УДК 517.95

А. О. Лопушанський

НЕЛІНІЙНІ ОПЕРАТОРНІ РІВНЯННЯ В КОМПЛЕКСНИХ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИХ ШКАЛАХ

Знайдено умови класичної розв'язності нелінійних операторних інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь типу Гаммерштейна з ядрами в комплексних інтерполяційних шкалах, породжених секторіальними операторами.

Нехай задана пара банахових просторів $\left(V_0, \|\cdot\|_{V_0}\right)$ та $\left(V_1, \|\cdot\|_{V_1}\right)$ над $\mathbf{C}$ з неперервним та щільним вкладенням $E_{10} : V_1 \to V_0$. Зафіксуємо кут $\omega_0 \in (\pi/2, \pi)$ і зіставимо йому в площині $\mathbf{C}$ замкнений сектор з виколотою точкою $\{0\}$ і його замикання, відповідно $\Lambda_0 = \bigcup \{l_\omega : \omega \in [-\omega_0, \omega_0]\}$ і $\Lambda = \Lambda_0 \bigcup \{0\}$, де $l_\omega = \left\{re^{i\omega} : r > 0\right\}$ − промінь з кутом $\omega \in [0, 2\pi]$. Нехай

$$\mathrm{A} = \left\{A \in \mathsf{L}(V_1; V_0) : \sup_{\lambda \in \Lambda} \left\|(\lambda E_{10} - A)^{-1}\right\|_{\mathsf{L}(V_1; V_0)} = K(A) < \infty\right\}$$

− клас операторів $A : V_1 \to V_0$, для яких обернений $(\lambda E_{10} - A)^{-1}$ є визначеним та рівномірно обмеженим для всіх чисел $\lambda \in \Lambda$ за нормою простору $\mathsf{L}(V_1; V_0)$ всіх неперервних лінійних операторів із V_0 в V_1. Оператори класу A називають секторіальними над простором V_0. Кожен з операторів $A \in \mathrm{A}$ генерує аналітичну півгрупу в просторі V_0 і має від'ємний тип $r(A) = \sup\{\mathrm{Re}(\lambda) : \lambda \in \sigma(A)\}$ [4]. Позначаємо $R(\lambda, A) = E_{10}(\lambda E_{10} - A)^{-1} \in \mathsf{L}(V_0)$, де $\lambda \in \rho(A)$.

Зафіксуємо оператор $J \in \mathrm{A}$. Доведено [4], що оператор $(-J)$ позитивний. Отже, можемо визначити від'ємні дробові степені оператора $(-J)$ [3, 5] за формулою

$$(-J)^{-\vartheta} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_{a,\omega}} \frac{R(\lambda, J)}{(-\lambda)^{\vartheta}} d\lambda \in \mathsf{L}(V_j), \quad 0 < \vartheta < 1, \quad j = 0, 1,$$

де $\Gamma_{a,\omega} = \left\{re^{i\omega} : r \ge a\right\} \bigcup \left\{ae^{i\tau} : \tau \in [\omega, 2\pi - \omega]\right\} \bigcup \left\{re^{-i\omega} : r \ge a\right\}$ обходить спектр $\sigma(A)$ у додатному напрямі. Інтеграл не залежить від вибору числа $a : 0 < a < r(A)$ та кута $\omega : \omega_0 - c \le \omega \le \omega_0$ при $c > 0$ такому, що $c + \pi/2 < \omega_0 < c + \pi$ [4]. Отже, родина операторів $(-J)^{-\vartheta}$ володіє півгруповою властивістю $(-J)^{-\vartheta}(-J)^{-\vartheta'} = (-J)^{-\vartheta-\vartheta'}$ [3]. Через $V_\vartheta := \mathsf{D}\left[(-J)^{\vartheta}\right]$ позначимо область визначення оберненого до $(-J)^{-\vartheta}$ оператора $(-J)^{\vartheta}$ із нормою графіка $\|x\|_{V_\vartheta} := \left\|(-J)^{\vartheta} x\right\|_{V_0}$. Тоді $V_\vartheta = [V_0, V_1]_\vartheta$ − проміжний простір для інтерполяційної пари $\{V_0; V_1\}$, породжений методом комплексної інтерполяції [5]. Розглянемо тепер простір $V_2 := \{x \in V_1 : Jx \in V_1\}$ із нормою графіка $\|x\|_{V_2} := \|(-J)x\|_{V_1}$. Показано [4], що звуження $J_{|V_2} : V_2 \to V_1$ залишається секторіальним оператором від'ємного типу з тим самим кутом $\omega_0 : \pi/2 < \omega_0 < \pi$

над парою $\{V_1; V_2\}$. Отже, інтерполяційна шкала просторів V_ϑ, породжена операторами $(-J)^\vartheta$, має властивість $[V_1, V_2]_\vartheta = V_{1+\vartheta}$, де простір $V_{1+\vartheta}$ з нормою графіка $\| x \|_{V_{1+\vartheta}} := \left\| (-J)^\vartheta x \right\|_{V_1}$, $(0 < \vartheta < 1)$. При $0 \le \vartheta' < \vartheta \le 2$ правильні неперервні вкладення $V_\vartheta \subset V_{\vartheta'}$. Згідно з працею [1] півгрупа $0 < t \mapsto e^{tJ}$ відображає простір V_ϑ у простір $V_{1+\vartheta}$ та рівномірно обмежена і сильно неперервна над V_ϑ, до того ж

$$e^{tJ} = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\Gamma_{a,\omega}} e^{t\lambda} R(\lambda, J) d\lambda \in \mathcal{L}(V_\vartheta) \cap \mathcal{L}(V_{1+\vartheta}).$$

Нехай тепер A – довільний оператор класу $\mathcal{A}$. Зауважимо [4], що оскільки виконується ізоморфізм банахових просторів $\mathcal{D}\left[(-A)^\vartheta\right] = V_\vartheta$, де $\mathcal{D}\left[(-A)^\vartheta\right]$ – область визначення $(-A)^\vartheta$, то в наведених міркуваннях можна замінити фіксований оператор J на довільний $A \in \mathcal{A}$. Нехай $0 < \eta < \vartheta \le 1$. Тоді $V_\vartheta \subset V_\eta$. Розглянемо простір

$$W_{1,\eta} := C\left([0,T]; V_{1+\eta}\right) \cap C^1\left([0,T]; V_\eta\right)$$

неперервних вектор-функцій $v : [0,T] \ni t \mapsto v(t) \in V_{1+\eta}$, які також є сильно неперервно диференційовані зі значеннями похідної v_t' в просторі V_η, з нормою

$$\| z \|_{W_{1,\eta}} = \max\left\{ \| z \|_{C\left([0,T]; V_{1+\eta}\right)}, \| z_t' \|_{C^1\left([0,T]; V_\eta\right)} \right\} =$$
$$= \max\left\{ \max_{t\in[0,T]} \| z(t) \|_{V_{1+\eta}}, \max_{t\in[0,T]} \| z'(t) \|_{V_\eta} \right\}.$$

В $W_{1,\eta}$ вивчимо нелінійне інтегро-диференціальне рівняння

$$v(t) = \int_0^t e^{(t-\tau)A} g_0\left(\tau, v(\tau), v'(\tau)\right) d\tau + g(t), \tag{1}$$

щодо якого виконуються такі умови.

Припущення **(G1).**

- V_ϑ – значна функція $g_0(t, z, \xi)$, визначена на $[0,T] \times V_{1+\eta} \times V_\eta$, та $g_0 \in C\left([0,T] \times V_{1+\eta} \times V_\eta; V_\vartheta\right)$;
- вектор-значна функція $g(t)$ визначена на $[0,T]$ та $g \in W_{1,\eta}$.

Зауважимо, що в окремому випадку, коли $g_0(t, z, \xi) = g_1(t, z)$, $g(t) = e^{tA} g_2$, $g_2 \in V_{1+\eta}$, розв'язок $v \in W_{1,\eta}$ інтегрального рівняння

$$v(t) = \int_0^t e^{(t-\tau)A} g_1(\tau, v(\tau)) d\tau + e^{tA} g_2$$

є також розв'язком задачі Коші для півлінійного абстрактного параболічного рівняння

$$v_t'(t) = Av(t) + g_1(t, v(t)), \qquad v_0(0) = g_2,$$

і цей випадок досліджено раніше [7]. Використовуватимемо такі позначення:

$$V_{1,\eta} := V_{1+\eta} \times V_\eta, \quad \|(z,\xi)\|_{V_{1,\eta}} = \max\left\{ \| z \|_{V_{1+\eta}}, \| \xi \|_{V_\eta} \right\},$$

$$W_{1,\eta,C}=\left\{z\in W_{1,\eta}:\|z\|_{W_{1,\eta}}\le C\right\} \text{ – замкнена куля в } W_{1,\eta},$$

$$V_{1,\eta,C}=\left\{z\in V_{1,\eta}:\|(z,\xi)\|_{V_{1,\eta}}\le C\right\} \text{ – замкнена куля в } V_{1,\eta}.$$

Припущення **(G2):**

Існують такі додатні сталі K_1, M_1, K_2, M_2, q, r, C, що для будь-яких $(z,\xi),(z_1,\xi_1),(z_2,\xi_2)\in V_{1,\eta,C}$ правильні нерівності:

$$\cdot\ \max_{t\in[0,T]}\|g_0(t,z,\xi)\|_{V_\vartheta}\le K_1\|z\|_{V_{1+\eta}}^q+M_1\|\xi\|_{V_\eta}^r;$$

$$\cdot\ \max_{t\in[0,T]}\|g_0(t,z_1,\xi)-g_0(t,z_2,\xi)\|_{V_\vartheta}\le K_2\|z_1-z_2\|_{V_{1+\eta}}^q+M_2\|\xi_1-\xi_2\|_{V_\eta}^r.$$

Далі розглядатимемо випадки: 1) $q,r\in(0,1)$; 2) $q\ge1$ та $r\ge1$.

Позначимо $\max\limits_{t\in[0,T]}\|g(t)\|_{V_{1+\eta}}=P$, $\max\limits_{t\in[0,T]}\|g'(t)\|_{V_\eta}=P_1$, $\max\{P,P_1\}=\tilde{P}$.

Теорема 1 *Нехай виконуються припущення* **(G1), (G2)**. *Тоді* $\big($*за певних обмежень на* K_1,M_1, *якщо* $q\ge1,\ r\ge1\big)$ *існує розв'язок* $v\in W_{1,\eta}$ *рівняння* (1).

Доведення. Введемо інтегральний оператор

$$H:(Hv)(t)=\int_0^t e^{(t-\tau)A}g_0(\tau,v(\tau),v'(\tau))d\tau,\qquad v\in W_{1,\eta}.$$

Як і під час доведення леми 1 у [7], показуємо, що інтегральний оператор

$$H_1:(H_1v)(t)=(Hv)(t)+g(t),\qquad v\in W_{1,\eta}$$

діє з $W_{1,\eta}$ в $W_{1,\eta}$. Для доведення існування нерухомої його точки застосуємо принцип Шаудера у випадку $q,r\in(0,1)$ та принцип стисних відображень, якщо $q\ge1,\ r\ge1$. Використовуватимемо виведену [4] оцінку, за якою

$$\cdot\ \max_{t\in[0,T]}\|(Hv)(t)\|_{V_{1+\eta}}\le K\max_{t\in[0,T]}\|g_0(t,v(t),v'(t))\|_{V_\vartheta}, \tag{2}$$

стала K пропорційна нормі $\max\limits_{t\in[0,T]}\|e^{tA}\|_{\mathrm{L}(V_\vartheta,V_{1+\vartheta})}$, та тотожність

$$\cdot\ (Hv)'(t)=g_0(t,v(t),v'(t))+A(Hv)(t). \tag{3}$$

Із оцінки (2) для довільної $v\in W_{1,\eta,C}$ одержуємо

$$\begin{aligned}&\max_{t\in[0,T]}\|(H_1v)(t)\|_{V_{1+\eta}}\le K\max_{t\in[0,T]}\|g_0(t,v(t),v'(t)))\|_{V_\vartheta}+P\le\\&\le K\left[K_1\max_{t\in[0,T]}\|v(t)\|_{V_{1+\eta}}^q+M_1\max_{t\in[0,T]}\|v'(t)\|_{V_\eta}^r\right]+P\le\\&\le K\left[K_1\|v\|_{W_{1,\eta}}^q+M_1\|v(t)\|_{W_{1,\eta}}^r\right]+P,\end{aligned}$$

звідки

$$\max_{t\in[0,T]}\|(H_1v)(t)\|_{1+\eta}\le K\left(K_1C^q+M_1C^r\right)+P. \tag{4}$$

Із (3) та оцінки (2) для розв'язку інтегро-диференціального рівняння маємо $v'(t)=(Hv)'(t)+g'(t)$, а отже,

$$\begin{aligned}&\max_{t\in[0,T]}\|v'(t)\|_{V_\eta}=\max_{t\in[0,T]}\|(Hv)'(t)+g'(t)))\|_{V_\eta}\le\\&\le\max_{t\in[0,T]}\|(A(Hv)(t))\|_{V_\eta}+\max_{t\in[0,T]}\|g_0(t,v(t),v'(t))\|_{V_\eta}+P_1\le\\&\le C_2\max_{t\in[0,T]}\|(Hv)(t)\|_{V_{1+\eta}}+C_3\max_{t\in[0,T]}\|g_0(t,v(t),v'(t))\|_{V_\vartheta}+P_1\le\\&\le(C_2K+C_3)\max_{t\in[0,T]}\|g_0(t,v(t),v'(t))\|_{V_\vartheta}+P_1\le\end{aligned}$$

$$\leq (C_2K + C_3)\left[K_1 \| v \|^q_{W_{1,\eta}} + M_1 \| v \|^r_{W_{1,\eta}}\right] + P_1 \leq$$
$$\leq (C_2K + C_3)\left[K_1 C^q + M_1 C^r\right] + P_1,$$

де стала C_2 характеризує ізоморфізм $\mathrm{D}\left[(-A)^{1+\eta}\right] = V_{1+\eta}$, стала C_3 − норма неперервного вкладення $V_\vartheta \subset V_\eta$. Отже,

$$\begin{aligned} \| H_1 v \|_{1,\eta} &\leq \max\{K, C_2K + C_3\}\left[K_1C^q + M_1C^r\right] + \tilde{P} = \\ &= b_1C^q + b_2C^r + b_3 \quad \forall v \in W_{1,\eta,C}, \end{aligned} \tag{5}$$

де $b_1 = \tilde{K}K_1$, $b_2 = \tilde{K}M_1$, $b_3 = \tilde{P}$, $\tilde{K} = \max\{K, C_2K + C_3\}$.

За властивостями функції $h(C) = b_1C^q + b_2C^r + b_3$ при $q, r \in (0,1)$, довільних додатних сталих b_1, b_2, b_2 існує така додатна стала C_0, що за всіх $C > C_0$ виконується $b_1C^q + b_2C^r + b_3 < C$, а отже,

$$\| H_1 v \|_{W_{1,\eta}} < C \qquad \forall v \in W_{1,\eta,C}, \tag{6}$$

де $H_1 : W_{\eta,C} \to W_{\eta,C}$. Зауважимо, що

$$b_1C^q + b_2C + b_3 = (b_1 + b_2)C + b_3 = b'C + b_3, \quad \text{якщо} \quad q = r = 1,$$
$$b_1C^q + b_2C + b_3 \leq (b_1 + b_2)C^q + b_3, \quad \text{якщо} \quad C \geq 1, \quad q \geq r \geq 1.$$

За властивостями функції $h_1(C) = b'C + b_3$ за довільної додатної сталої b_3 та $b' < 1$ існує така додатна стала C, що $h_1(C) < C$. Тоді отримаємо нерівність (6). Із нерівності

$$b'C^q + b_3 < \varepsilon C, \qquad C \geq 1 \quad \varepsilon \in (0,1] \tag{7}$$

випливає існування сталих $C > 0$, за яких, якщо $q \geq r \geq 1$, виконується (6). Для виконання (7) достатньо [6] існування $\min\limits_{C \geq 0} h_2(C) \leq -b_3$, де $h_2(C) = b'C^q - \varepsilon C$. Число $C_0 = \sqrt[q-1]{\dfrac{\varepsilon}{b'q}}$ є точкою мінімуму функції $h_2(C)$. Знаходимо:

$$h_2(C_0) = C_0\left(b'C_0^{q-1} - \varepsilon\right) = C_0\left(b'\frac{\varepsilon}{b'q} - \varepsilon\right) = -C_0\varepsilon\left(1 - \frac{1}{q}\right).$$

Звідси отримуємо еквівалентні нерівності

$$-C_0\varepsilon\left(1 - \frac{1}{q}\right) < -b_3 \Leftrightarrow C_0 > \frac{b'q}{\varepsilon(q-1)} \Leftrightarrow b'b_3^{q-1} < \left(\frac{\varepsilon}{q}\right)^q (q-1)^{q-1}.$$

Умова $C_0 \geq 1$ виконується, якщо $b' \leq \dfrac{r}{q} < \dfrac{1}{q}$. Отже, за умов

$$\tilde{K}^q (K_1 + M_1)\tilde{P}^{q-1} < \left(\frac{1}{q}\right)^q (q-1)^{q-1}, \quad \tilde{K}(K_1 + M_1) < \frac{1}{q} \tag{8}$$

існує така стала $C > 0$, що виконується (6) та $H_1 : W_{1,\eta,C} \to W_{1,\eta,C}$.

При $q > 1$, $r = 1$ функція $h_3(C) = b_1C^q + b_2C - C$ має мінімум у точці $C_0 = \sqrt[q-1]{\dfrac{1-b_2}{b_1q}}$, а умова $h_3(C_0) < -b_3$ рівносильна $\left(\dfrac{1-b_2}{q}\right)^q < b_1q\,(q-1)^{-1}\, b_3^{q-1}$.

Аналогічно для довільних $v_1, v_2 \in W_{1,\eta,C}$

$$\max_{t \in [0,T]} \| (Hv_1)(t) - (Hv_2)(t) \|_{V_{1+\eta}} \leq K \max_{t \in [0,T]} \| g_0(t, v_1(t), v_1'(t)) - g_0(t, v_2(t), v_2'(t)) \|_{V_\vartheta} \leq$$

$$\leq K\left[K_2 \max_{t\in[0,T]} \| v_1(t)-v_2(t) \|^q_{V_{1+\eta}} + M_2 \max_{t\in[0,T]} \| v_1'(t)-v_2'(t) \|^r_{V_\eta}\right] \leq$$

$$\leq K\left[K_2 \| v_1 - v_2 \|^q_{W_{1,\eta}} + M_2 \| v_1 - v_2 \|^r_{W_{1,\eta}}\right].$$

Крім цього,

$$\max_{t\in[0,T]} \left\| \left(Hv_1\right)'(t) - \left(Hv_2\right)'(t) \right\|_{V_\eta} \leq \max_{t\in[0,T]} \| A[(Hv_1)(t) - (Hv_2)(t)] \|_{V_\eta} +$$

$$+\max_{t\in[0,T]} \| g_0\left(t, v_1(t), v_1'(t)\right) - g_0\left(t, v_2(t), v_2'(t)\right) \|_{V_\eta} \leq$$

$$\leq C_2 \max_{t\in[0,T]} \left\| \left(Hv_1\right)(t) - \left(Hv_2\right)(t) \right\|_{V_{\eta+1}} +$$

$$+ C_3 \| g_0\left(t, v_1(t), v_1'(t)\right) - g_0\left(t, v_2(t), v_2'(t)\right) \|_{V_\vartheta} \leq$$

$$\leq \hat{K}\left[K_2 \| v_1 - v_2 \|^q_{W_{1,\eta}} + M_2 \| v_1 - v_2 \|^r_{W_{1,\eta}}\right].$$

Звідси одержуємо неперервність оператора H на $W_{1,\eta,C}$.

При $q \geq r > 1$ для довільних $v_1, v_2 \in W_{\eta,C}$

$$\| v_1 - v_2 \|^q_{W_{1,\eta}} \leq a(q) \max\left\{\| v_1 \|^{q-1}_{W_{1,\eta}}, \| v_2 \|^{q-1}_{W_{1,\eta}}\right\} \| v_1 - v_2 \|_{W_{1,\eta}} \leq a(q) C^{q-1} \|v_1 - v_2\|_{W_{1,\eta}},$$

а тоді для довільних $v_1, v_2 \in W_{\eta,C}$ матимемо

$$\| Hv_1 - Hv_2 \|_{W_{1,\eta}} \leq a' \| v_1 - v_2 \|_{W_{1,\eta}},$$

де

$$a' = a'(C) = \hat{K}[K_2 a(q) + M_2 a(r)] C^{q-1}, \qquad a(q) = \begin{cases} 2^{2-q} q & : \ q \in (1,2) \\ q & : \ q \geq 2. \end{cases}$$

Оскільки $a'(C_0) = \dfrac{[K_2 a(q) + M_2 a(r)]}{K_1 + M_1} \dfrac{\varepsilon}{q}$, то вибором числа ε досягаємо нерівності $a'(C_0) < 1$. Отже, якщо $q \geq r > 1$ (та при $q = r = 1$, якщо $b_1 < 1$), існує таке $C > 0$, що оператор H_1 стисний на $W_{1,\eta,C}$ і за принципом стисних відображень за умови (8), якщо $q \geq r > 1$ (та при $q = r = 1$, якщо $b_1 < 1$), рівняння (1) має розв'язок у $W_{1,\eta,C}$.

Випадок $r \geq q > 1$ аналогічний.

Доведемо компактність оператора H на $W_{1,\eta,C}$ при $q \in (0,1)$. Вище доведена рівномірна обмеженість $\| H_1 v \|_{W_{1,\eta}}$ на $W_{1,\eta,C}$. Покажемо одностайну неперервність множини $H_1 W_{1,\eta,C}$ в $W_{1,\eta}$. Для довільних $v \in W_{1,\eta,C}$, $s \in R$ маємо:

$$M(v) = \max_{t\in[0,T]} \| (H_1 v)(t+s) - (H_1 v)(t) \|_{V_{1+\eta}} =$$

$$= \max_{t\in[0,T]} \left\| \int_t^{t+s} e^{(t-\tau)A} g_0\left(\tau, v(\tau), v'(\tau)\right) d\tau + g(t+s) - g(t) \right\|_{V_{1+\eta}} \leq$$

$$\leq |\, s \,| \left[K_3 \max_{t\in[0,T]} \| g_0\left(t, v(t), v'(t)\right) \|_{V_\vartheta} + K_4\right],$$

де K_3, K_4 − певні додатні сталі. Остання нерівність випливає з результатів [2] та [4]. Враховуючи припущення (G2), матимемо:

$M(v) \leq |\, s \,| \left[K_3\left(K_1 C^q + M_1 C^r\right) + K_4\right]$. Тоді для довільних $v \in W_{1,\eta,C}$, $\varepsilon > 0$

існує таке $s_1 = s_1(\varepsilon, C) > 0$ $\left(s_1 = \dfrac{\varepsilon}{K_3(K_1C^q + M_1C^r) + K_4} \right)$, що при всіх $|s| < s_1$ матимемо $M(v) < \varepsilon$. Подібно

$$
\begin{aligned}
M_1(v) &= \max_{t\in[0,T]} \| (H_1v)'(t+s) - (H_1v)'(t) \|_{V_\eta} = \\
&= \max_{t\in[0,T]} \Big\| A[(Hv)(t+s) - (Hv)(t)] + \\
&\quad + [g_0\,(t+s, v(t+s), v'(t+s)) - g_0\,(t, v(t), v'(t))] + [g'(t+s) - g'(t)] \Big\|_{V_\eta} \le \\
&\le C_2 \max_{t\in[0,T]} \| (Hv)(t+s) - (Hv)(t) \|_{V_{1+\eta}} + \\
&\quad + C_3 \max_{t\in[0,T]} \| g_0\,(t+s, v(t+s), v'(t+s)) - g_0\,(t, v(t), v'(t)) \|_{V_\vartheta} + \\
&\quad + \max_{t\in[0,T]} \| g'(t+s) - g'(t) \|_{V_\eta} \le \\
&\le K\, |s| \left(K_1C^q + M_1C^r \right) + \max_{t\in[0,T]} \| g'(t+s) - g'(t) \|_{V_\eta} .
\end{aligned}
$$

Тоді для довільних $v \in W_{1,\eta,C}$, $\varepsilon > 0$ існує таке $s_2 = s_2(\varepsilon, C) > 0$, що при всіх $|s| < s_2$ матимемо $M_1(v) < \varepsilon$, а при $|s| < \min\{s_1, s_2\}$ матимемо $\max\{M(v), M_1(v)\} < \varepsilon$. За лемою Арцела оператор H_1 компактний на $W_{1,\eta,C}$.

1. *Клемент Ф., Хейманс Х., Ангенент С. и др.* Однопараметрические полугруппы. – М.: Мир, 1992. – 351 с.
2. *Лопушанський А. О.* Числення секторіальних операторів з від'ємним типом і аналітичні півгрупи // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2006. – **49**, № 2. – С. 65–73.
3. *Лопушанський А. О.* Числення секторіальних операторів з від'ємним типом і комплексні интерполяційні шкали // Там же. – 2006. – **49**, № 4. – С. 19–27.
4. *Лопушанский А. О.* Абстрактная параболическая задача Коши в комплексных интерполяционных шкалах // Дифференц. уравнения. – 2010. – **46**, № 12. – С. 1799–1803.
5. *Трибель Х.* Теория интерполяции, функциональные пространства, дифференциальные операторы. – М. : Мир, 1980. – 664 с.
6. Функциональный анализ. Ред. С. Г. Крейн. – М.: Наука, 1972. – 544 с.
7. *Хенри Д.* Геометрическая теория полулинейных параболических уравнений. – М.: Мир, 1985. – 376 с.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ В КОМПЛЕКСНЫХ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ШКАЛАХ

Найдены условия классической разрешимости нелинейных операторных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений типа Гаммерштейна с ядрами в комплексных интерполяционных шкалах секториальных операторов.

NONLINEAR OPERATOR EQUATIONS IN COMPLEX INTERPOLATION SCALES

The conditions of the classical solvability of nonlinear operator integral and integral-differential equations of Hammerstein type with kernels in complex interpolation scales of sectorial operators are founded.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
28.08.11