

## ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ГОФРУВАННЯ НА ОСНОВНУ ВЛАСНУ ЧАСТОТУ ЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ВИДОВЖЕНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПАНЕЛЕЙ

*Проаналізовано залежність між основною власною частотою лінійних коливань видовжених кругових циліндричних панелей та амплітудою й частотою гофрування. Встановлено значення частоти гофрування, за якого власна частота коливань досягає мінімуму. Виявлено значення частоти та амплітуди гофрування, коли власна частота досягає максимуму.*

**Ключові слова:** гофрована циліндрична панель, лінійні коливання, власна частота, амплітуда гофрування, частота гофрування, амплітудно-частотні характеристики.

**Вступ.** Забезпечити необхідну жорсткість у заданому напрямку гладких оболонок обертання, зокрема широко застосовуваних циліндричних, шляхом підбирання під час виготовлення пружних характеристик використовуваного матеріалу не завжди можливо. Тому в поєднанні з вищезазначеним підходом все частіше вживають методи ускладнення геометрії серединних поверхонь оболонок. Серед них слід виокремити метод гофрування [1, 2, 4, 6–8]. Відмітимо, що гофровані оболонки на сьогодні досліджені недостатньо, особливо за динамічного деформування та коливань.

Щоб уникнути резонансних явищ в експлуатаційних умовах за дії вібраційних навантажень, необхідно на стадії проектування визначати спектри власних частот вказаних конструктивних елементів. Дослідженню коливань гофрованих циліндричних оболонок присвячені праці [3, 5, 9–12, 14–16]. Нижче на основі запропонованої раніше моделі деформування [13, 17] вивчено вплив частоти та амплітуди гофрування на основну власну частоту видовженої гофрованої у коловому напрямку циліндричної панелі.

**1. Формулювання задачі.** Розглянемо пружний тонкий видовжений циліндричний гофрований шар  $V = \{(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) : \alpha_1 \in [0, L], \alpha_2 \in [-\infty, +\infty], \alpha_3 \in [-h/2, h/2]\}$ , де система координат  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  відповідає циліндричній системі  $(\varphi, z, r)$  [16],  $L$  – довжина дуги напрямної;  $h$  – товщина шару.

Залежності між декартовою  $(x_1, x_2, x_3)$  і локальною  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  системами координат мають вигляд

$$\begin{aligned} x_1 &= (qR + g_A \cos(g_v \theta)) \cos(\theta), \\ x_2 &= \alpha_2, \\ x_3 &= (qR + g_A \cos(g_v \theta)) \sin(\theta), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\theta = \theta(\alpha_1) = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{R} \left( \frac{L}{2} - \alpha_1 \right)$ ;  $q = q(\alpha_3) = (R + \alpha_3) \frac{1}{R} = 1 + \frac{1}{R} \alpha_3$ ;  $g_A$  – амплітуда гофрування (рис. 1а);  $g_v$  – його частота;  $R$  – відстань від осі до напрямної циліндричного шару (рис. 1б).

Динамічний напружено-деформований стан шару описують вектор пружного переміщення  $\vec{u}$ , тензор деформацій  $\varepsilon = \varepsilon_{ij} \vec{R}^i \vec{R}^j = \varepsilon^{ij} \vec{R}_i \vec{R}_j$  і тензор напружень  $\Sigma = \sigma_{ij} \vec{R}^i \vec{R}^j = \sigma^{ij} \vec{R}_i \vec{R}_j$ , де  $\vec{R}^i, \vec{R}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , – контраваріантні та коваріантні базисні вектори системи  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

✉ v.pakosh@ukr.net

Компоненти тензора деформацій визначимо через компоненти вектора переміщень точок шару так:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i u_j + \nabla_j u_i), \quad (2)$$

де  $u_i$  – коваріантні компоненти вектора переміщень,  $\nabla_i$  означає коваріантну похідну в системі координат  $\alpha_i$  [16]:

$$\nabla_j u_i = \frac{\partial u_i}{\partial \alpha_j} - u_k G_{ij}^k. \quad (3)$$

Тут  $G_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , – символи Крістофеля другого роду, які визначають через компоненти метричного тензора  $G = g_{ij} \vec{R}^i \vec{R}^j = g^{ij} \vec{R}_i \vec{R}_j$ ,

$$G_{ij}^k = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^3 g^{mk} \left[ \frac{\partial g_{im}}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial g_{jm}}{\partial \alpha_i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial \alpha_m} \right], \quad (4)$$

а компоненти метричного тензора – за формулами

$$g_{ij} = \vec{R}_i \vec{R}_j.$$

Компоненти тензора напружень знаходять через компоненти тензора деформацій за узагальненим законом Гука, який у тензорному формулюванні в тривимірному випадку має вигляд

$$\Sigma = C : \varepsilon$$

або у покомпонентній формі:

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (5)$$

де  $C$  – тензор пружних характеристик анізотропного шару.

Рівняння руху точок шару такі:

$$\operatorname{div} \Sigma = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (6)$$

де  $\rho$  – густина шару;  $t$  – змінна за часовою координатою.

Постійні в загальних інтегралах диференціальних рівнянь визначають з граничних умов на поверхнях шару  $S_{\pm}$ , що описується рівнянням  $\alpha_3 = \pm \frac{h}{2}$ , а на боковій поверхні –  $\Omega = \Omega_{\sigma} + \Omega_u$  та початкових умов. Граничні умови записують у вигляді

$$\sigma^{3i}(\alpha_1, \alpha_2, \pm \frac{h}{2}, t) = X_{3i}^{\pm}(\alpha_1, \alpha_2, t), \quad (7)$$

$$i = 1, 2, 3, \quad \alpha_1 \in [\alpha_1^0, \alpha_1^1], \quad \alpha_2 \in [\alpha_2^0, \alpha_2^1];$$

$$\sigma^{im}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, t) n_i = f^m(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, t), \quad (8)$$

$$i = 1, 2, 3, \quad m = 1, 2, 3, \quad (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \in \Omega_{\sigma};$$

$$u^i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, t) = g^i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, t), \quad i = 1, 2, 3, \quad (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \in \Omega_u, \quad (9)$$

де  $n_i$  – коваріантні компоненти вектора одиничної нормалі до бокової поверхні  $\Omega_{\sigma}$  шару;  $X_{3i}^{\pm}$  – компоненти вектора напруження на лицевих поверхнях  $S_{\pm}$ ;  $f^m$  – компоненти вектора зусиль, що діють на бокову поверхню деформованого шару;  $g^i$  – компоненти вектора пружного переміщення точок частини бокової поверхні  $\Omega_u$ .

Рівняння руху (6) разом зі співвідношеннями (2) і (5) та граничними умовами (7)–(9) описують лінійні поперечні коливання середнього перерізу шару, якщо початкові умови в момент часу  $t = t_0$  задають так:

$$\begin{aligned} u^i \Big|_{t=t_0} &= u_0^i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3); \\ \frac{\partial u^i}{\partial t} \Big|_{t=t_0} &= v_0^i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (10)$$

Тут  $u_0^i$  і  $v_0^i$  – задані функції.

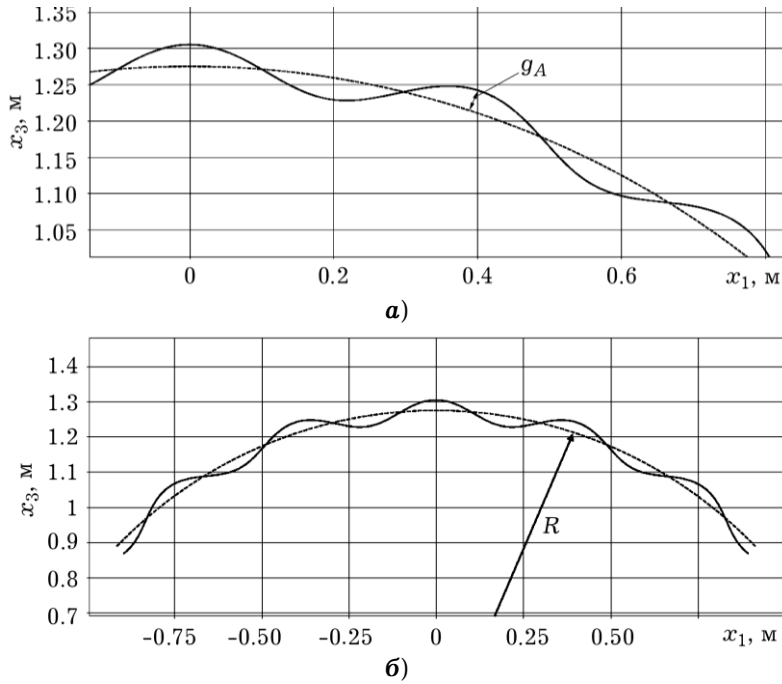


Рис. 1. Геометричні характеристики серединної поверхні гофрованого циліндричного шару за частоти гофрування  $g_v = 20$  при  $L = 2$  м,  $h = 0.05$  м,  $R = 1.5$  м,  $g_A = 0.03$  м.

## 2. Розв'язування задачі.

**Коефіцієнти Ламе гофрованої серединної поверхні шару.** Для запису рівнянь коливань (6) у локальній системі координат, зв'язаній з гофрованою серединною поверхнею циліндричного шару, необхідно знайти вирази для коефіцієнтів Ламе. Для цього подамо співвідношення (1) у вигляді

$$\bar{R} = \bar{r}(\alpha_1) + \alpha_3 \bar{n}(\alpha_1), \quad (11)$$

де  $\bar{r}(\alpha_1)$  – радіус-вектор дотичної, а  $\bar{n}(\alpha_1)$  – вектор нормалі до напрямної.

Для радіус-вектора серединної поверхні гофрованого шару маємо:

$$\begin{aligned} \bar{r}(\alpha_1) &= (R + g_A \cos(g_v \theta)) \cos(\theta) \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \\ &+ (R + g_A \cos(g_v \theta)) \sin(\theta) \bar{e}_3, \end{aligned} \quad (12)$$

де  $\bar{e}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , – базові вектори декартової системи координат.

Із (12) шляхом диференціювання отримуємо вираз для радіус-вектора дотичної до серединної поверхні:

$$\bar{r}'(\alpha_1) = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \alpha_1} = (w \sin(\theta) + z \cos(\theta)) \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + (-w \cos(\theta) + z \sin(\theta)) \bar{e}_3, \quad (13)$$

де

$$w = 1 + \frac{g_A}{R} \cos(g_v \theta), \quad z = \frac{g_A g_v}{R} \sin(g_v \theta). \quad (14)$$

З урахуванням (13) вираз для нормалі до серединної поверхні буде:

$$\bar{n}(\alpha_1) = \frac{w \cos(\theta) - z \sin(\theta)}{\sqrt{w^2 + z^2}} \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \frac{w \sin(\theta) + z \cos(\theta)}{\sqrt{w^2 + z^2}} \bar{e}_3. \quad (15)$$

Формула (15) дає змогу отримати параметри Ламе для точок видовженого тонкого гофрованого циліндричного шару:

$$H_1 = A(\alpha_1)(1 + K(\alpha_1)\alpha_3), \quad H_2 = 1, \quad H_3 = 1, \quad (16)$$

де  $A(\alpha_1)$  – коефіцієнт першої квадратичної форми, а  $K(\alpha_1)$  – головна кривина в напрямку координати  $\alpha_1$  серединної гофрованої поверхні [16]:

$$A(\alpha_1) = \sqrt{w^2 + z^2}, \quad K(\alpha_1) = \frac{\left(wy + \frac{2}{R}z^2\right)}{(w^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (17)$$

Тут  $w$  і  $z$  визначають за формулами (14), а  $y = -\frac{1}{R}w + \frac{g_A g_v^2}{R^2} \cos(g_v \theta)$ .

**Варіаційне формулювання задачі.** Підставляючи вирази (16) для коефіцієнтів Ламе точок тонкого пружного гофрованого шару в рівняння коливань (6), одержимо систему двох диференціальних рівнянь у частинних похідних для компонент  $u_1, u_3$  вектора переміщень (вважаємо, що граничні та початкові умови не залежать від координати  $\alpha_2$ , та покладемо  $u_2 = 0$  і  $\frac{\partial}{\partial \alpha_2} u_i = 0$ ,  $i = 1, 3$ ). Отримані рівняння матимуть змінні коефіцієнти складної структури, що утруднює їхнє пряме інтегрування і виникає потреба в числових методах для розв'язування задачі відшукування власних частот. Одним з найефективніших тут є метод скінченних елементів. Для його використання сформулюємо варіаційну задачу, що базується на принципі віртуальної роботи: знайти такий вектор

$$\bar{u} = \bar{u}(\alpha_1, \alpha_3, t) = (u_1(\alpha_1, \alpha_3, t), u_3(\alpha_1, \alpha_3, t))^T, \\ \bar{u} \in D = \{\bar{u} : \bar{u} \in W_2^{(1)}; \bar{u} = 0, (\alpha_1, \alpha_3) \in \partial\Omega_u, \forall t\},$$

для якого виконується рівняння

$$\int_V \delta E : \Sigma dV + \int_V \rho \delta \bar{u} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} dV = \int_{\Omega_\sigma} \delta \bar{u} \cdot \bar{f} dS, \quad (18)$$

де  $W_2^{(1)}$  – простір Соболева;  $\Sigma$  – тензор напружень;  $\delta E$  – варіація тензора лінійних деформацій, яка відповідає варіації переміщень  $\delta \bar{u}$ .

Оскільки за вільних коливань навантаження на шар відсутні, то рівнянням (8) надамо вигляду

$$\int_V \delta E : \Sigma dV + \int_V \rho \delta \bar{u} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} dV = 0. \quad (19)$$

**Зведення двовимірної задачі до одновимірної.** Якщо товщина шару  $h$  значно менша за довжину дуги перерізу  $\alpha_2 = 0$  серединної поверхні  $\alpha_3 = 0$  (тобто, справедлива нерівність  $h/L \ll 1$ ), можна вважати компо-

ненти вектора переміщень  $u_1, u_2$  розподіленими за квадратичним законом вздовж координати  $\alpha_3$  [17]:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(\alpha_1, \alpha_3, t) = u_{10}(\alpha_1, t) + P_0(\alpha_1) + \\ &\quad + u_{11}(\alpha_1, t) + P_1(\alpha_3) + u_{12}(\alpha_1, t) + P_2(\alpha_3); \\ u_3 &= u_3(\alpha_1, \alpha_3, t) = u_{30}(\alpha_1, t) + P_0(\alpha_3) + \\ &\quad + u_{31}(\alpha_1, t) + P_1(\alpha_1) + u_{32}(\alpha_1, t) + P_2(\alpha_3), \end{aligned} \quad (20)$$

де поліноми

$$\begin{aligned} P_0(\alpha_1) &= 1/2 - \alpha_3/h; \quad P_1(\alpha_1) = 1/2 + \alpha_3/h; \\ P_2(\alpha_1) &= 1 - 2(\alpha_1/h)^2, \end{aligned} \quad (21)$$

а коефіцієнти  $u_{ij}(\alpha, t)$ ,  $i = 1, 3$ ;  $j = 0, 1, 2$ , – невідомі.

Після підставлення (20) у (2) можна отримати вираз для компонент тензора деформацій  $E$ , які залежать лише від однієї координати  $\alpha_1$ . Відповідно з (5) дістанемо вирази для компонент тензора напружень  $\Sigma$ . Тоді після використання вказаних виразів у (19) та інтегрування за змінною  $\alpha_3$  одержимо:

$$\int_0^L \bar{\varepsilon}' C' \cdot \bar{\varepsilon} \delta u' A(\alpha_1) d\alpha_1 + \int_0^L \rho B' \cdot \frac{\partial^2 u'}{\partial t^2} A(\alpha_1) d\alpha_1 = 0, \quad (22)$$

де

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}' &= (\varepsilon_{110}, \varepsilon_{111}, \varepsilon_{112}, \varepsilon_{330}, \varepsilon_{331}, \varepsilon_{332}, \varepsilon_{130}, \varepsilon_{131}, \varepsilon_{132})^\top; \\ \bar{u}' &= \left( u_{10}, \frac{du_{10}}{d\alpha_1}, u_{11}, \frac{du_{11}}{d\alpha_1}, u_{12}, \frac{du_{12}}{d\alpha_1}, u_{30}, \frac{du_{30}}{d\alpha_1}, u_{31}, \frac{du_{31}}{d\alpha_1}, u_{32}, \frac{du_{32}}{d\alpha_1} \right)^\top; \end{aligned}$$

$C'$  – блочна матриця розміром  $9 \times 9$ :

$$C' = \begin{pmatrix} C_{11}^1 & C_{13}^1 & 0 \\ C_{13}^1 & C_{133}^1 & 0 \\ 0 & 0 & C_{55}^1 \end{pmatrix}, \quad C'_{ij} = C'_{ij} h \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 & 1/3 \\ 1/6 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 8/15 \end{pmatrix},$$

$C'_{ij}$  – елементи матриці пружних характеристик ортотропного матеріалу шару при  $i, j = 1, 3, 5$ , що записана через компоненти тензора  $e$  (5);

$B'$  – блочна матриця розміром  $12 \times 12$ :

$$B' = \begin{pmatrix} B_0 & 0 \\ 0 & B_0 \end{pmatrix},$$

а матриця  $B_0$  розмірності  $6 \times 6$  має вигляд

$$B_0 = h \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 1/6 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/6 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 8/15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, рівняння (22) є одновимірною варіаційною задачею про вільні коливання видовженої гофрованої циліндричної панелі, побудованою

з використанням квадратичних апроксимацій переміщень за нормальною координатою до серединної поверхні розглянутого тонкого ортотропного пружного шару.

**Метод розв'язування.** Для відшукування спектра власних частот розглянутої видовженої панелі застосовуємо одновимірну схему методу скінченних елементів, використовуючи ізопараметричні лінійні елементи [13]. В результаті задачу зведемо до відшукування коренів рівняння

$$\det |KU + \omega^2 MU| = 0, \quad (23)$$

де  $U$  – вектор вузлових значень коефіцієнтів  $u_{ij}$ ,  $i = 1, 3$ ,  $j = 0, 1, 2$  з формул (20)–(23) за врахування відомих із головних крайових умов (9);  $K, M$  – матриці жорсткості і мас відповідно. Мінімальну першу власну частоту знаходимо за алгоритмом, апробованим раніше [13].

**3. Числові результати та висновки.** Розглянуто гофровану в коловому напрямку видовжену циліндричну панель з довжиною  $L = 2$  м дуги напрямної, радіусом  $R = 1.25$  м серединної поверхні оболонки, лицеві поверхні якої перетинають вершини гофрів, і пружними характеристиками:  $\nu_{13} = 0.3$ ,  $E_1 = 2.1 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>,  $G_{13} = 8.1 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup> та густиною  $\rho = 8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Товщина панелі  $h = 0.05$  м, а амплітуда гофрування  $g_A = 0.03$  м.

Для знаходження власних частот застосовували розбиття на 200 скінченних лінійних ізопараметричних елементів по координаті  $\alpha_1$ .

Досліджували вплив частоти гофрування  $g_v$  на лінійні вільні коливання оболонки. У табл. 1 наведено значення найменшої лінійної власної частоти  $\omega_1 = \omega_{\min}$  для різних значень  $g_v$ .

Таблиця 1. Залежність найменшої власної частоти  $\omega_{\min}$  від частоти гофрування  $g_v$  оболонки

$g_v$	2	4	6	8	15	20	50	80	100	200	300	500
$\omega_{\min}$ , Гц	105	98	92	110	132	217	2588	8007	11138	20220	18239	12042

Як видно з результатів табл. 1 та рис. 2, мінімум власної частоти  $\omega_{\min}$  досягається при  $g_v = 6$ , що збігається з висновками праці [11]. Також з рис. 2б можна зробити висновок, що за частоти гофрування  $g_v \rightarrow \infty$  величина  $\omega_{\min}$  прямує до певного значення, більшого за першу власну частоту коливань негофрованої кругової циліндричної панелі.

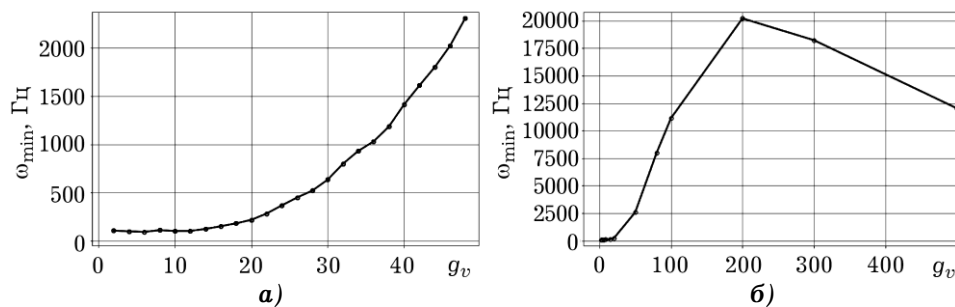
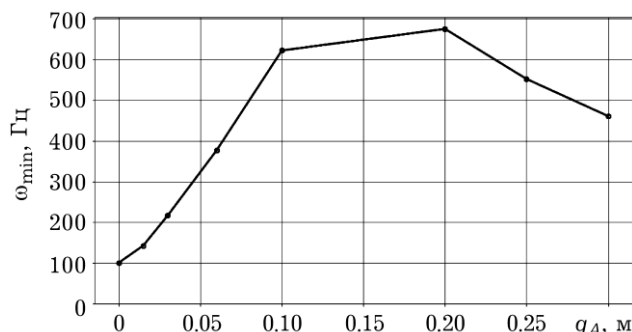


Рис. 2. Залежність найменшої власної частоти  $\omega_{\min}$  від частоти гофрування  $g_v$  циліндричної панелі.

Таблиця 2. Залежність найменшої власної частоти  $\omega_{\min}$  від амплітуди гофрування  $g_A$  панелі

$g_A$ , м	0	0.015	0.03	0.06	0.1	0.2	0.25	0.3
$\omega_{\min}$ , Гц	101	143	217	377	622	675	552	461

Рис. 3. Залежність найменшої власної частоти  $\omega_{\min}$  від амплітуди гофрування  $g_A$  циліндричної панелі.

Досліджено вплив амплітуди гофрування  $g_A$  на значення мінімальної власної частоти вільних коливань панелі. Якщо  $g_A = 0$ , циліндрична панель негофрована.

З результатів табл. 2 та рис. 3 можна зробити висновок, що найжорсткішою, тобто з найбільшою основною власною частотою, розглянута гофрована циліндрична панель стає за частоти гофрування  $g_A = 0.2$  м.

1. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов. – Москва: Машиностроение, 1981. – 392 с.
2. Большая энциклопедия нефти и газа. Гофрообразование. [Электронный ресурс] URL: <https://www.ngpedia.ru>
3. Ватульян К. А., Макаров С. С., Устинов Ю. А. Собственные колебания ортотропных гофрированных оболочек вращения // Прикл. механика и техн. Физика. – 2016. – 57, № 6. – С. 180–188. – <https://doi.org/10.15372/PMTF20160620>  
Te same: Vatulyan K. A., Makarov S. S., Ustinov Y. A. Natural vibrations of corrugated orthotropic shells of revolution // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 2016. – 57, P. 1118–1125. – <https://doi.org/10.1134/S0021894416060201>
4. Гейзенблазен Р. Е. Устойчивость и параметрические колебания продольно гофрированных цилиндрических оболочек с начальными неровностями // Иссл. по теории колебаний и динамике мостов: Тр. ДИИТа. – 1966. – № 64. – С. 79–80.
5. Долгих Д. В., Киселев В. В. Управление деформированием круговой цилиндрической оболочки // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2019. – № 6. – С. 54–67. – <https://doi.org/10.1134/S0572329919060072>
6. Левчук С. А. Деформирование гофрированных оболочек // Сб. науч. тр., посвященных 10-летию университета. – Запорожье: Запорож. гос. ун-т, 1995. – С. 50–54.
7. Макаров С. С., Устинов Ю. А. Некоторые результаты исследований устойчивости гофрированных оболочек // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2015. – № 2. – С. 65–70. – <http://vestnik.kubsu.ru/article/view/652/1068>
8. Макаров С. С., Устинов Ю. А. О методах исследования устойчивости гофрированных оболочек вращения // Докл. АН РАН. – 2014. – 459, № 4. – С. 432–436. – <https://doi.org/10.7868/S0869565214340118>
9. Макаров С. С., Устинов Ю. А. Собственные колебания гофрированных оболочек // Тез. докл. X Всерос. школы-семинара «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете». – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2015. – С. 69.

10. Пузырев С. В. О свободных колебаниях некруговых цилиндрических оболочек с гофрированным эллиптическим сечением // Зб. наук. пр. Нац. ун-ту кораблебудування. – 2013. – № 1. – С. 47–53.  
– [http://nbuv.gov.ua/UJRN/znrpuk\\_2013\\_1\\_11](http://nbuv.gov.ua/UJRN/znrpuk_2013_1_11)
11. Пузырев С. В. Исследование свободных колебаний гофрированных цилиндрических оболочек // Теорет. и прикл. механика. – 2010. – **1**, № 47. – С. 106–113.
12. Семенюк Н. П., Бабич И. Ю., Жукова Н. Б. Свободные колебания гофрированных цилиндрических оболочек // Прикл. механика. – 2005. – **41**, № 5. – С. 58–67.
13. Goriachko T., Marchuk M. Influence of Discreteness of the Structure by Thickness on the Amplitude-Frequency Characteristics for Elongated Cylindrical Panels at Geometrically Nonlinear Vibrations // Proc. of the V Inter University Conference «Engineer of XXI Century». – Bielsko-Biala, 2015. – P. 201–208.
14. Гулгазарян Г. Р., Гулгазарян Л. Г. Волны типа Рэлея в полубесконечной гофрированной цилиндрической оболочке // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2001. – No. 3. – С. 151–158.  
*Te same:* Gulgazaryan G. R., Gulgazaryan L. G. Waves of Rayleigh type in a semi-infinite corrugated cylindrical shell // Mech. Solids. – 2001. – **36**, No. 3. – P. 128–134.
15. Kim Young-Wann. Vibration analysis of longitudinally corrugated cylindrical shells // Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng. – 2016. – **26**, No. 7. – P. 851–856.  
– <http://dx.doi.org/10.5050/KSNVE.2016.26.7.851>
16. Marchuk M., Goriachko T., Pakosh V. Geometrically nonlinear free transversal vibrations of thin-walled elongated panels with arbitrary generatrix // Vibrations in Physical Systems. – 2014. – **26**. – P. 153–160.  
– [http://vibsys.put.poznan.pl/\\_journal/2014-26/articles/vibsys\\_2014-ch19.pdf](http://vibsys.put.poznan.pl/_journal/2014-26/articles/vibsys_2014-ch19.pdf)
17. Marchuk M., Goriachko T., Pakosh V. Natural frequencies of layered elongated cylindrical panels for geometrically nonlinear deformation at discrete consideration of components // Vibrations in Physical Systems. – 2016. – **27**. – P. 255–264. – [http://vibsys.put.poznan.pl/\\_journal/2016-27/articles/vibsys\\_2016-ch32.pdf](http://vibsys.put.poznan.pl/_journal/2016-27/articles/vibsys_2016-ch32.pdf)

#### ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГОФРИРОВАНИЯ НА ОСНОВНУЮ СОБСТВЕННУЮ ЧАСТОТУ ЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ УДЛИНЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ

Проанализирована зависимость между основной собственной частотой линейных колебаний удлиненных круговых цилиндрических панелей и амплитудой, а также частотой гофрирования. Установлено значение частоты гофрирования, при котором собственная частота колебаний достигает минимума. Найдено значение частоты и амплитуды гофрирования, когда собственная частота достигает максимума.

**Ключевые слова:** гофрированная цилиндрическая панель, линейные колебания, собственная частота, амплитуда гофрирования, частота гофрирования, амплитудно-частотные характеристики.

#### THE INFLUENCE OF PARAMETERS OF CORRUGATION ON THE FUNDAMENTAL NATURAL FREQUENCY OF LINEAR VIBRATIONS OF ELONGATED CYLINDRICAL PANELS

The relationship between the fundamental natural frequency of linear vibrations of elongated circular cylindrical panels and the amplitude, as well as the frequency of corrugation, is analyzed. The corrugation frequency is set at which the natural frequency of vibrations reaches a minimum. The frequency and amplitude of the corrugation at which the natural frequency reaches the maximum value are revealed.

**Key words:** corrugated cylindrical panel, linear vibrations, natural frequency, corrugation amplitude, corrugation frequency, amplitude-frequency characteristics.

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів;

<sup>2</sup> Нац. ун-т «Львівська політехніка», Львів;

<sup>3</sup> Тернопільський нац. економічний ун-т, Тернопіль