c_{12}(r)\frac{u}{r}\right] + 2[c_{11}(r) - c_{12}(r)]\frac{1}{r}\frac{du}{dr} + 2[2c_{12}(r) - c_{22}^*(r)]\frac{u}{r^2} =$$

$$= \frac{d\Theta_r(r)}{dr} + \frac{2}{r}[\Theta_r(r) - \Theta_\phi(r)] \quad (4)$$

і граничні умови

$$\sigma_r|_{r=r_0} = -\sigma_0, \quad \sigma_r|_{r=r_n} = -\sigma_n. \quad (5)$$

Тут функції $c_{11}(r) = m(r)c_{22}^*(r)$, $c_{12}(r) = v_{\theta r}(t, r)c_{22}^*(t, r)$, $c_{22}^*(r) = \frac{E_\phi(t, r)}{m^*(r)}$,

$$m(r) = \frac{1 - v_{\theta\phi}(t, r)}{E_{\phi r}(r)}, \quad m^*(r) = 1 - v_{\theta\phi}(t, r) - 2v_{\theta r}^2(t, r)E_{\phi r}(r), \quad E_{\phi r}(r) = \frac{E_\phi(t, r)}{E_r(t, r)},$$

$\Theta_r(r) = 2c_{12}(r)\Phi_\phi(r) + c_{11}(r)\Phi_r(r)$, $\Theta_\phi(r) = c_{22}^*(r)\Phi_\phi(r) + c_{12}(r)\Phi_r(r)$ мають вигляд (1); $E_r(t, r)$, $E_\phi(t, r)$, $v_{\theta r}(t, r)$, $v_{\theta\phi}(t, r)$ і $\Phi_r(r)$, $\Phi_\phi(r)$ в межах ρ -го шару збігаються відповідно з модулями пружності $E_{r\rho}(t_\rho, r)$, $E_{\phi\rho}(t_\rho, r)$ у радіальному і перпендикулярному до нього напрямках [1], коефіцієнтами Пуассона

$$v_{\theta r}^{(\rho)}(t_\rho, r), \quad v_{\theta\phi}^{(\rho)}(t_\rho, r) \quad \text{і тепловими деформаціями} \quad \Phi_{r\rho}(r) = \int_0^{t_\rho(r)} \alpha_{r\rho}^t(\zeta, r) d\zeta,$$

$$\Phi_{\phi\rho}(r) = \int_0^{t_\rho(r)} \alpha_{\phi\rho}^t(\zeta, r) d\zeta; \quad \alpha_{r\rho}^t(t_\rho, r), \quad \alpha_{\phi\rho}^t(t_\rho, r) \quad - \text{температурні коефіцієнти}$$

лінійного розширення ρ -го складника у радіальному і перпендикулярному до нього напрямках.

Інтегральне подання розв'язку. Для цього використаємо функцію Гріна задачі пружності для шаруватої трансверсально-ізотропної кулі зі сталими ФМХ складників, тобто функцію $\Gamma(r, \rho)$, яка є розв'язком задачі

$$\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} = \frac{2c_0(r)}{r^2} \Gamma - \sum_{i=1}^{n-1} \left((1 - K_{0c}^{(i+1)}) \frac{\partial \Gamma}{\partial r} + 2K_{12}^{(0i)} \frac{\Gamma}{r} \right) \Big|_{r=r_i-0} \delta(r - r_i) - \frac{\delta(r - \rho)}{\rho^2 c_{11}^{(0)}(\rho)}, \quad (6)$$

$$c_{11}^{(0)}(r) \frac{\partial \Gamma(r, \rho)}{\partial r} + 2c_{12}^{(0)}(r) \frac{\Gamma(r, \rho)}{r} = 0 \quad \text{при} \quad r = r_0, \quad r = r_n, \quad (7)$$

де

$$c_0(r) = \frac{c_{22}^{*(0)}(r) - c_{12}^{(0)}(r)}{c_{11}^{(0)}(r)}, \quad c_{11}^{(0)}(r) = \frac{m_0(r)}{c_{22}^{*(0)}(r)}, \quad c_{22}^{*(0)}(r) = \frac{E_\phi^{(0)}(r)}{m_0^*(r)}, \quad m_0(r) = \frac{1 - v_{\theta\phi}^{(0)}(r)}{E_{\phi r}^{(0)}(r)},$$

$$c_{12}^{(0)}(r) = v_{\theta r}^{(0)}(r)c_{22}^{*(0)}(r), \quad m_0^*(r) = 1 - v_{\theta\phi}^{(0)}(r) - 2v_{\theta r}^{(0)2}(r)E_{\phi r}^{(0)}(r), \quad E_{\phi r}^{(0)}(r) = \frac{E_\phi^{(0)}(r)}{E_r^{(0)}(r)}$$

мають вигляд (1); $E_r^{(0)}(r)$, $E_\phi^{(0)}(r)$, $v_{\theta r}^{(0)}(r)$, $v_{\theta\phi}^{(0)}(r)$ у межах ρ -го шару збігаються від-

повідно з модулями пружності $E_{r\rho}^{(0)}$, $E_{\phi\rho}^{(0)}$, коефіцієнтами Пуассона $v_{\theta r}^{(0\rho)}(r)$,

$v_{\theta\phi}^{(0\rho)}(r)$, які вибирають з інтервалу зміни $E_{r\rho}(t_\rho, r)$, $E_{\phi\rho}(t_\rho, r)$, $v_{\theta r}^{(\rho)}(t_\rho, r)$,

$v_{\theta\phi}^{(\rho)}(t_\rho, r)$ відповідно; $\delta(\zeta)$ — дельта-функція Дірака, $K_{0c}^{(i+1)} = \frac{c_{11}^{(0i)}}{c_{11}^{(0, i+1)}}$;

$$K_{12}^{(0i)} = \frac{c_{12}^{(0, i+1)} - c_{12}^{(0i)}}{c_{11}^{(0, i+1)}}.$$

Після домноження (4) зліва на $r^2\Gamma(r, \rho)$, відповідних операцій з узагальненими функціями, використання (6) та інтегрування по r у межах від r_0 до r_n одержимо:

$$\begin{aligned}
 \frac{c_{11}(\rho)}{c_{11}^{(0)}(\rho)} u(\rho) = & \left\{ r^2 \Gamma(r, \rho) \sigma_r(r) - \left[\frac{\partial \Gamma(r, \rho)}{\partial r} r^2 c_{11}(r) + 2r c_{12}(r) \Gamma(r, \rho) \right] u(r) \right\} \Big|_{r=r_0}^{r=r_n} + \\
 & + 2 \int_{r_0}^{r_n} c(r) \Gamma(r, \rho) u(r) dr + \int_{r_0}^{r_n} \left[r^2 \frac{\partial \Gamma(r, \rho)}{\partial r} \left(\frac{dc_{11}(r)}{dr} \right)_{\text{кл}} + 2r \Gamma(r, \rho) \left(\frac{dc_{12}(r)}{dr} \right)_{\text{кл}} \right] u(r) dr + \\
 & + \int_{r_0}^{r_n} \left[r^2 \frac{\partial \Gamma(r, \rho)}{\partial \rho} \Theta_r(r) + 2r \Gamma(r, \rho) \Theta_\rho(r) \right] dr + \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ K_{11}^{(i)} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 \Gamma(r, \rho)] \Big|_{r=r_i+0} - \right. \\
 & \left. - 2r_i K_{22}^{(i)} \Gamma(r_i, \rho) - \left[(1 - K_{0c}^{(i+1)}) r_i^2 \frac{\partial \Gamma(r, \rho)}{\partial r} \Big|_{r=r_i-0} + 2r_i K_{12}^{(0)} \Gamma(r_i, \rho) \right] c_{11}(r_i - 0) \right\} u_i(r_i), \\
 & r_0 < \rho < r_n, \tag{8}
 \end{aligned}$$

де $c(r) = c_0(r)c_{11}(r) + c_{12}(r) - c_{22}^*(r)$, $K_{11}^{(i)} = c_{11}^{(i+1)}(r_i) - c_{11}^{(i)}(r_i)$, $K_{22}^{(i)} = K_{11}^{(i)} - K_{12}^{(i)}$, $K_{12}^{(i)} = c_{12}^{(i+1)}(r_i) - c_{12}^{(i)}(r_i)$, індекс «кл» означає, що відповідна похідна класична.

Система інтегро-алгебричних рівнянь. Замінімо в (8) інтегралі по товщині кулі сумою інтегралів по товщині шарів і розглянемо отримане співвідношення в межах ρ -го шару. При цьому беремо до уваги, що переміщення мають вигляд

$$u_\rho(\rho) = u_\rho^t(\rho) + u_\rho^y(\rho), \tag{9}$$

де перший доданок описує переміщення, зумовлені температурним полем, другий – поверхневими навантаженнями, а $\Gamma(r, \rho)$ при $r_{p-1} < \rho < r_p$, $r_{j-1} < r < r_j$, ($j = \overline{1, n}$) збігається з елементами матриці Гріна [2]:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{jp}(r, \rho) = & \frac{1}{4q_j q_\rho Q \sqrt{r\rho}} \begin{cases} P_{jp} \Phi_{1j}(r) \Phi_{2\rho}(\rho) / c_{11}^{(0\rho)}, j < \rho \\ P_{pj} \Phi_{1\rho}(\rho) \Phi_{2j}(r) / c_{11}^{(0j)}, j > \rho \end{cases} \\
 \Gamma_{jj}(r, \rho) = & \frac{1}{2q_j c_{11}^{(0j)} \sqrt{r\rho}} \left[\left(\frac{r}{\rho} \right)^{q_j} S(\rho - r) + \left(\frac{\rho}{r} \right)^{q_j} S(r - \rho) \right] + \\
 & + \frac{1}{4q_j^2 c_{11}^{(0j)} Q \sqrt{r\rho}} \left[M_{1j}^+ \left(\frac{r_{j-1}}{\rho} \right)^{q_j} \Phi_{2j}(\rho) - M_{2j}^- \left(\frac{r}{r_j} \right)^{q_j} \Phi_{1j}(\rho) \right], \tag{10}
 \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
 P_{jp} = & \left(\frac{r_p}{r_{p-1}} \right)^{q_p} \prod_{i=j+1}^p \left(\frac{r_{i-1}}{r_i} \right)^{q_i}, \quad \Phi_{1s}(x) = M_{1s}^+ \left(\frac{x}{r_s} \right)^{q_s} + M_{1s}^- \frac{r_{s-1}^{2q_s}}{(x r_s)^{q_s}}, \quad s = \overline{1, n}; \\
 M_{11}^+ = & 2q_1(q_1 \mathbf{m} \beta_{11}^{(0)}), \quad M_{1s}^+ = \Phi_{s-1}^{(0)}(r_{s-1})(q_s \pm K_v^{(s)}) \pm \Phi_{s-1}^{(1)}(r_{s-1}) K_{0c}^{(s)}, \\
 \Phi_1^{(m)}(r) = & q_1^m \left[q_1 - \beta_{11}^{(0)} + (-1)^m (q_1 + \beta_{11}^{(0)}) \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2q_1} \right], \\
 \Phi_s^{(m)}(r) = & \Phi_{s-1}^{(0)}(r_{s-1}) f_{s1}^{(m)}(r) + \Phi_{s-1}^{(1)}(r_{s-1}) f_{s2}^{(m)}(r), \\
 f_{s1}^{(m)}(r) = & \frac{1}{2q_s^{1-m}} \left[q_s + K_v^{(s)} + (-1)^m (q_s - K_v^{(s)}) \left(\frac{r_{s-1}}{r} \right)^{2q_s} \right], \\
 f_{s2}^{(m)}(r) = & \frac{K_{0c}^{(s)}}{2q_s^{1-m}} \left[1 - (-1)^m \left(\frac{r_{s-1}}{r} \right)^{2q_s} \right], \quad K_v^{(s)} = K_{0c}^{(s)} \beta_{1,s-1}^{(0)} - \beta_{1s}^{(0)}, \quad m = 0, 1; \quad s = \overline{2, n};
 \end{aligned}$$

$$\Phi_{2s}(x) = M_{2s}^+ \left(\frac{r_{s-1}}{x} \right)^{q_s} - M_{2s}^- \frac{(x r_{s-1})^{q_s}}{r_s^{2q_s}}, \quad M_{2s}^\pm = \kappa_{ns}^{(2)} + \beta_{1n}^{(0)} \kappa_{ns}^{(1)} \pm q_s (\kappa_{ns}^{(4)} + \beta_{1n}^{(0)} \kappa_{ns}^{(3)}),$$

$$\beta_{1s}^{(0)} = 2 \frac{c_{12}^{(0s)}}{c_{11}^{(0s)}} - \frac{1}{2}, \quad q_s = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 8c_{0s}}, \quad s = \overline{1, n}; \quad Q = \Phi_n^{(1)}(r_n) + \beta_{1n}^{(0)} \Phi_n^{(0)}(r_n);$$

$$\kappa_{ii}^{(1)} = \kappa_{ii}^{(4)} = 1, \quad \kappa_{ii}^{(2)} = \kappa_{ii}^{(3)} = 0, \quad i = \overline{n-1, n},$$

$$\kappa_{n,i}^{(1)} = f_{n1}^{(0)}(r_n) \kappa_{n-1,i}^{(1)} + f_{n2}^{(0)}(r_n) \kappa_{n-1,i}^{(2)}, \quad \kappa_{n,i}^{(2)} = f_{n1}^{(1)}(r_n) \kappa_{n-1,i}^{(1)} + f_{n2}^{(1)}(r_n) \kappa_{n-1,i}^{(2)},$$

$$\kappa_{n,i}^{(3)} = f_{n1}^{(0)}(r_n) \kappa_{n-1,i}^{(3)} + f_{n2}^{(0)}(r_n) \kappa_{n-1,i}^{(4)}, \quad \kappa_{n,i}^{(4)} = f_{n1}^{(1)}(r_n) \kappa_{n-1,i}^{(3)} + f_{n2}^{(1)}(r_n) \kappa_{n-1,i}^{(4)}, \quad i = \overline{n-1, 1}.$$

Зробивши відповідні перетворення з урахуванням граничних умов (5), одержимо для знаходження функцій $u_p^s(\rho)$ ($s = t, y$) відповідні системи рівнянь

$$u_p^s(\rho) - \frac{L_{1p}^s \Phi_{2p}(\rho) + L_{2p}^s \Phi_{1p}(\rho)}{4q_p Q \sqrt{\rho} c_{11}^{(p)}(\rho)} - \frac{V_{bp}^{(1s)}(\rho) + V_{bp}^{(2s)}(\rho)}{2q_p \sqrt{\rho} c_{11}^{(p)}(\rho)} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{g_{ip}^{(i)}(\rho)}{c_{11}^{(p)}(\rho)} u_i^s(r_i) = u_{0p}^s(\rho), \quad (11)$$

де

$$L_{1p}^s = H_{1p}^s + 8q_1 P_{1p} \gamma_1 \sqrt{r_0} \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^{q_1} u_1^s(r_0), \quad \gamma_1 = c_{12}(r_0) - \frac{c_{12}^{(01)}}{c_{11}^{(01)}} c_{11}(r_0),$$

$$L_{2p}^s = H_{2p}^s - 4\gamma_n P_{pn} \sqrt{r_n} \left(\frac{r_{n-1}}{r_n} \right)^{q_n} \frac{c_{11}^{(0p)}}{c_{11}^{(0n)}} u_n^s(r_n), \quad \gamma_n = c_{12}(r_n) - \frac{c_{12}^{(0n)}}{c_{11}^{(0n)}} c_{11}(r_n),$$

$$H_{1p}^s = \sum_{j=1}^{p-1} \frac{1}{q_j} P_{jp} M_{1j}^+ V_{bj}^{(1s)}(r_j) + \sum_{j=1}^p \frac{1}{q_j} P_{jp} M_{1j}^- \left(\frac{r_{j-1}}{r_j} \right)^{q_j} V_{bj}^{(2s)}(r_{j-1}),$$

$$H_{2p}^s = \sum_{j=p+1}^n \frac{c_{11}^{(0p)}}{q_j c_{11}^{(0j)}} P_{pj} M_{2j}^+ V_{bj}^{(2s)}(r_{j-1}) - \sum_{j=p}^n \frac{c_{11}^{(0p)}}{q_j c_{11}^{(0j)}} P_{pj} M_{2j}^- \left(\frac{r_{j-1}}{r_j} \right)^{q_j} V_{bj}^{(1s)}(r_j);$$

$$V_{bp}^{(1s)}(\rho) = \rho^{-q_p} \int_{r_{p-1}}^{\rho} \left[\frac{dc_p^-(r)}{dr} r^{q_p^+} + 2c_p^-(r) r^{-q_p^+} \right] u_p^s(r) dr, \quad q_p^\pm = \frac{1}{2} \pm q_p,$$

$$V_{bp}^{(2s)}(\rho) = \rho^{-q_p} \int_{\rho}^{r_p} \left[\frac{dc_p^+(r)}{dr} r^{q_p^-} + 2c_p^+(r) r^{-q_p^-} \right] u_p^s(r) dr, \quad c_p^\pm(r) = 2c_{12}^{(p)}(r) - q_p^\pm c_{11}^{(p)}(r),$$

$$u_{0p}^t(\rho) = u_{tp}(\rho), \quad u_{0p}^y(\rho) = u_{yp}(\rho),$$

$$u_{tp}(\rho) = \frac{1}{4q_p Q \sqrt{\rho}} [R_{1p} \Phi_{2p}(\rho) + R_{2p} \Phi_{1p}(\rho)] + \frac{1}{2q_p \sqrt{\rho}} [V_{tp}^{(1)}(\rho) - V_{tp}^{(2)}(\rho)],$$

$$V_{tp}^{(1)}(\rho) = \rho^{-q_p} \int_{r_{p-1}}^{\rho} [2d_{2p}^+(r) c_{12}^{(p)}(r) \Phi_{\varphi p}(r) + d_{1p}^+(r) c_{11}^{(p)}(r) \Phi_{r_p}(r)] r^{q_p^+} dr,$$

$$V_{tp}^{(2)}(\rho) = \rho^{q_p} \int_{\rho}^{r_p} [2d_{2p}^-(r) c_{12}^{(p)}(r) \Phi_{\varphi p}(r) + d_{1p}^-(r) c_{11}^{(p)}(r) \Phi_{r_p}(r)] r^{q_p^-} dr,$$

$$d_{mp}^\pm(r) = q_p \pm \beta_{mp}(r), \quad m = 1, 2, \quad \beta_{1p}(r) = 2c_{12}^{(p)}(r) / c_{11}^{(p)}(r) - 1/2,$$

$$\beta_{2p}(r) = c_{22}^{*(p)}(r) / c_{12}^{(p)}(r) - 1/2,$$

$$R_{1p} = \sum_{j=1}^{p-1} \frac{1}{q_j} P_{jp} M_{1j}^+ V_{ij}^{(1)}(r_j) - \sum_{j=1}^p \frac{1}{q_j} P_{jp} M_{1j}^- \left(\frac{r_{j-1}}{r_j} \right)^{q_j} V_{ij}^{(2)}(r_{j-1}),$$

$$R_{2p} = - \sum_{j=p+1}^n \frac{C_{11}^{(0p)}}{q_j C_{11}^{(0j)}} P_{pj} M_{2j}^+ V_{ij}^{(2)}(r_{j-1}) - \sum_{j=p}^n \frac{C_{11}^{(0p)}}{q_j C_{11}^{(0j)}} P_{pj} M_{2j}^- \left(\frac{r_{j-1}}{r_j} \right)^{q_j} V_{ij}^{(1)}(r_j),$$

$$g_{up}^{(i)}(\rho) = \frac{K_{11}^{(i)} g_{up}^{(2i)}(\rho) - g_{up}^{(1i)}(\rho)}{4q_p Q} \sqrt{\frac{r_i}{\rho}},$$

$$g_{up}^{(1i)}(\rho) = \begin{cases} b_{2p}^{(i)} \Phi_{1p}(\rho), \rho \leq i \\ b_{1p}^{(i)} \Phi_{2p}(\rho), \rho > i \end{cases}, \quad g_{up}^{(2i)}(\rho) = \begin{cases} b_{4p}^{(i)} \Phi_{1p}(\rho), \rho < i+1 \\ b_{3p}^{(i)} \Phi_{2p}(\rho), \rho \geq i+1 \end{cases}$$

$$b_{2p}^{(i)} = \frac{P_{pi} C_{11}^{(0p)}}{q_i C_{11}^{(0i)}} \left[m_{0i} m_{2i}^{(1)} + (1 - K_{0c}^{(i+1)}) C_{11}^{(i)}(r_i) m_{2i}^{(2)} \right],$$

$$b_{1p}^{(i)} = \frac{P_{ip}}{q_i} \left[m_{0i} m_{1i}^{(1)} + (1 - K_{0c}^{(i+1)}) C_{11}^{(i)}(r_i) m_{1i}^{(2)} \right], \quad m_{0i} = 2[K_{11}^{(i)} - K_{12}^{(i)} + K_{12}^{(0i)} C_{11}^{(i)}(r_i)],$$

$$b_{4p}^{(i)} = - \frac{P_{p,i+1} C_{11}^{(0p)}}{q_{i+1} C_{11}^{(0,i+1)}} \left[(q_{i+1} - 1.5) M_{2,i+1}^+ + (q_{i+1} + 1.5) M_{2,i+1}^- \left(\frac{r_i}{r_{i+1}} \right)^{2q_{i+1}} \right],$$

$$b_{3p}^{(i)} = \frac{P_{i+1,p}}{q_{i+1}} \left[(q_{i+1} + 1.5) M_{1,i+1}^+ - (q_{i+1} - 1.5) M_{1,i+1}^- \right] \left(\frac{r_i}{r_{i+1}} \right)^{q_{i+1}},$$

$$m_{1i}^{(1)} = M_{1i}^+ + M_{1i}^- \left(\frac{r_{i-1}}{r_i} \right)^{2q_i}, \quad m_{1i}^{(2)} = -q_i^- M_{1i}^+ - q_i^+ M_{1i}^- \left(\frac{r_{i-1}}{r_i} \right)^{2q_i},$$

$$m_{2i}^{(1)} = (M_{2i}^+ - M_{2i}^-) \left(\frac{r_{i-1}}{r_i} \right)^{q_i}, \quad m_{2i}^{(2)} = (-q_i^+ M_{2i}^+ + q_i^- M_{2i}^-) \left(\frac{r_{i-1}}{r_i} \right)^{q_i};$$

$$u_{yp}(\rho) = \frac{1}{q_p Q \sqrt{\rho}} \left[R_{1p}^y \Phi_{2p}(\rho) - R_{2p}^y \Phi_{1p}(\rho) \right],$$

$$R_{1p}^y = q_1 \sigma_0 P_{1p} r_0^{3/2} \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^{q_1}, \quad R_{2p}^y = \sigma_n P_{pn} r_n^{3/2} \left(\frac{r_{n-1}}{r_n} \right)^{q_n} \frac{C_{11}^{(0p)}}{2C_{11}^{(0n)}}.$$

Продиференціювавши (11), дістанемо з урахуванням (9) вирази для радіальних деформацій:

$$C_{11}^{(p)}(\rho) du_p(\rho)/d\rho = \varepsilon_{rp}^t(\rho) + \varepsilon_{rp}^y(\rho), \quad (12)$$

де

$$\varepsilon_{rp}^s(\rho) = e_p^s + \frac{L_{1p}^s \Phi_{4p}(\rho) + L_{2p}^s \Phi_{3p}(\rho)}{4q_p Q \rho \sqrt{\rho}} - \frac{q_p^+ V_{bp}^{(1s)}(\rho) + q_p^- V_{bp}^{(2s)}(\rho)}{2q_p \rho \sqrt{\rho}} + \sum_{i=1}^{n-1} g_{\varepsilon p}^{(i)}(\rho) u_i^s(r_i),$$

$$e_p^t(\rho) = - \frac{q_p^+ V_{ip}^{(1)}(\rho) - q_p^- V_{ip}^{(2)}(\rho)}{2q_p \rho \sqrt{\rho}} + \Theta_{rp}(\rho) + \frac{R_{1p} \Phi_{4p}(\rho) + R_{2p} \Phi_{3p}(\rho)}{4q_p Q \rho \sqrt{\rho}},$$

$$\Phi_{3p}(\rho) = -q_p^- M_{1p}^+ \left(\frac{\rho}{r_p} \right)^{q_p} - q_p^+ M_{1p}^- \frac{r_{p-1}^{2q_p}}{(r_p \rho)^{q_p}},$$

$$\Phi_{4p}(\rho) = -q_p^+ M_{2p}^+ \left(\frac{r_{p-1}}{\rho} \right)^{q_p} + q_p^- M_{2p}^- \frac{(r_{p-1} \rho)^{q_p}}{(r_p)^{2q_p}};$$

$$\varepsilon_p^y(\rho) = \frac{1}{q_p Q \rho \sqrt{\rho}} \left[R_{1p}^y \Phi_{4p}(\rho) - R_{2p}^y \Phi_{3p}(\rho) \right],$$

$$g_{\epsilon p}^{(i)}(\rho) = \frac{K_{11}^{(i)} g_{\epsilon p}^{(2i)}(\rho) - g_{\epsilon p}^{(1i)}(\rho) \sqrt{r_i}}{4q_p Q p} \sqrt{\frac{r_i}{\rho}},$$

$$g_{\epsilon p}^{(1i)}(\rho) = \begin{cases} b_{2p}^{(i)} \Phi_{3p}(\rho), & \rho \leq i \\ b_{1p}^{(i)} \Phi_{4p}(\rho), & \rho > i \end{cases} \quad g_{\epsilon p}^{(2i)}(\rho) = \begin{cases} b_{4p}^{(i)} \Phi_{3p}(\rho), & \rho < i+1 \\ b_{3p}^{(i)} \Phi_{4p}(\rho), & \rho \geq i+1 \end{cases}.$$

Підставляючи (11), (12) в отримані на основі (3) залежності для ρ -го шару, одержуємо вирази для напружень.

Визначення температурних переміщень. Для цього скористаємось методом послідовних наближень, взявши за нульові наближення переміщення $\bar{u}_p^{(t)}(\rho)$, що отримують з (11), коли модулі пружності та коефіцієнти Пуассона стали і такі ж, як у задачі (6), (7):

$$\bar{u}_p^t(\rho) = \frac{1}{2q_p \sqrt{\rho}} \left[V_{ip}^{(01)}(\rho) - V_{ip}^{(02)}(\rho) + \frac{R_{1p}^{(0t)} \Phi_{2p}(\rho) + R_{2p}^{(0t)} \Phi_{1p}(\rho)}{2Q} \right], \quad (13)$$

де

$$V_{ip}^{(01)}(\rho) = \rho^{-q_p} \bar{V}_{ip}^{(01)}(\rho), \quad V_{ip}^{(02)}(\rho) = \rho^{q_p} \bar{V}_{ip}^{(02)}(\rho),$$

$$\bar{V}_{ip}^{(01)}(\rho) = \int_{r_{p-1}}^{\rho} \left[2a_{2p}^{(0)+} \frac{c_{12}^{(0p)}}{c_{11}^{(0p)}} \Phi_{\varphi p}(r) + a_{1p}^{(0)+} \Phi_{r p}(r) \right] r^{q_p^+} dr,$$

$$\bar{V}_{ip}^{(02)}(\rho) = \int_{\rho}^{r_p} \left[2a_{2p}^{(0)-} \frac{c_{12}^{(0p)}}{c_{11}^{(0p)}} \Phi_{\varphi p}(r) + a_{1p}^{(0)-} \Phi_{r p}(r) \right] r^{q_p^-} dr,$$

$$R_{1p}^{(0t)} = \sum_{j=1}^{p-1} P_{jp} M_{1j}^+ V_{ij}^{(01)}(r_j) \frac{c_{11}^{(0j)}}{q_j c_{11}^{(0p)}} - \sum_{j=1}^p P_{jp} M_{1j}^- V_{ij}^{(02)}(r_{j-1}) \frac{c_{11}^{(0j)}}{q_j c_{11}^{(0p)}} \left(\frac{r_{j-1}}{r_j} \right)^{q_j},$$

$$R_{2p}^{(0t)} = - \sum_{j=p+1}^n P_{pj} M_{2j}^+ V_{ij}^{(02)}(r_{j-1}) \frac{1}{q_j} - \sum_{j=p}^n P_{pj} M_{2j}^- V_{ij}^{(01)}(r_j) \frac{1}{q_j} \left(\frac{r_{j-1}}{r_j} \right)^{q_j}.$$

Тоді переміщення, що відповідають першому наближенню, будуть:

$$u_p^t(\rho) = u_{0p}^t(\rho) + \frac{L_{1p}^t \Phi_{2p}(\rho) + L_{2p}^t \Phi_{1p}(\rho)}{4q_p Q \sqrt{\rho} c_{11}^{(p)}(\rho)} + \frac{V_{bp}^{(1t)}(\rho) + V_{bp}^{(2t)}(\rho)}{2q_p \sqrt{\rho} c_{11}^{(p)}(\rho)} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{g_{up}^{(i)}(\rho)}{c_{11}^{(p)}(\rho)} \bar{u}_i^t(r_i), \quad (14)$$

де

$$V_{bp}^{(1t)}(\rho) = c_p^-(\rho) \sqrt{\rho} \bar{u}_p^t(\rho) - c_p^-(r_{p-1}) \sqrt{r_{p-1}} \bar{u}_p^t(r_{p-1}) \left(\frac{r_{p-1}}{\rho} \right)^{q_p} -$$

$$-\rho^{-q_p} \int_{r_{p-1}}^{\rho} \left[c_p^-(r) \frac{d\bar{u}_p^t(r)}{dr} + c_p^{*-}(r) \frac{\bar{u}_p^t(r)}{r} \right] r^{q_p^+} dr,$$

$$V_{bp}^{(2t)}(\rho) = c_p^+(r_p) \sqrt{r_p} \bar{u}_p^t(r_p) \left(\frac{\rho}{r_p} \right)^{q_p} - c_p^+(\rho) \sqrt{\rho} \bar{u}_p^t(\rho) -$$

$$-\rho^{q_p} \int_{\rho}^{r_p} \left[c_p^+(r) \frac{d\bar{u}_p^t(r)}{dr} + c_p^{*+}(r) \frac{\bar{u}_p^t(r)}{r} \right] r^{q_p^-} dr, \quad c_p^{*\pm}(r) = 2[1 - q_p^{\pm} \nu_{\theta r}^{(p)}(t_p, r)] c_{22}^{*(p)}(r).$$

Аналогічно знаходимо переміщення, що відповідають першому наближенню, в такій ж кусково-неоднорідній кулі, але при цьому вважаємо, що область $r_{p-1} < r < r_p$ складена з n_p концентричних сферичних шарів, кожен з яких має модулі пружності, коефіцієнти Пуассона і коефіцієнти лінійного розширення ρ -ої області. В цьому випадку відповідні формули для пере-

міщень мають також вигляд (14), в яких тепер вхідними будуть відповідні параметри задачі термопружності для N шарової кулі, де $N = \sum_{p=1}^n n_p$.

Далі порівнювали колові напруження, підраховані на основі перших наближень для n і N шарових куль. Якщо різниця між їх значеннями на одних і тих же поверхнях знаходиться не в межах заданої точності, то збільшуємо n_p , повторюємо процедуру знаходження перших наближень і порівнюємо на тих же поверхнях значення колових напружень, отримані в суміжних процедурах. Такий процес продовжуємо, доки не досягнемо заданої точності.

Зауважимо, що радіальні деформації і напруження, які відповідають (13), визначають за формулами

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}_p^t(\rho)}{d\rho} &= \frac{1}{2q_p\rho\sqrt{\rho}} \left[-q_p^+ V_{tp}^{(01)}(\rho) + q_p^- V_{tp}^{(02)}(\rho) + \frac{R_{1p}^{(0t)}\Phi_{4p}(\rho) + R_{2p}^{(0t)}\Phi_{3p}(\rho)}{2Q} \right] + \\ &\quad + 2 \frac{c_{12}^{(0p)}}{c_{11}^{(0p)}} \Phi_{\varphi p}(\rho) + \Phi_{r p}(\rho), \\ \bar{\sigma}_{r p}^t &= \frac{c_{11}^{(0p)}}{2q_p\rho\sqrt{\rho}} \left[-d_{1p}^{(0)-} V_{tp}^{(01)}(\rho) - d_{1p}^{(0)+} V_{tp}^{(02)}(\rho) + \frac{R_{1p}^{(0t)}\Psi_{r p}^{(02)}(\rho) + R_{2p}^{(0t)}\Psi_{r p}^{(01)}(\rho)}{2Q} \right], \\ \bar{\sigma}_{\varphi p}^t &= \frac{c_{12}^{(0p)}}{2q_p\rho\sqrt{\rho}} \left[-d_{2p}^{(0)-} V_{tp}^{(01)}(\rho) - d_{2p}^{(0)+} V_{tp}^{(02)}(\rho) + \frac{R_{1p}^{(0t)}\Psi_{\varphi p}^{(02)}(\rho) + R_{2p}^{(0t)}\Psi_{\varphi p}^{(01)}(\rho)}{2Q} \right] + \\ &\quad + c_{12}^{(0p)} \left(2 \frac{c_{12}^{(0p)}}{c_{11}^{(0p)}} - \frac{c_{22}^{*(0p)}}{c_{12}^{(0p)}} \right) \Phi_{\varphi p}(\rho); \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Psi_{r p}^{(01)}(\rho) = M_{1p}^+ d_{1p}^{(0)+} \left(\frac{\rho}{r_p} \right)^{q_p} - M_{1p}^- \frac{r_{p-1}^{2q_p}}{(r_p\rho)^{q_p}} d_{1p}^{(0)-},$$

$$\Psi_{r p}^{(02)}(\rho) = -M_{2p}^+ d_{1p}^{(0)-} \left(\frac{r_{p-1}}{\rho} \right)^{q_p} - M_{2p}^- \frac{(r_{p-1}\rho)^{q_p}}{r_p^{2q_p}} d_{1p}^{(0)+},$$

$$\Psi_{\varphi p}^{(01)}(\rho) = M_{1p}^+ d_{2p}^{(0)+} \left(\frac{\rho}{r_p} \right)^{q_p} - M_{1p}^- \frac{r_{p-1}^{2q_p}}{(r_p\rho)^{q_p}} d_{2p}^{(0)-}, \quad d_{mp}^{\pm}(r) = q_p \pm \beta_{mp}^{(0)}(r), \quad m = 1, 2,$$

$$\Psi_{\varphi p}^{(02)}(\rho) = -M_{2p}^+ d_{2p}^{(0)-} \left(\frac{r_{p-1}}{\rho} \right)^{q_p} - M_{2p}^- \frac{(r_{p-1}\rho)^{q_p}}{r_p^{2q_p}} d_{2p}^{(0)+}, \quad \beta_{2p}^{(0)} = c_{22}^{*(0p)} / c_{12}^{(0p)} - 1/2.$$

Числовий приклад. Запропоновану методику апробували на статичній задачі термопружності для трансверсально-ізотропної трискладової вільної від навантажень кулі, на внутрішній і зовнішній поверхнях якої задано відповідно тепловий потік $q_0 = 5 \cdot 10^6$ Вт/м² і температура $t_c = 300$ °С, за таких геометричних і ФМХ: $r_0 = 0.2$, $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.7$, $r_3 = 1$, $l = 0.09$ м;

$$\lambda_i^{(1)}(t_i) = 35.2 + 0.035t_i \text{ [Вт/(м} \cdot \text{°С)]}, \quad i = 1, 3, \quad \lambda_i^{(2)}(t_i) = 69.1 + 0.0898t_i \text{ [Вт/(м} \cdot \text{°С)]};$$

$$E_{r1}(t_1) = 200 + 0.1t_1 + 0.000018t_1^2 \text{ [ГПа]}, \quad E_{r2}(t_2) = 730 - 0.61t_2 \text{ [ГПа]},$$

$$E_{r3}(t_2) = 488 - 0.66t_3 \text{ [ГПа]}; \quad E_{\varphi1}(t_1) = 10 + 0.036t_1 + 0.00007t_1^2 \text{ [ГПа]},$$

$$E_{\varphi2}(t_2) = 92 + 0.042t_2 + 0.00009t_2^2 \text{ [ГПа]},$$

$$E_{\varphi3}(t_3) = 1 + 0.0036t_3 + 0.000007t_3^2 \text{ [ГПа]};$$

$$\alpha_{r_1}^t(t_1) = 12 \cdot 10^{-6} + 1 \cdot 10^{-8} t_1 + 7.2 \cdot 10^{-12} t_1^2 [^{\circ}\text{C}^{-1}],$$

$$\alpha_{r_2}^t(t_2) = 23 \cdot 10^{-6} + 1.1 \cdot 10^{-8} t_1 + 1.1 \cdot 10^{-11} t_1^2 [^{\circ}\text{C}^{-1}],$$

$$\alpha_{r_3}^t(t_3) = 42 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-8} t_1 + 1.2 \cdot 10^{-12} t_1^2 [^{\circ}\text{C}^{-1}];$$

$$\alpha_{\varphi_1}^t(t_1) = 25 \cdot 10^{-6} + 2.1 \cdot 10^{-8} t_1 + 9.7 \cdot 10^{-12} t_1^2 [^{\circ}\text{C}^{-1}],$$

$$\alpha_{\varphi_2}^t(t_2) = 47 \cdot 10^{-6} + 4.1 \cdot 10^{-8} t_2 + 1.9 \cdot 10^{-11} t_2^2 [^{\circ}\text{C}^{-1}],$$

$$\alpha_{\varphi_3}^t(t_3) = 65 \cdot 10^{-6} + 5.1 \cdot 10^{-8} t_1 + 2.7 \cdot 10^{-12} t_1^2 [^{\circ}\text{C}^{-1}];$$

$$v_{\theta\varphi}^{(i)}(t_i) = 0.25 + 0.000032t_i, \quad i = 1, 3, \quad v_{\theta\varphi}^{(2)}(t_2) = 0.35 + 0.000045t_2;$$

$$v_{\theta r}^{(i)}(t_i) = 0.3 + 0.000029t_i, \quad i = 1, 3, \quad v_{\theta r}^{(2)}(t_2) = 0.35 + 0.000033t_2.$$

Розподіли температур $t_i(\rho)$ ($i = 1, 2, 3$) знаходимо за формулою [6]

$$t_i(\rho) = \left[\sqrt{1 + 2\beta_i \theta_i(\rho)} - 1 \right] / \beta_i. \quad (16)$$

$$\text{Тут } \theta_i(\rho) = \theta_c - \bar{q}_0 [f_i(\rho) - f_3(r_3)] - \sum_{j=i}^2 F_j(\theta_{j+1}(r_j)), \quad \theta_c = t_c + \beta_i t_c^2 / 2,$$

$$f_i(\rho) = -1/\rho - \sum_{j=1}^{i-1} (1/\rho - 1/\rho_j) (\lambda_0^{(1)} / \lambda_0^{(j+1)} - \lambda_0^{(1)} / \lambda_0^{(j)}),$$

$$F_j(\theta_{j+1}(\rho)) = \left(1 - \frac{\beta_j}{\beta_{j+1}} \right) \left[\theta_{j+1}(\rho) - \frac{\sqrt{1 + 2\beta_{j+1} \theta_{j+1}(\rho)} - 1}{\beta_{j+1}} \right], \quad \bar{q}_0 = \frac{q_0 / r_0^2}{\lambda_0^{(1)}},$$

$$\theta_i(r_{i-1}) = \theta_c - \bar{q}_0 [f_i(r_{i-1}) - f_3(r_3)] - \sum_{j=i}^2 F_j(\theta_{j+1}(r_j)), \quad i = 3, 2; \text{ значення } \lambda_0^{(i)}, \beta_i \text{ виби-}$$

рали згідно з наведеними залежностями коефіцієнтів теплопровідності у вигляді $\lambda_i(t_i) = \lambda_0^{(i)} (1 + \beta_i t_i)$.

При цьому максимальна температура $t_1(r_0) \approx 1278^{\circ}\text{C}$.

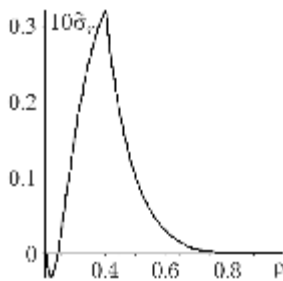


Рис. 1.

На рис. 1 і 2 зображено розподіли по товщині кулі безрозмірних напружень $\mathcal{E}_j = \sigma_j / E_0$ ($j = r, \varphi$; $E_0 = 24$ [ГПа]) для двох випадків поділу складників. Першому випадку відповідав поділ кожного зі складників на два шари ($N = 6$), другому – на десять ($N = 30$). У співвідношеннях для функцій Гріна ФМХ збігалися з відповідними неоднорідних складників на їх серединних поверхнях. У всіх складниках для двох випадків збіглися нульові і перші наближення для радіальних (рис. 1) та перші для колових (рис. 2а) напружень (неперервні в межах складників криві). Нульові і перші наближення для колових напружень збіглися у другому і третьому складниках для другого випадку (рис. 2б).

У таблиці наведено значення колових напружень $10\mathcal{E}_\varphi$ на обмежувальних $r = r_0, r_1$ і серединній $r = r_c$ поверхнях першого складника трискладової кулі, підрахованих на основі нульових (перший рядок) і перших наближень (другий) за різних $N \leq 384$ та нульових наближень при $N = 768, 1536, 3072$.

При цьому $n_1 = n_2 = n_3 = N/3$. З їх аналізу випливає, що з достатньою для практики точністю можна обмежитися першим наближенням при $N = 6$ ($n_1 = 2$). Приблизно такі ж точності досягають за нульового наближення,

але при $N = 192$ ($n_1 = 64$). Якщо на серединній поверхні для збігу трьох цифр після коми за запропонованою методикою достатньо поділити перший складник на вісім шарів, то за нульового наближення (точного розв'язку задачі термопружності для відповідної багат шарової трансверсально-ізотропної кулі) його поділ на 1024 шари недостатній.

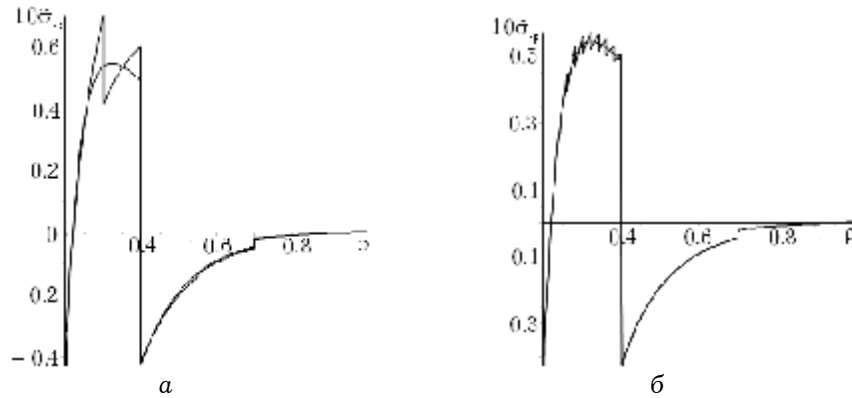


Рис. 2.

N	r_0	$r_c - 0$	$r_c + 0$	r_1
6	-0.329215	0.697049	0.413368	0.599815
	-0.425661	0.534868	0.533536	0.486088
12	-0.362019	0.608617	0.469241	0.539034
	-0.424997	0.533947	0.53772	0.485856
24	-0.390090	0.569756	0.500354	0.511583
	-0.424939	0.533811	0.533789	0.485822
48	-0.406550	0.551433	0.516766	0.498499
	-0.424953	0.533788	0.533785	0.485817
96	-0.415497	0.542526	0.525197	0.492109
	-0.424961	0.533784	0.533783	0.485816
192	-0.421064	0.538134	0.529470	0.488950
	-0.424964	0.533783	0.533783	0.485815
384	-0.422547	0.535953	0.531622	0.487380
	-0.424964	0.533783	0.533783	0.485815
768	-0.423751	0.534867	0.532701	0.486597
1536	-0.424357	0.534324	0.533241	0.486206
3072	-0.424660	0.534053	0.533512	0.486010

Висновки. Запропоновано методику визначення термопружного стану, зумовленого одновимірним температурним полем та поверхневими навантаженнями, в кусково-неоднорідній термочутливій порожнистій трансверсально-ізотропній кулі, яка передбачає отримання з використанням узагальнених функцій і функції Гріна задачі пружності для шаруватої кулі зі сталими ФМХ відповідних систем інтегро-алгебричних рівнянь відносно радіальних переміщень та їх розв'язання методом послідовних наближень, обмеженим лише першим наближенням. Методика апробована на статичній задачі термопружності для трискладової термочутливої кулі.

1. Лехницький С. Г. Теория упругости анизотропного тела. — М.: Наука, 1977. — 416 с.
2. Процюк Б. В. Застосування методу функцій Гріна до визначення термопружного стану шаруватих трансверсально-ізотропних сферичних тіл // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2004. — 47, № 3. — С.95–109.
3. Процюк Б. В. Термопружний стан кусково-неоднорідних термочутливих сферичних тіл за однакових сталих коефіцієнтів Пуассона // Вісник Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. — 2012. — Вип. 76. — С. 196–208.
4. Процюк Б. В., Синюта В. М. Визначення термопружного стану кусково-неоднорідної термочутливої кулі // Прикл. проблеми механіки і математики. — 2014. — Вип.12. — С. 78–84.
5. Процюк Б. В. Термопружний стан кусково-неоднорідної термочутливої порожнистої ізотропної кулі // Прикл. проблеми механіки і математики. — 2016. — Вип. 14. — С. 45–52.
6. Процюк Б. В. Моделювання та визначення з використанням побудованих функцій Гріна термопружного стану шаруватих тіл: Автореф. дис. ... д-ра фіз.-мат. наук. — Львів, 2006. — 40 с.

ТЕРМОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ КУСОЧНО-НЕОДНОРОДНОГО ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО ШАРА

Определено термоупругое состояние, обусловленное центрально-симметричным температурным полем и поверхностными нагрузками, в слоистом полой трансверсально-изотропном шаре с учетом зависимости от температуры и координаты физико-механических характеристик (ФМХ). Задачу термоупругости сведено к решению относительно радиальных перемещений систем интегро-алгебраических уравнений, которые получены с интегрального представления решения соответствующей задачи для обыкновенного дифференциального уравнения с обобщенными производными. При этом использована функция Грина задачи упругости для слоистого трансверсально-изотропного шара с постоянными ФМХ составляющих. Числовые исследования приведены для трехслойного шара с температурно зависимыми ФМХ.

THERMOELASTIC STATE OF PIECEWISE INHOMOGENOUS THERMOSENSITIVE TRANSVERSALLY-ISOTROPIC SPHERE

Determination the thermoelastic state caused by a centrally symmetric temperature field and surface loads in layered hollow transversally-isotropic sphere with regard to the dependence on temperature and coordinate of physical-mechanical characteristics (PMC). The problem of thermoelasticity has been reduced to solving the system of integro-algebraic equations regarding radial displacements, which were obtained from the integral representation of the solution of an appropriate problem for an ordinary differential equation with generalized derivatives. In addition we used Green's function of elasticity problem for layered transversally-isotropic sphere with constant PMC of components. Numerical studies were carried out for a three-layered sphere with temperature-dependents PMC.