Н. Ахіезер (Київ).

Про одну теорему M. Brillouin'a.

Як відомо, теорія розривних рухів рідини з самого свого повстання зустріла чимало противників. Головний з них, лорд Kelvin, заперечував стійкість розривних рухів і навіть саму їх можливість, що протирічить його принципу minimum'a кінетичної енергії.

Інтересна з цього погляду стаття M. Brillouin'a,[1]) що відкидає заперечення Kelvin'a та доводить, що саме розривні рухи відповідають minimum кінетичної енергії.

M. Brillouin припускає, що тіло перебуває в покої й струя на нього набігає.

Взявши контрольну поверхню великих розмірів, він вираховує ріжницю E між кінетичною енергією частини струї, що набігає на тіло й знаходиться в середині контрольної поверхні, і кінетичною енергією тієїж частини струї при відсутности тіла.

cette expression devient, par une transformation connue:

$$E = \frac{\rho}{2} \iint \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n_e} ds - \frac{\rho}{2} U^2 V. \text{ }^{2})$$

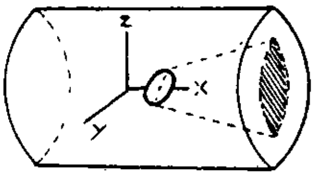
A la surface des obstacles la vittesse normale $\frac{\partial \Phi}{\partial n_e}$ est nulle; ceux-ci ne donnent donc rien dans le premier terme.

Prenons comme surface limite très éloignée un cylindre à génératrices parallèles au courant, et deux sections droits d'aire s; le cylindre ne donne rien; les bases sont des surfaces de niveau, et la différence des valeurs de Φ est Uh, en appelant h la longueur des génératrices, puisque

---

[1]) L'énergie cinétique dans les mouvements continus et dans les mouvements glissants des liquides (An. de chim. et de phys., 1911 p. 433—440). Цей довід для двох вимірів вміщено в 3 томі механіки Appell'я в розділі, що редагував H. Villat (p. 529—530, вид. 1921 р.).

[2]) V є обсяг частини простору в середині контрольної поверхні.



la vitesse est restée égale à U tout le long de ces génératrices très éloignées des obstacles; la vitesse normale aux bases est U; la prémière intégrale est donc égale à $Uh \,.\, Us = U^2 V$, où V designe toujours le volume total du cylindre frontière éxterieure. E est donc nul“.

Отже $\qquad E_{\text{cont.}} = 0$

Далі доводиться, що $E_{\text{disc.}} < 0$, так що

$$E_{\text{disc}} < E_{\text{cont.}}$$

Зрозуміло, що цей результат повинен не залежати від вигляду контрольної поверхні. В цьому M. Brillouin вбачає спростування заперечення лорда Kelvin'a.

На нашу думку це міркування не спростовує заперечення Kelvin'a навіть в тому разі, колиб воно було вірно, бо Kelvin і M. Brillouin говорять про різні речі. Покажім одначе на простому прикладі, що рівність

$$E_{\text{cont.}} = 0,$$

загалом кажучи, не вірна.

Візьмім кулю з лучем a. Скорість рідини на безмежности нехай буде U, за контрольну поверхню візьмім концентричну кулю з лучем R.

Матимемо[1]:

$$\Phi = U \cos \Theta \left(r + \frac{a^3}{2r^2}\right)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n_e} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = U \cos \Theta \left(1 - \frac{a^3}{r^3}\right).$$

Елемент поверхні кулі є

$$ds = 2\pi R^2 \sin \Theta \,.\, d\Theta,$$

при чім Θ змінюється від 0 до π.

Отже

$$E = \frac{\varrho}{2}\iint \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n_e} ds - \frac{\varrho}{2} U^2 V = \frac{2\pi}{3}\varrho \left(R^3 - \frac{a^3}{2} - \frac{a^6}{2R^3}\right) U^2 - \frac{2\pi}{3}\varrho R^3 U^2$$

$$\sim - \frac{\pi\varrho}{3} a^3 U^2, \text{ а не нуль.}$$

---

[1]) H. Lamb. Hydrodynamics. 1895, p. 130.