UKRAINISCHE ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN IN LEMBERG.
(ČARNIECKI-GASSE № 26).

SITZUNGSBERICHTE

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SEKTION.

HEFT IX.

(JÄNNER 1928 — AUGUST 1928).

REDIGIERT

VOM VORSTAND DER MATH.-NATURWISS.-ÄRZTLICHEN SEKTION.

LEMBERG, 1928.
VERLAG UND BUCHDRUCKEREI DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT
DER WISSENSCHAFTEN IN LEMBERG.

I.

Sitzungen der mathematisch-naturwissenschaftlich-ärztlichen Sektion.

CXLII. Sitzung am 4. Jänner 1928.
Vorsitzender Hr. Levyćkyj.

1. Der Vorsitzende widmet einen Nachruf dem wirklichen Mitglied der Gesellschaft weil. Professor Wladimir Bechtereff (Leningrad). Einen Vortrag über die wissenschaftliche Bedeutung des Verstorbenen hält Prof. Dr. St. Baley.

2. Auf Grund des Gutachtens des Hrn. Zaryćkyj wurde beschlossen, die Arbeit des Hrn. Gurgula (conf. Sitzungsberichte VIII. S. 21) zu veröffentlichen.

3. Hr. Zaryćkyj berichtet über seine Untersuchungen, betreffend den Begriff der Kohärenz als Basis der Topologie. Die Arbeit selbst erscheint später.

4. Das Projekt der Terminologie der wirbellosen Tiere (conf. Sitzungsberichte VIII. S. 21) wurde mit entsprechenden Anmerkungen der Sektion der ukrainischen Akademie der Wissenschaften in Kyjiv zurückgesendet.

BERICHT.

Eine spezielle cycloidale Kurve
(von G. Gurgula).

In der vorgelegten Abhandlung wurde zuerst im kurzen Umrisse die Theorie einer speziellen Abart der Rollkurven in den natürlichen Koordinaten entwickelt, die entstehen, wenn ein Kreis über einen Basiskreis ins Rollen gebracht wird. Im weiteren Verlaufe der Abhandlung wird gezeigt, dass es drei wesentliche Fälle gibt, die sich auf Grund der vorerwähnten Theorie entwickeln lassen; im ersten Falle wird der Radius des rollenden Kreises unendlich gross gemacht, — dann bekommt man eine Evolvente des Basiskreises; im zweiten Falle hat man mit einer Cykloide zu tun (der Radius des Basiskreises wird unendlich gross); schliesslich wird der spezielle Fall behandelt, dass der Radius des Basiskreises unendlich klein wird, oder — mit anderen Worten — dass er verschwindet. Im letzten Falle findet schon keine Abrollung mehr statt, — nur Umdrehung des Kreises Π um den festen Punkt M, der auf dem Umfang dieses Kreises liegen muss. Als Resultat der Umdrehung erhalten wir einen Punkt — nämlich den Punkt M — oder einen Kreis mit dem Radius $= \rho$.

Weiters wurde gezeigt, — dass im Falle der doppelten Umdrehung des Punktes P, und zwar im Falle, da dieser Punkt, auf dem Umfange des rollenden Kreises Π liegend, — nicht nur die Umdrehung um den Punkt M ausführt, sondern auch sich noch um den Mittelpunkt des rollenden Kreises Π dreht, — wir in diesem Falle eine ganz neue Kurve bekommen, und zwar vom Typus einer Schneckenkurve.

In der vorliegenden Arbeit wird auch der Weg angegeben, den man einschlagen soll, um die allgemeine Lösung der Kurven zu erhalten, die entstehen, wenn der beliebige Punkt P — auf der Ebene des rollenden Kreises liegend — nicht nur die Bahn dieses Kreises mitmachen tut, sondern auch um dessen Mittelpunkt sich dreht.

Die Schneckenkurve bildet eben einen Spezialfall der vorerwähnten Kurven.

Die Ableitung der parametrischen Gleichungen (Parameterdarstellungen) dieser Kurve in den Descartesschen und natürlichen Koordinaten sowie eine kurze Discussion dieser Kurve bilden den Abschluss dieser Abhandlung.

CXLIII. Sitzung am 1. Februar 1928.

Vorsitzender Hr. Levyćkyj.

1. Das Erscheinen der Sitzungsberichte Heft VIII., sowie der ärztlichen Sammelschrift V. Heft 3—4 wurde zur Kenntnis genommen.

2. Der Vorsitzende legt die Arbeit des Hrn. K. Tančakivśkyj u. T.: „Electrolysis of the solutions of mercurous salts with the mercury dropping kathode" vor.

Die Arbeit erscheint in der Sammelschrift der Sektion Bd. XXVII in der ukrainischen Sprache.

3. Der Vorsitzende legt den dritten Teil des Wörterbuches der mathematischen Terminologie (Astronomie u. Geodäsie), als Projekt von der Akademie der Wissenschaften in Kyjiv zugesandt, vor. Als Referenten dieses Projektes wurden die Hrn. Dr. Levyćkyj und Dr. Rakovśkyj seitens der Sektion bestimmt.

4. Hr. Dr. Cehelśkyj übergibt einen Entwurf der chemischen Nomenklatur, von der Chemiker-Abteilung der Kyjiver naturwissenschaftlichen Gesellschaft (Referent Prof. Semencoff) der Sektion zugestellt. Hr. Cehelśkyj wird beauftragt, in der nächsten Sitzung der Sektion seine Anmerkungen zu diesem Projekt vorzulegen.

of stirring of the solution deserves a special attention. It shows that the adsorption velocity is very high; unless the velocity of deposition corresponding to a given kathode potential is not too great, the adsorption instantly restores any loss of reducible matter in the interfacial layer so that the stirring is practically useless. But, as soon as the film-isolation on the kathode is formed, the stirring has a great influence on the saturation (diffusion) current since it evidently diminishes the thickness of the film.

Mc Aulay and Bowden studdied recently (Proc. Roy. Soc. May, 1926) the electrolysis of the solutions of mercurous nitrate and nitric acid, and found also the sudden changes of current and kathode potential similar to that described in this communication. But, they attributed this phenomena to the sudden changes in overvoltage. Since before the fall of current only mercury is deposited on the kathode and as J. Heyrovský found the maxima can be observed on current-voltage curves during each. electrodeposition or reduction, the hypothesis of Mc Aulay and Bowden is unjustifiable. The sudden decrease of the mercury electrodeposition has nothing to do with the hydrogen over-voltage.

At the end it must be pointed out that the electrodeposition of mercury from mercurous nitrate solutions seems to proceed in several stages. It can be concluded from the fact that curves of electrodeposition have several inflections (before the fall of the current). The increase of the current at the beginning is due to the discharge of simple mercurous ions; further bends possibly correspond to the discharge of mercury from complex ion. We are not able at present to describe more precisely the nature of these processes.

The author wishes to express his best thanks to Professor J. Heyrovský for the valuable criticism of this work.

Ukrainian Dragomanov Institute
in Prague.

RÉSUMÉ.

Sur la convergence des certaines fractions continues.

(Par M. Krawtschouk).

En se basant sur un critère connu de Pringsheim on peut affirmer que la fraction continue

$$\cfrac{p_1}{z + q_1 - \cfrac{p_2}{z + q_2 - \cfrac{p_3}{z + q_3 - }}} \quad ,$$

converge pour $|z| > R$, si les nombres p_i et q_i vérifient la condition suivante:

$$|p_i| + |q_i| \leqq R + 1$$

En développant la fonction

$$f(z) = \frac{s_0}{z} + \frac{s_1}{z^2} + \frac{s_2}{z^3} +$$

en fraction continue:

$$(1)\qquad \cfrac{s_0}{z - \cfrac{s_1}{s_0} - \cfrac{s_0 s_0^1}{z - \cfrac{s_1^1}{s_0^1} - \cfrac{s_0^1 s_0^2}{z - \cfrac{s_1^2}{s_0^2} - }}}$$

on peut établir que

$$f(z) = \cfrac{s_0}{z - \cfrac{s_1}{s_0} - \cfrac{s_0 s_0^1}{z - \cfrac{s_1^1}{s_0^1} - }}$$

pour $|z|$ assez grand pourvu que les nombres

$$|s_0^{i-1} s_0^i| + \left|\frac{s_1^i}{s_0^i}\right| \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots) \qquad \text{soient bornés.}$$

L'auteur démontre que cette dernière condition est remplie dans le cas

$$s_0 > 0, \qquad s_0^1 > 0, \qquad s_0^2 > 0,$$

ainsi que dans le cas plus général:

$$s_0^k > 0, \qquad s_0^{k+1} > 0, \qquad s_0^{k+2} > 0, .$$

Ce dernières conditions se réduisant aux suivantes:

$$\frac{\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \ldots & s_k \\ s_1 & s_2 & \ldots & s_{k+1} \\ & & & \\ s_k & & \ldots & s_{2k} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \ldots & s_{k-1} \\ s_1 & s_2 & \ldots & s_k \\ \cdot & & & \\ s_{k-1} & s_k & \ldots & s_{2k-2} \end{vmatrix}} > 0, \qquad \frac{\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \ldots & s_{k+1} \\ s_1 & s_2 & \ldots & s_{k+2} \\ & & & \\ s_{k+1} & s_{k+2} & \ldots & s_{2k+2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \ldots & s_{k-1} \\ s_1 & s_2 & \ldots & s_k \\ \cdot & & & \\ s_{k-1} & s_k & \ldots & s_{2k-2} \end{vmatrix}} > 0,$$

$$\frac{\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \ldots & s_{k+2} \\ s_1 & s_2 & \ldots & s_{k+3} \\ \cdot & & & \\ s_{k+2} & s_{k+3} & \ldots & s_{2k+4} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \ldots & s_{k-1} \\ s_1 & s_2 & \ldots & s_k \\ \cdot & & & \\ s_{k-1} & s_k & \ldots & s_{2k-2} \end{vmatrix}} > 0,$$

on parvient de la sorte à la généralisation des inégalités connues

$$s_0 > 0, \qquad \begin{vmatrix} s_0 & s_1 \\ s_1 & s_2 \end{vmatrix} > 0, \qquad \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & s_2 \\ s_1 & s_2 & s_3 \\ s_2 & s_3 & s_4 \end{vmatrix} > 0, \ldots$$

suffisantes pour la convergence de la fraction continue (1).

4. Hr. Polanśkyj berichtet über die Ergebnisse seiner Excursion nach Walawa und Podolien.

5. Es wurde dem polnischen Zoologen Hrn. Dr. Dybowski aus Anlass seines 95-jährigen Geburtstages ein Huldigungsschreiben übersendet.

CXLVIII. Sitzung am 30. Juni 1928.
Vorsitzender Hr. Levyćkyj.

1. Der Vorsitzende legt die Arbeit der Hrn. N. Kryloff u. N. Bogoliuboff u. T.: „Sur quelques critères concernant l'éxistence des dérivées d'une fonction d'une variable réelle" in der französischen Sprache vor.

Die Arbeit erscheint demnächst im Bd. XXVII. der Sammelschrift.

2. Hr. Polanśkyj gibt eine Übersicht seiner Untersuchungen „Der Dryasflora von Walawa und Rudki", sowie über neue Paläolithstationen in Podolien.

3. Hr. Zaryćkyj legt seine Arbeit u. T.: „Die Derivierte und die Kohärenz einer abstrakten Menge" vor.

Die Arbeit erscheint im Bd. XXVII. der Sammelschrift in der ukrainichen Sprache.

4. Hr. W. Kučer berichtet über seine Arbeit u. T.: „Über die Dualität in der Geometrie und Physik", bestimmt für Bd. XXVII. der Sammelschrift (ukrainisch).

5. Hr. Dr. P. Herasymenko (Prag) wurde zum wirklichen Mitglied der Sektion gewählt.

RÉSUMÉ.

Sur quelques critères concernant l'éxistence des dérivées d'une fonction d'une variable réelle.

(Par N. Kryloff et N. Bogoliuboff).

La condition necessaire et suffisante pour que une fonction $y(x)$ possède $(k+1)$-me dérivée presque partout dans $(0, 1)$ est que

$$\sum_{i=0}^{n} \left(\frac{\Delta^{k+1} y(x_i)^2}{\Delta x^{k+1}} \right)^2 \Delta x \leqq \lambda^2$$

oú $\lambda^2 = cost.$

Dryastone am Sanfluss

(von G. Polanśkyj).

Schon anlässlich einer vorläufigen Mitteilung über den Fund des Unterkiefers des fossilen Menschen in Walawa (Sitzungsberichte Heft V. 12.) hat der Referent festgestellt, das die sogenannte „altalluviale

Die Derivierte und die Kohärenz einer abstrakten Grösse

(von M. Zaryckyj).

Der Verfasser untersucht einige allgemeine Eigenschaften des Begriffes einer derivierten Menge, und zwar auf Grund von vier Axiomen des Hrn C. Kuratowski (Fund. Math. III). Im weiteren Verlaufe zeigt der Verfasser, wie man Grundbegriffe der Theorie der abstrakten Mengen mittelst des Kohärenzbegriffes bestimmen kann.

Über die Dualität in der Geometrie und Physik

(von W. Kučer).

Der Begriff der Dualität bezeichnet in der Geometrie den gesetzmässigen Zusammenhang von Lehrsätzen, der in einer paarweisen Zuordnung derselben auf Grund gewisser Begriffsvertauschungen besteht. Es gibt Dualität im geometrischen und im metrischen Sinne. *Das Dualitätsprinzip vereinfacht die Disziplin in der Weise,* in dem es die ganze Fülle von Lehrsätzen in zwei grosse Gruppen aufspaltet, die einander gegenübergestellt sind. Die Kenntnis der Begriffe einer Gruppe zieht die der andern unmittelbar nach sich, sobald man über diese Begriffslegende verfügt.

Die Arbeiten von H. Minkowski, so wie auch die Relativitätstheorie Einsteins haben den Weg gezeigt, der aus dem Bereiche des physikalischen Geschehens in das Gebiet der Geometrie hinüberleitet. Wenn die spezielle Relativitätstheorie schon die Dualität zwischen Sätzen der Physik und solchen der euklidischen Geometrie ergibt, so rückt durch allgemeine Relativitätstheorie diese Dualität ins hellste Licht; man muss aber hier den Boden der euklidischen Geometrie verlassen und eine allgemeinere, die Riemannsche, an ihre Stelle setzen.

Die eigenartige Natur des euklidischen Raumes tritt in seiner Massbestimmung: $d^2 = x_1{}^2 + x_2 + x_3{}^2$, in der d den Abstand des Punktes (x_1, x_2, x_3) vom Koordinatenursprunge bedeutet, hervor. Diese metrische Fundamentalform des euklidischen Raumes ist eine Invariante gegenüber beliebigen Verschiebungen des Koordinatensystemes. — Die dreidimensionale Welt, die auf den dreidimensionalen Raum abbildbar sein kann, besitzt eine derartige Massbestimmung in der quadratischen Form: $s^2 = x_1{}^2 + x_2{}^2 - c^2t^2$, wo c die Lichtgeschwindigkeit ist; s bedeutet hier Raum-Zeit-Abstand das Weltpunktes (x_1, x_2, t) vom Koordinatenursprunge. Diese Form bildet eine Invariante jeder Transformation zwischen zwei Koordinatensystemen, die sich gegeneinander in gleichförmiger Translation befinden, sie schafft also eine von Koordinatensystemen unabhängige Metrik in der Welt; sie überbrückt den Weg der Physik in das Gebiet der Geometrie und dies geschieht durch Substitution: $x_3{}^2 = -c^2t^2$, welche dem Raume die Welt dual gegenüber stellt. Man erkennt also, dass einer Geraden im Raume in der Physik eine gleichförmige Bewegung dual entspricht; zu einer Drehung des Koordinatensystems steht die Lorentz Transformation dual, dem Additionstheorem der Tangenten-