УДК 539.3

У. В. Жидик

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ НЕОДНОРІДНОЇ ЗА ТОВЩИНОЮ ІЗОТРОПНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Вивчено напружено-деформований стан функціонально-градієнтної ізотропної кругової замкнутої циліндричної оболонки за дії локального нагрівання шляхом конвективного теплообміну. Для цього використано математичну модель зсувної теорії неоднорідних оболонок типу Тимошенка. Двовимірне рівняння теплопровідності виведено за умови лінійної залежності температури від поперечної координати. Методами інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа знайдено розв'язок нестаціонарної задачі теплопровідності та квазістатичної задачі термопружності для скінченної шарнірно опертої кругової циліндричної оболонки. Числові результати наведено для композиту метал–кераміка.

Вступ. Неоднорідні композитні матеріали широко використовують в інженерній практиці. Особливу увагу в останні роки привернули функціонально-градієнтні (ФГ). Завдяки хорошим жаротривким, жорсткісним та іншим особливим властивостям вони виявились незамінними в сучасних технологіях. Крім того, ці матеріали мікроскопічно неоднорідні. Їх фізико-механічні характеристики змінюються плавно і неперервно від однієї площини до іншої. Для використання таких матеріалів необхідні відповідні моделі та методи [1, 2], щоб розрахувати їх міцність. Тому дослідження у цьому напрямку актуальні.

Елементи конструкцій з ФГ матеріалів вивчали багато вчених, зокрема, вплив неоднорідності матеріалу на граничну рівновагу оболонки з поверхневою тріщиною [3]. В статтях [5, 9] зосередили увагу на нестаціонарній поведінці циліндричної оболонки, використовуючи рівняння взаємозв'язаної термопружності. Точний розв'язок стаціонарної задачі для температурних напружень товстої циліндричної оболонки відкритого профілю подано в праці [10]. Досліджували [11] температурну стійкість оболонок з ФГ матеріалу, аналізували [7, 8] термопружний згин ФГ пластин і оболонок на основі рівнянь уточнених теорій високого порядку. Детальніший огляд різних моделей наведено в працях [6, 12].

Мета статті – на основі рівнянь термопружності та теплопровідності зсувної (п'ятимодальної) теорії оболонок дослідити вплив параметрів неоднорідності на напружено-деформований стан ізотропної кругової циліндричної оболонки за її нагріву шляхом конвективного теплообміну.

Формулювання задачі і основні рівняння. Розглянемо неоднорідну ізотропну кругову циліндричну оболонку з радіусом серединної поверхні R, сталою товщиною $2h$ і довжиною l. Точки оболонки належать до циліндричної системи координат x, θ, z, де x – осьова, θ – колова а z – радіальна координати. Надалі цим координатам відповідатимуть індекси 1, 2, 3.

Нехай на оболонку діє зовнішнє поверхневе навантаження q_i, m_i і вона нагрівається навколишнім середовищем шляхом конвективного теплообміну. Термопружну її поведінку дослідимо на основі рівнянь зсувної теорії оболонок типу Тимошенка [4] в узагальнених переміщеннях u_1, u_2, u_3, γ_1, γ_2. Запишемо ці рівняння в операторній формі:

$$\sum_{k}^{5} L_{rk} y_k = b_r \quad (r, k = 1, 2, \ldots, 5), \tag{1}$$

де $y_i = u_i$ $(i = 1, 2, 3)$; $y_{3+j} = \gamma_j$ $(j = 1, 2)$. Диференціальні оператори L_{rk}

$\left(L_{rk}=L_{kr}\right)$ і вільні члени b_r мають вигляд

$$L_{11}=A_{11}\partial_{11}^2+A_{66}/R^2\,\partial_{22}^2,\quad L_{12}=\left(A_{12}+A_{66}\right)/R\,\partial_{12}^2,\quad L_{13}=A_{12}/R\;\partial_1,$$

$$L_{14}=B_{11}\partial_{11}^2+B_{66}/R^2\,\partial_{22}^2,\quad L_{15}=\left(B_{12}+B_{66}\right)/R\,\partial_{12}^2,$$

$$L_{22}=A_{66}\,\partial_{11}^2+A_{22}/R^2\,\partial_{22}^2-k'A_{55}/R^2,\ L_{23}=\left(A_{22}+k'A_{55}\right)/R^2\,\partial_2,$$

$$L_{24}=\left(B_{12}+B_{66}\right)/R\,\partial_{12}^2,\ L_{25}=B_{66}\partial_{11}^2+B_{22}/R^2\,\partial_{22}^2+k'A_{55}/R,$$

$$L_{33}=-k'A_{44}\partial_{11}^2-k'A_{55}/R^2\,\partial_{22}^2+A_{22}/R^2,\quad L_{34}=\left(B_{12}/R-k'A_{44}\right)\partial_1,$$

$$L_{35}=\left(B_{22}/R-k'A_{55}\right)/R\,\partial_2,\ L_{44}=D_{11}\partial_{11}^2+D_{66}/R^2\,\partial_{22}^2-k'A_{44},$$

$$L_{45}=\left(D_{12}+D_{66}\right)/R\,\partial_{12}^2,\ L_{55}=D_{66}\partial_{11}^2+D_{22}/R^2\,\partial_{22}^2-k'A_{55},$$

$$b_1=A_{11}^t\partial_1T_1+B_{11}^t/h\,\partial_1T_2-q_1,$$

$$b_2=A_{22}^t/R\,\partial_2T_1+B_{22}^t/(Rh)\,\partial_2T_2-q_2,$$

$$b_3=A_{22}^t/R\,T_1+B_{22}^t/(Rh)\,T_2+q_3,$$

$$b_4=B_{11}^t\partial_1T_1+D_{11}^t/h\,\partial_1T_2-m_1,$$

$$b_5=B_{22}/R\,\partial_2T_1+D_{22}^t/(Rh)\;\partial_2T_2-m_2,$$

де

$$\left\{A_{ii},B_{ii},D_{ii}\right\}=\frac{1}{1-\nu^2}\int_{-h}^{h}E(z)\left\{1,z,z^2\right\}dz\quad(i=1,2);$$

$$\left\{A_{12},B_{12},D_{12}\right\}=\frac{\nu}{1-\nu^2}\int_{-h}^{h}E(z)\left\{1,z,z^2\right\}dz;$$

$$\left\{A_{ii}^t,B_{ii}^t,D_{ii}^t\right\}=\frac{1}{1-\nu}\int_{-h}^{h}E(z)\,\alpha^t(z)\left\{1,z,z^2\right\}dz\quad(i=1,2);$$

$$\left\{A_{ii},B_{ii},D_{ii}\right\}=\frac{1}{2(1+\nu)}\int_{-h}^{h}E(z)\left\{1,z,z^2\right\}dz\quad(i=4,5,6);$$

$$T_i=\frac{2i-1}{2h^i}\int_{-h}^{h}t\,z^{i-1}\,dz\ \ (i=1,2);\quad t=T_1+\frac{z}{h}T_2;\ \partial_1=\frac{\partial}{\partial x};\ \partial_2=\frac{\partial}{\partial\theta};$$

$E(z)$ – модуль пружності; $\alpha^t(z)$ – коефіцієнт теплового лінійного розширення; ν – коефіцієнт Пуассона; t – приріст температури; k' – коефіцієнт зсуву [4];

Система рівнянь (1) разом з граничними умовами складає крайову задачу температурних напружень для ізотропних неоднорідних циліндричних оболонок в узагальнених переміщеннях.

Інтегральні характеристики температур T_1,T_2, що входять у вільні члени системи (1), визначимо з відповідних рівнянь теплопровідності за граничних умов, заданих на поверхнях та на кінцях оболонки. За конвективного теплообміну на поверхнях оболонки $z=\pm h$ рівняння теплопровідності мають вигляд

$$\Delta_{(1)}T_1 + \Delta_{(2)}T_2 + \frac{\Lambda_{(1)}}{Rh}T_2 - C_{(1)}\partial_\tau T_1 - C_{(2)}\partial_\tau T_2 = F_1\,,$$

$$\Delta_{(2)}T_1 + \Delta_{(3)}T_2 - \frac{\Lambda_{(1)}}{h^2}T_2 + \frac{\Lambda_{(2)}}{Rh}T_2 - C_{(2)}\partial_\tau T_1 - C_{(3)}\partial_\tau T_2 = F_2\,, \qquad (2)$$

де

$$\Delta_{(i)} = \Lambda_{(i)}\left(\partial_{11}^2 + \partial_{22}^2/R^2\right);\ \left\{\Lambda_{(i)}, C_{(i)}\right\} = \int_{-h}^{h}\{\lambda(z), c_\varepsilon(z)\}\left(\frac{z}{h}\right)^{i-1}dz\ \ (i = 1,2,3);$$

$$F_n = \left(T_1 - t_1^z\right)\varepsilon_n^t + \left(T_2 - t_2^z\right)\varepsilon_{3-n}^t\,;\qquad \varepsilon_n^t = \left(\alpha^+ - (-1)^n\alpha^-\right)\,;\qquad t_n^z = \frac{1}{2}\left(t_z^+ - (-1)^n\,t_z^-\right)$$

$(n = 1,2)$; $\partial_\tau = \partial/\partial\tau$; $\lambda(z)$ – коефіцієнт теплопровідності; $c_\varepsilon(z)$ – питома теплоємність; t_z^+ і t_z^- – температура середовищ відповідно на поверхнях $z = h$ і $z = -h$; α^+, α^- – коефіцієнти тепловіддачі з цих поверхонь; τ – змінна часу.

Метод розв'язування. Для однозначності розв'язку систем рівнянь термопружності (1) і теплопровідності (2) необхідно задати відповідні граничні та початкові умови. Нехай краї $x = 0$ і $x = l$ оболонки вільно оперті і на них підтримується нульова температура. Тоді тут повинні виконуватися умови

$$u_3 = u_2 = \gamma_2 = 0\,,\ N_{11} = M_{11} = 0\,, \qquad (3)$$

$$T_1 = T_2 = 0\,. \qquad (4)$$

У початковий момент задали значення температури

$$T_1(x,\theta,0) = 0\,,\quad T_2(x,\theta,0) = 0\,. \qquad (5)$$

Починаючи з часу $\tau > 0$, зовнішня поверхня $z = h$ оболонки в області $0 \le x \le l$, $|\theta| \le \eta$ нагрівається довкіллям, температуру якого задає функція

$$t_z^+(x,\theta,\tau) = t^* S_-(x)\left[S_-(\theta+\eta) - S_+(\theta-\eta)\right]\left[1 - \varepsilon\exp(-\omega\tau)\right], \qquad (6)$$

де $t^*, \varepsilon, \omega = \mathrm{const}$; 2η – центральний кут області нагрівання;

$$S_+(x) = \begin{cases}1, & x > 0\\ 0, & x \le 0\end{cases};\qquad S_-(x) = \begin{cases}1, & x \ge 0\\ 0, & x < 0\end{cases}$$ – одиничні функції.

На внутрішній поверхні $z = -h$ задали температуру середовища $t_z^- = 0$. Коефіцієнти тепловіддачі з обох поверхонь оболонки рівні між собою $\alpha^+ = \alpha^- = \alpha_z$. Поверхневі та інерційні сили, а також джерела тепла відсутні.

Розв'язок систем рівнянь (1) і (2) з урахуванням температурного навантаження (6) знаходимо методами інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа згідно з граничними умовами (3), (4) і початковою (5). Тоді компоненти переміщень і температурні характеристики отримаємо у вигляді

$$\{u_1, \gamma_1\} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\{U_{1mn}, \Gamma_{1mn}\}\cos\frac{\pi n}{l}x\cos m\theta\,,$$

$$\{u_2, \gamma_2\} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\{U_{2mn}, \Gamma_{2mn}\}\sin\frac{\pi n}{l}x\sin m\theta\,,$$

$$\left\{u_3, T_j\right\} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left\{U_{3mn}, T_{jmn}\right\}\sin\frac{\pi n}{l}x\cos m\theta\,, \tag{7}$$

де $U_{jmn}, \Gamma_{jmn}, T_{jmn}$ – відомі функції.

За відомими компонентами узагальнених переміщень u_i, γ_i та інтегральними характеристиками температурного поля T_1, T_2 можемо визначити внутрішні зусилля N_{ij}, моменти M_{ij}, а також напруження σ_{ij}:

$$\begin{pmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ M_{11} \\ M_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & B_{11} & B_{12} \\ A_{12} & A_{22} & B_{12} & B_{22} \\ B_{11} & B_{12} & D_{11} & D_{12} \\ B_{12} & B_{22} & D_{12} & D_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_1 u_1 \\ (\partial_2 u_2 + u_3)/R \\ \partial_1\gamma_1 \\ \partial_2\gamma_2/R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A_{11}^t \\ A_{22}^t \\ B_{11}^t \\ B_{22}^t \end{pmatrix} T_1 - \begin{pmatrix} B_{11}^t \\ B_{22}^t \\ D_{11}^t \\ D_{22}^t \end{pmatrix} \frac{T_2}{h};$$

$$\begin{pmatrix} N_{12} \\ M_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{66} & B_{66} \\ B_{66} & D_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_1 u_2 + \partial_2 u_1/R \\ \partial_1\gamma_2 + \partial_2\gamma_1/R \end{pmatrix};$$

$$N_{13} = k' A_{55}\left(\gamma_1 + \partial_1 u_3\right); \; N_{23} = k' A_{44}\left(\gamma_2 + \left(\partial_2 u_3 - u_2\right)/R\right).$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix} = \frac{E(z)}{1-\nu^2}\begin{pmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} \partial_1 u_1 \\ (\partial_2 u_2 + u_3)/R \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} \partial_1\gamma_1 \\ \partial_2\gamma_2/R \end{pmatrix}\right] - \frac{E(z)\alpha^t(z)}{1-\nu}t;$$

$$\sigma_{12} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)}\left[\partial_2 u_1/R + \partial_1 u_2 + z\left(\partial_2\gamma_1/R + \partial_1\gamma_2\right)\right];$$

$$\sigma_{13} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)}\left(\gamma_1 + \partial_1 u_3\right); \quad \sigma_{23} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)}\left(\gamma_2 + \partial_2 u_3/R - u_2/R\right).$$

Аналіз числових результатів. Числові дослідження виконували для оболонки, виготовленої із ФГ композиту метал–кераміка. При цьому вважали, що коефіцієнт Пуассона і питома теплоємність сталі, модуль пружності $E(z)$, коефіцієнт лінійного теплового розширення $\alpha^t(z)$ та коефіцієнт теплопровідності $\lambda(z)$ змінюються за степеневим законом залежно від координати z [5]:

$$E(z) = E_c + \left(E_m - E_c\right)\left(\frac{z}{2h} + \frac{1}{2}\right)^k, \; \alpha^t(z) = \alpha_c^t + \left(\alpha_m^t - \alpha_c^t\right)\left(\frac{z}{2h} + \frac{1}{2}\right)^p,$$

$$\lambda(z) = \lambda_c + \left(\lambda_m - \lambda_c\right)\left(\frac{z}{2h} + \frac{1}{2}\right)^q, \tag{8}$$

де k, p, q – параметри неоднорідності, які характеризують відповідно зміну пружних властивостей і тих, що пов'язані з тепловим розширенням та теплопровідністю матеріалу оболонки за товщиною; індекси c і m вказують на належність величин до кераміки чи металу.

Фізико-механічні властивості кераміки (ZrO_2.) і металу (Ti–6Al–4V) такі [5]:

для металу – $\nu = 0{,}3$; $E_m = 66{,}2$ ГПа; $\alpha_m = 10{,}3\cdot 10^{-6}\,{}^\circ\mathrm{C}^{-1}$;
$\lambda_m = 18{,}1$ Вт/(м·°С),

для кераміки – $\nu = 0{,}3$; $E_c = 117$ ГПа; $\alpha_m = 7{,}11\cdot 10^{-6}\,{}^\circ\mathrm{C}^{-1}$;
$\lambda_m = 2{,}036$ Вт/(м·°С).

Для інших параметрів задали значення: $h/R = 0{,}05$, $l/R = 3$, $\eta = \pi/2$, $\varepsilon = 0$, $k' = 5/6$, $\tau' = \lambda_m \tau \big/ \left(R^2 c_\varepsilon \right) = 2{,}5$, $\mathrm{Bi} = \alpha_z h / \lambda_m = 0{,}2$.

Обчислювали безрозмірні температуру $t' = \dfrac{t}{t^*}$, температурні характеристики $T_i' = \dfrac{T_i}{t^*}$, прогини $w' = \dfrac{u_3}{R\alpha_m t^*}$, нормальні зусилля $N_i' = \dfrac{N_{ii}}{E_m h \alpha_m t^*}$, згинні моменти $M_i' = \dfrac{M_{ii}}{E_m h^2 \alpha_m t^*}$ і нормальні напруження $\sigma_i' = \dfrac{\sigma_{ii}}{E_m \alpha_m t^*}$. У таблиці наведено значення цих функцій для різних комбінацій параметрів неоднорідності k, p, q. Виявили (див. ф-ли (8)), що з їх зменшенням частка металу в напрямку товщини збільшується і оболонка стає менш жорсткою, оскільки модуль пружності металу менший, ніж кераміки. Нульові значення параметрів неоднорідності відповідають однорідній оболонці, виготовленій з металу, а нескінченно великі – з кераміки. Для нульового значення параметра теплопровідної неоднорідності ($q = 0$) середня і температура на поверхні $z = -h$ в оболонці найвищі, оскільки теплопровідність металу більша, ніж кераміки. Для чистої кераміки ($q = \infty$) ці температури найнижчі. Зі збільшенням параметрів неоднорідності прогини зменшуються, досягаючи мінімуму для чистої кераміки. За переходу від металу до кераміки напруження на поверхні $z = -h$ стають більшими, а на поверхні $z = h$ змінюють знак.

	$k = 1$ $p = 0$ $q = 0$	$k = 0$ $p = 1$ $q = 0$	$k = 0$ $p = 0$ $q = 1$	$k = 1$ $p = 1$ $q = 1$	$k = 0$ $p = 0$ $q = 0$	$k = \infty$ $p = \infty$ $q = \infty$
T_1'	0,521	0,521	0,518	0,518	0,521	0,509
T_2'	0,0835	0,0835	0,131	0,131	0,0835	0,321
$t'(-h)$	0,437	0,437	0,387	0,387	0,437	0,188
$t'(h)$	0,604	0,604	0,650	0,650	0,604	0,831
w'	0,816	0,724	0,770	0,695	0,806	0,434
N_1'	1,114	0,790	0,715	1,005	0,796	0,466
N_2'	2,260	1,617	1,425	2,045	1,610	0,851
M_1'	-0,0351	0,0430	-0,178	0,0664	-0,102	-0,586
M_2'	0,105	0,0561	-0,145	0,185	-0,0756	-0,519
$\sigma_1'(0)$	0,577	0,384	0,357	0,483	0,398	0,233
$\sigma_1'(-h)$	0,570	0,352	0,624	0,434	0,552	1,113
$\sigma_1'(h)$	1,292	0,850	1,050	0,649	1,260	-0,646
$\sigma_2'(0)$	1,145	0,798	0,713	1,000	0,805	0,425
$\sigma_2'(-h)$	0,942	0,746	0,930	0,781	0,919	1,204
$\sigma_2'(h)$	2,086	1,616	1,765	1,353	2,049	-0,353

Висновки. Використовуючи лінійну теорію оболонок типу Тимошенка, досліджували напружено-деформований стан ізотропної функціонально-градієнтної замкнутої кругової циліндричної оболонки зі скінченною довжиною, зовнішня поверхня якої нагрівається шляхом конвективного теплообміну, а краї шарнірно оперті і на них підтримується нульова температура. Фізико-механічні властивості матеріалу оболонки вважали довільними функціями поперечної координати. Квазістатичну задачу термопружності розв'язали методом скінченного перетворення Фур'є за поверхневими координатами і інтегрального перетворення Лапласа за часом. Параметри напружено-деформованого стану обчислювали для оболонки, виготовленої з композиту метал–кераміка, для якого модуль пружності, коефіцієнт теплового лінійного розширення і коефіцієнт теплопровідності змінюються вздовж товщини за степеневим законом. Числові результати, які описують вплив параметрів неоднорідності на температурне поле та напружено-деформований стан оболонки, подані у таблиці.

1. *Жидик У. В.* Математичне моделювання термомеханічної поведінки неоднорідних анізотропних оболонок // Вісник Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2000.– Вип. 57. – С. 72–75.
2. *Кушнір Р. М., Николишин М. М., Жидик У. В., Флячок В. М.* Моделювання термопружних процесів в неоднорідних анізотропних оболонках з початковими деформаціями // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2010. – 53, № 2. – С. 122–136.
3. *Кушнір Р. М., Николишин Т. М., Ростун М. Й.* Гранична рівновага неоднорідної за товщиною сферичної оболонки з поверхневою тріщиною // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – 43, № 3. – С. 5–11.
4. *Пелех Б. Л.* Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. – К.: Наук. думка, 1973. – 248 с.
5. *Bahtui, A., Eslami, M. R.* Coupled thermoelasticity of functionally graded cylindrical shells // J. Mech. Res. Communications. – 2007. – 34, № 1. – P. 1–18.
6. *Birman V. L., Byrd W.* Modeling and analysis of functionally graded materials and structures // Trans. ASME. Appl. Mech. Rew. – 2007. – 60. – P. 195–216.
7. *Houari M. S. A., Benyoucer S., Mechab I., Tounsi A., Bedia E. A. A.* Two-variable refined plate theory for thermoelastic bending analysis of functionally graded sandwich plates // J. Thermal Stresses. – 2011. – 34, № 4. – P. 315–334.
8. *Pandey S., Pradyumna S.* Transient stress analysis of sandwich plate and shell panels with functionally graded material core under thermal shock // J. Thermal Stresses. – 2018. – 41, № 5. – P. 543–567.
9. *Pelletier J. L., Vel S. S.* An exact solution for the steady-state thermoelastic response of functionally graded orthotropic cylindrical shells // Int. J. Solid Struct. – 2006. – 43, № 5. – P. 1131–1158.
10. *Punera D., Kant T., Desai Y. M.* Thermoelastic analysis of laminated and functionally graded sandwich cylindrical shells with two refined higher order models // J. Thermal Stresses. – 2018. – 41, № 1. – P. 54–79.
11. *Sun J., Xu X., Lim C. W.* Buckling of functionally graded cylindrical shells under combined thermal and compressive loads // J. Thermal Stresses. – 2014. – 37, № 3. – P. 340–362.
12. *Thai H. T., Kim S. E.* A review of theories for the modeling and analysis of functionally graded plates and shells // Compos. Struct. – 2015. – 128. – P. 70–86.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ПО ТОЛЩИНЕ ИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Исследовано напряженно-деформированное состояние функционально- градиентной изотропной круговой замкнутой цилиндрической оболочки, которая локально нагревается путем конвективного теплообмена. Для этого использовали математическую модель сдвиговой теории неоднородных оболочек типа Тимошенко. Двумерное уравнение теплопроводности выведено при условии линейного распределения температуры по толщине. Методами интегральных преобразований Фурье и Лапласа найдено решение нестационарной задачи теплопроводности и квазистатической задачи термоупругости для конечной шарнирно опертой круговой цилиндрической оболочки. Числовые результаты приведены для композита металл–керамика.

ANALYSIS OF THE THERMOELASTIC STATE OF THE INHOMOGENEOUS THROUGH THE THICKNESS OF THE ISOTROPIC CYLINDRICAL SHELL

The stress-deformed state of a functionally graded isotropic circular closed cylindrical shell subjected to local heating of the outer surface of the environment by means of convective heat transfer is investigated. For the study, the mathematical model of the shear theory of inhomogeneous shells of the Tymoshenko type is used. The two-dimensional heat equation is deduced under the linear distribution of temperature over the thickness. By methods of Fourier and Laplace integral transformations the solution of the non-stationary heat conduction problem and the quasi-static thermoelasticity problem for a finite simply supported circle cylindrical shell is obtained. Numerical results are presented for metal–ceramic composites.

Нац. ун-т «Львівська політехніка», Львів
Одержано
09.10.18