АНАЛІЗ ЕКОНОМІЧНОЇ РІВНОВАГИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СПОЖИВАННЯ ТИПУ КОБА-ДУГЛАСА З НЕЧІТКО ЗАДАНИМИ ПАРАМЕТРАМИ АСОЦІЙОВАНОЇ ФІНАНСОВОЇ МЕРЕЖІ

©2011 р. Іван ТВЕРДОХЛІБ[1], *Мирослава ВОВК*[2], *Микола ПРИТУЛА*[3], *Ярема ПРИКАРПАТСЬКИЙ*[4]

[1,3]Львівський Національний Університет імені Івана Франка,
вул. Університетська 1, Львів 79000
email: *i-tverdok@mail.ru, pmm@franko.lviv.ua*
[2]Національний університет „Львівська Політехніка",
вул. Бандери 12, Львів 79013
email: *vovk@litech.lviv.ua*
[4]Інститут математики НАН України,
вул. Терещенківська 3, Київ 01601
Державний педагогічний університет імені Івана Франка,
вул. Франка 24, Дрогобич 82100
Рільничий університет, Краків 30062, Польща
email: *yarpry@gmail.com*

Редакція отримала статтю 27 жовтня 2011 р.

УДК: 519.21+519.6; MSC 2000: 60J20
Ключові слова і фрази: математична модель споживання типу Коба-Дугласа, глобальна функція, оптим-параметри економічної рівноваги моделі

Досліджується економічна рівновага математичної моделі споживання типу Коба-Дугласа та аналізується її економічна рівновага за допомогою асоційованої з нею фінансової мережі. На основі сконструйованої глобальної функції цілі та відповідної проблеми математичного програмування і поліваріантної теорії ігор розв'язуєтся задача опису оптимальних параметрів моделі та цінового вектора при умові економічної рівноваги. Сформульована відповідна задача пошуку оптим-параметрів економічної рівноваги моделі на основі теорії нечітких множин та теорії нечіткого математичного програмування. Дано аналіз параметрів пріорітетів товарного споживання, використовуючи результати теорії прийняття рішень в рамках нечітко заданих альтернатив.

Вступ

Як добре відомо, загальна проблема економічної рівноваги в класичній постановці полягає в максималізації прибутку стосовно бюджетних обмежень та обмеженого числа товарних одиниць. Щоб ідентифікувати відповідну структуру фінансової мережі проблеми максималізації фіксованого числа економічних агентів, необхідно сформулювати основні [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] умови, що мають вплив на економічну рівновагу, та встановити властиву цільову функцію для постановки адекватної оптимізаційної проблеми. З цією метою розглянемо математичну модель типу Коба-Дугласа та асоційовану фінансову мережу [8, 9], як основний об'єкт нашого аналізу, в якому базовими вузлами служать товарні одиниці економічної системи, модульовані індексами вузлів, належних агентам, а також відповідні міжвузлові фінансові потоки, параметризовані цінами товарних одиниць.

1 Опис моделі фінансової мережі

Оскільки аналіз економічної рівноваги грунтується на визначенні оптимальних параметрів, що характеризують відповідну фінансову мережу, то вихідними даними будуть наступні величини:

i) існує скінченне число $P \in \mathbb{Z}_+$ суб'єктів економіки із обмеженими бюджетними сумами $s^{(i)}$, $i = \overline{1, P}$;

ii) існує скінченне число $N \in \mathbb{Z}_+$ товарних одиниць;

iii) кількісний потік j-ої товарної одиниці до i-го суб'єкта рівний $x_j^{(i)} \in \mathbb{R}_+$, де $i = \overline{1,P}$ та $j = \overline{1,N}$;

iv) вартість j-ої товарної одиниці відповідно рівна величині $p_j \in \mathbb{R}_+$, $j = \overline{1,N}$.

Оскільки наша мережа містить $P \in \mathbb{Z}_+$ агентів економіки, кожен з них може бути охарактеризований [5] індивідуальною функцією цілі типу Коба-Дугласа:

$$W^{(i)}(x^{(i)}, p) = \prod_{j=1}^{N} w_j^{(i)}(x_j^{(i)}, p_j), \qquad w_j^{(i)}(x_j^{(i)}, p_j) := (x_j^{(i)})^{p_j a_j^{(i)}}, \tag{1}$$

де ми вважаємо, що i-й агент приймає рішення придбати j-ту одиницю товару зі сталою пріоритетною ймовірністю $a_j^{(i)} \in [0,1], j = \overline{1,N}$, яка задовольняє для кожного $i = \overline{1,P}$ наступну умову „компенсаційного" споживання

$$\sum_{j=1}^{N} a_j^{(i)} = 1 \tag{2}$$

і визначається як величиною наявного капіталу i-го агента, так і пропозицією ринку. Відповідна комірка фінансової мережі подана на рис. 1.

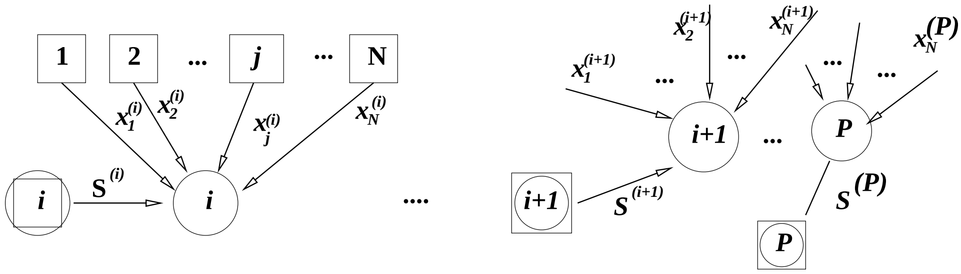

Рис. 1: Комірка фінансової мережі

На кожну функцію цілі (1) накладається апріорне природнє бюджетне обмеження

$$\sum_{j=1}^{N} p_j x_j^{(i)} - s^{(i)} \leq 0 \tag{3}$$

для кожного $i = \overline{1, P}$. Наступне апріорне обмеження на загальну товарну масу j-го товару записується як

$$\sum_{i=1}^{P} x_j^{(i)} - q_j \leq 0 \tag{4}$$

і має теж виконуватися для всіх $i = \overline{1, P}$.

Оскільки наша фінансова мережа є полікритеріальною із $P \in \mathbb{Z}_+$ локальними функціями цілі (1), то проблема її економічної стабільності може бути переформульована як відповідна проблема оптимальності в межах стандартної матричної теорії ігор [1, 6]. При цьому загальна функція цілі може бути записана в адитивній формі як $W(x, p) := \sum_{i=1}^{P} W^{(i)}(x^{(i)}, p)$ при обмеженнях (2)–(4), причому змінними аргументами виступають вектори кількостей товарів $x^{(i)} \in \mathbb{E}_+^N$ та їх цін $p \in \mathbb{E}_+^N$ для всіх $i = \overline{1, P}$.

Для аналізу економічної рівноваги цієї фінансової мережі потрібно сформулювати необхідні умови, які б регулювали цінову політику економічної системи. А саме, вважатимемо в умовах економічної рівноваги, що для j-ї товарної одиниці мають місце такі кількісні нерівності:

$$\sum_{j=1}^{N} \left(q_j - \sum_{i=1}^{P} \bar{x}_j^{(i)} \right) (p_j - \bar{p}_j) \geq 0, \tag{5}$$

де вектори $\bar{x}_j^{(i)}, i = \overline{1, P}$, та $\bar{p} \in \mathbb{E}_+^N$ становлять рівноважний оптимум споживання товарів та їх цін. Можна дати наступне визначення.

Означення 1. *Вектори рівня споживання та цін* $\left\{\bar{x}^{(i)}, \bar{p} : \quad i = \overline{1, P}\right\} \subset \mathbb{E}^N$ *становлять рівноважний стан (оптимум) нашої економічної моделі, якщо виконані нерівності* (5) *разом з додатновими нерівностями локального оптимуму:*

$$-\sum_{j=1}^{N} \frac{\partial W^{(i)}}{\partial x_j^{(i)}} (x_j^{(i)} - \bar{x}_j^{(i)}) \geq 0 \tag{6}$$

для всіх агентів $i = \overline{1, P}$.

Зупинимось тепер на такому важливому аспекті нашої моделі споживання, як *економічна рівноважна стабільність* та її числовій характеристиці. З цією метою візьмемо до уваги наступні додаткові умови, котрим повинна задовольняти наша модель:

а) рівень бюджетного споживання i-го агента фінансової мережі не повинен перевищувати i-ої частини його повного бюджету, котрий визначається виключно величиною його доходів для кожного $i = \overline{1, P}$;

б) обмеження на загальну товарну масу вигляду (4) j-го типу мають бути узгоджені з реальною можливістю її поповнення виробниками і постачальниками і мають становити не більше її j-тої частини для кожного $j = \overline{1, N}$.

Це означає, що умови (3) і (4) набувають, відповідно, таких нечітко визначених значень:

$$\sum_{j=1}^{N} p_j x_j^{(i)} / (k^{(i)} s^{(i)}) \in [0, 1] \tag{7}$$

для кожного $i = \overline{1, P}$ та

$$\sum_{i=1}^{P} x_j^{(i)} / (\gamma_j q_j) \in [0, 1] \tag{8}$$

для кожного $j = \overline{1, N}$.

Таким чином, нашу проблему аналізу економічної рівноваги можна переформулювати як наступну задачу *нечіткого математичного програмування:* знайти оптимум

$$\arg \sup_{\substack{x \in Hom(\mathbb{E}_+^N; \mathbb{E}_+^P) \\ p \in \mathbb{E}_+^N}} W(x, p) = (\bar{x}, \bar{p}) \in Hom(\mathbb{E}_+^N; \mathbb{E}_+^P) \times \mathbb{E}_+^N \tag{9}$$

при обмеженнях (7) і (8) та додаткових умовах (5) і (6).

2 Аналіз проблеми в межах методів нечіткого математичного програмування

Сформульована вище оптимум-проблема (9) є змішаною задачею нечіткого математичного програмування, яку необхідно досліджувати, відповідно визначивши основні нечітко задані множини, роль котрих є забезпечення оптимальної регуляції платоспроможності агентів економічної моделі та її рівноважної стабільності.

Надалі ми будемо використовувати як класичні методи дослідження оптимальних розв'язків [2, 5, 10, 11, 12], враховуючи особливості проблеми (9), так і методи теорії нечіткого математитчного програмування [13, 14, 15]. З метою більш ясного і аргументованого застосування необхідних фактів з теорії нечіткого математичного програмування, адаптованих для нашої проблеми (9), викладемо нижче основні їх елементи.

Як правило, нечітка множина визначається як деяке відображення заданої множини $\mathcal{X}$ в гратку $\mathcal{L}$

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{L}. \tag{10}$$

Для кожного $\alpha \in \mathcal{L}$ можна визначити підмножину α-рівня нечіткого відображення (10) як $\mathcal{N}_\alpha(f) := \{x \in \mathcal{X} : f(x) \geq \alpha\}$. За допомогою $\mathcal{N}_\alpha(f)$ можна побудувати її характеристичну функцію $f_\alpha : \mathcal{X} \to \mathcal{L}$:

$$f^{(\alpha)}(x) := \begin{cases} 1 : x \in N_\alpha(f), \\ 0 : x \notin N_\alpha(f). \end{cases} \tag{11}$$

Множину всіх нечітких множин позначаємо як $\mathcal{F}_\mathcal{L}(\mathcal{X})$. Наступна лема [14, 15] є корисною для встановлення багатьох тверджень теорії нечіткого математичного програмування.

Лема 1. *Нехай $f \in \mathcal{F}_\mathcal{L}(\mathcal{X})$. Тоді має місце наступне представлення:*

$$f = \bigvee_{\alpha \in \mathcal{L}} (\alpha \wedge f^{(\alpha)}),$$

де операція $\vee$ означає супремум, а $\wedge$ - інфімум в гратці $\mathcal{L}$.

Доведення. Твердження леми легко слідує із визначення (11) і наступного ланцюжка тотожностей:

$$\begin{aligned} \bigvee_{\alpha \in \mathcal{L}} (\alpha \wedge f^{(\alpha)}(x_0) &= [\bigvee_{x_0 \in \mathcal{N}_\alpha(f)} (\alpha \wedge f^{(\alpha)}(x_0)] \vee [\bigvee_{x_0 \notin \mathcal{N}_\alpha(f)} (\alpha \wedge f^{(\alpha)}(x_0)] = \\ &= \bigvee_{x_0 \in \mathcal{N}_\alpha(f)} (\alpha \wedge 1) = \bigvee_{\alpha \leq f(x_0)} \alpha = f(x_0) \end{aligned} \tag{12}$$

для кожного $x_0 \in \mathcal{X}$. □

Надалі вважатимемо, що $\mathcal{L}$ є повною дистрибутивною граткою, тобто для будь-яких $\alpha \in \mathcal{L}$ та підмножини $A \subset \mathcal{L}$ з умови $\alpha < \sup A$ випливає, що існує таке $\beta \in \sup A$, для котрого $\alpha \leq \beta$.

Розглянемо тепер наступну стандартну проблему нечіткого математичного програмування [13, 14, 15] із чітко визначеною функцією цілі: на множині $\mathcal{X}$ задана цільова функція $\varphi : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ разом з деякими $N \in \mathbb{Z}_+$ обмеженнями $f_j : \mathcal{X} \to \mathcal{L}$, $j = \overline{1, N}$, з класу нечітких множин $\mathcal{F}_{\mathcal{L}}(\mathcal{X})$. Тоді задачею нечіткого математичного програмування є проблема знаходження оптимуму

$$\arg \sup_{D_f^{(N)}:\, x \in \mathcal{X}} \varphi(x) = \bar{x} \in \mathcal{X}, \tag{13}$$

де $D_f^{(N)} := f = \bigwedge_{j=1}^{N} f_j$ є задане нечітке обмеження, та відповідного ступеня його нечіткості $\mu(\varphi) : \mathcal{X} \to \mathcal{L}$. Виявляється, що при певних цілком розумних припущеннях проблема (13) є еквівалентною проблемі

$$\arg \sup_{x \in A \subset \mathcal{X}} \varphi(x)(x) = \bar{x} \in A \tag{14}$$

для деякої підмножини $A \subset \mathcal{X}$, при чому будується нова адекватна нечітка множина $\mu_{(\varphi)} : \mathbb{R} \to \mathcal{L}$, котра характеризує ступінь нечіткості величини знайденого оптимуму (14).

З цією метою для будь-якого $\lambda \in \mathcal{L}$, для котрого множина $\mathcal{N}_\lambda(f) \neq \varnothing$, побудуємо асоційовану множину $\mathcal{N}(\lambda; \varphi) := \{x \in \mathcal{X} : \varphi(x) := \sup_{y \in \mathcal{N}_\lambda(\varphi)} \varphi(y)\}$. Тоді під розв'язком нашої проблеми будемо розуміти величину оптимуму (13) разом із нечіткою множиною

$$\mu(x; \varphi) := \begin{cases} \sup\limits_{x \in \mathcal{N}(\lambda; \varphi)} \lambda, & \text{якщо } x \in \bigcup\limits_{\lambda \in \mathcal{L}} \mathcal{N}(\lambda; \varphi); \\ 0, & \text{якщо } x \notin \bigcup\limits_{\lambda \in \mathcal{L}} \mathcal{N}(\lambda; \varphi). \end{cases} \tag{15}$$

Оскільки обчислення функції (15) є дещо громіздким, то для більш ефективного аналізу ступеня нечіткості знайденого оптимуму (13) знайдемо її альтернативне представлення за допомогою нової нечіткої множини $\mu_\varphi : \mathbb{R} \to \mathcal{L}$. Попередньо зауважимо, що має місце наступна рівність:

$$\mu(x; \varphi) := \begin{cases} f(x), & \text{якщо } x \in \bigcup\limits_{\lambda \in \mathcal{L}} \mathcal{N}(\lambda; f); \\ 0, & \text{якщо } x \notin \bigcup\limits_{\lambda \in \mathcal{L}} \mathcal{N}(\lambda; f). \end{cases} \tag{16}$$

оскільки з умови $x \in \operatorname{supp} \mu(\varphi) \subset \mathcal{X}$ випливає, що $\mu(x;\varphi) = f(x)$. Визначимо тепер, маючи на увазі співвідношення (15), наступну нечітку множину $\mu_\varphi : \mathbb{R} \to \mathcal{L}$ як відображення

$$\mu_\varphi(r) := \sup_{x \in \varphi^{-1}(r)} \mu(x;\varphi) = \sup_{x \in \varphi^{-1}(r)} \sup\{\lambda \in \mathcal{L} : x \in \mathcal{N}_\lambda(f)\} \tag{17}$$

для кожного $r \in \mathbb{R}$.

Нечітка множина (17) визначає ступінь нечіткості знайденого оптимуму (13), задовольняючи при цьому наступне природнє співвідношення: $\mu_\varphi(r) = \sup_{x \in \varphi^{-1}(r)} \mu(\varphi) = \sup_{x \in \varphi^{-1}(r)} f(x)$ для всіх $x \in \mathcal{X}$, а також властивість монотонності:

$$\mu_\varphi(r_1) \geq \mu_\varphi(r_2) \tag{18}$$

для всіх $r_1 \leq r_2 \in \mathbb{R}$.

Наступна лема дає можливість зведення задачі на супремум (13) до певної асоційованої задачі на супремум в гратці $\mathcal{L}$.

Лема 2. *Має місце наступне представлення:*

$$\sup_{D_f^{(N)}:\, x \in \mathcal{X}} \varphi(x) = \sup\{r : \mu_\varphi(r) = \lambda\} \tag{19}$$

для кожного $\lambda \in \mathcal{L}$.

Доведення. Доведеня приведемо для повноти, оскільки воно водночас є повчальним.

Маємо на основі леми 1:

$$\begin{aligned} \sup_{D_f^{(N)}:\, x \in \mathcal{X}} \varphi(x) &= \sup_{x \in \mathcal{X}}\{\varphi(x) : x \in \mathcal{N}_\lambda(f), \lambda \in \mathcal{L}\} = \\ &= \sup_{x \in \mathcal{X}}\{\varphi(x) : \mu(x;\varphi) = \lambda \in \mathcal{L}\}. \end{aligned} \tag{20}$$

Оскільки величина

$$\sup_{x \in \mathcal{X}}\{\varphi(x) : \mu(x;\varphi) = \lambda \in \mathcal{L}\} = \sup\{r : \mu_\varphi(r) = \lambda \in \mathcal{L}\}, \tag{21}$$

то з рівностей (20), (21) та визначення (17) отримуємо остаточно

$$\sup_{D_f^{(N)}:\, x \in \mathcal{X}} \varphi(x) = \sup\{r : \mu_\varphi(r) = \lambda, x \in \mathcal{X}\} \tag{22}$$

тобто результат (19). $\square$

Маючи на увазі тепер нашу сформульовану раніше задачу нечіткого математичного програмування (9) з обмеженнями (7) та (8), ми можемо побудувати її оптимальний розв'язок, якщо визначити наступні величини: цільову функцію

$$\varphi(x,p) := \sum_{i=1}^{P} \prod_{j=1}^{N} (x_j^{(i)})^{p_j a_j^{(i)}}, \tag{23}$$

задану на просторі $\mathrm{Hom}(\mathbb{E}^P;\mathbb{E}^N) \times \mathbb{R}_+^P := \mathcal{X}$, та відповідні нечіткі множини обмежень:

$$f^{(i)}(x,p) := \sum_{i=1}^{P} x_j^{(i)} p_j/(k^{(i)} s^{(i)}) \in [0,1] \tag{24}$$

для кожного $i = \overline{1,P}$ та

$$f_j(x,p) := \sum_{i=1}^{P} x_j^{(i)}/(\gamma_j q_j) \in [0,1] \tag{25}$$

для кожного $j = \overline{1,N}$, причому гратка $\mathcal{L} := [0,1]$. Для знаходження оптимуму

$$\arg \sup_{\substack{x \in \mathrm{Hom}(\mathbb{E}^N;\mathbb{E}^P) \\ p \in \mathbb{E}^N}} \varphi(x,p) = (\bar{x},\bar{p}) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{E}^N;\mathbb{E}^P) \times \mathbb{E}^N \tag{26}$$

ми застосуємо, так званий, *параметричний метод*, котрий є розвитком відповідного параметричного методу [16]. А саме, побудуємо функцію Лагранжа

$$\begin{aligned} L_\varphi(x;p|\Lambda,\tilde{\Lambda}) \quad : \quad &= \sum_{i=1}^{P} \prod_{j=1}^{N} (x_j^{(i)})^{p_j a_j^{(i)}} + < xp - \tilde{\alpha}, \tilde{\Lambda} >_{\mathbb{E}^P} + \\ + \quad < \quad &\tilde{e}, x\,\hat{\gamma}\Lambda > - < \Lambda, \alpha >_{\mathbb{E}^N}, \end{aligned} \tag{27}$$

де вектори $(\Lambda,\tilde{\Lambda}) \in \mathbb{E}^N \times \mathbb{E}^P$ є відповідними множниками Лагранжа, $e := (1,1,1,...,1)^\intercal \in \mathbb{E}^N, \tilde{e} := (1,1,1,...,1)^\intercal \in \mathbb{E}^P$, матриця $\gamma := \{\gamma_j \delta_{j,k} : j,k = \overline{1,N},\}$ а $(\alpha,\tilde{\alpha}) \in \mathcal{L}^N \times \mathcal{L}^P$ є векторними параметрами нечітко заданих множин (24) та (25). Розв'язуючи систему алгебраїчних рівнянь

$$\begin{gathered}\partial\varphi(x,p)/\partial x + p\otimes\tilde{\Lambda} + \hat{\gamma}\Lambda\otimes\tilde{e} = 0,\\ \partial\varphi(x,p)/\partial p + x^{\intercal}\tilde{\Lambda} = 0,\\ \partial\varphi(x,p)/\partial\Lambda = 0, \partial\varphi(x,p)/\partial\tilde{\Lambda} = 0,\end{gathered} \tag{28}$$

знаходимо оптимум-розв'язок

$$(\bar{x};\bar{p}) := (\bar{x}(\alpha,\tilde{\alpha});\bar{p}(\alpha,\tilde{\alpha})) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{E}^N;\mathbb{E}^P)\times\mathbb{E}^P, \tag{29}$$

як функцію векторів $(\alpha,\tilde{\alpha}) \in \mathcal{L}^N \times \mathcal{L}^P$. Побудувавши тепер нечітку множину (16)

$$\mu(x,p;\varphi) := \begin{cases} f(x,p), & \text{якщо } (x,p) \in \bigcup\limits_{\lambda\in\mathcal{L}} \mathcal{N}(\lambda;f);\\ 0, & \text{якщо } (x,p) \notin \bigcup\limits_{\lambda\in\mathcal{L}} \mathcal{N}(\lambda;f),\end{cases} \tag{30}$$

де функція

$$f := \left(\bigwedge_{i=\overline{1,P}} f^{(i)}\right) \wedge \left(\bigwedge_{j=\overline{1,N}} f_j\right) : \mathrm{Hom}(\mathbb{E}^N;\mathbb{E}^P)\times\mathbb{E}^N \to \mathcal{L}, \tag{31}$$

можна обчислити стандартним чином оптимум-аргумент

$$\arg\max_{(\alpha,\tilde{\alpha})\in\mathcal{L}^N\times\mathcal{L}^P} \varphi(\bar{x}(\alpha,\tilde{\alpha});p(\alpha,\tilde{\alpha})) = (\overline{\alpha},\overline{\tilde{\alpha}}) \in \mathcal{L}^N\times\mathcal{L}^P, \tag{32}$$

і значення ступеня нечіткості аргумента $(\bar{x}(\overline{\alpha},\overline{\tilde{\alpha}}), p(\bar{\alpha},\overline{\tilde{\alpha}})) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{E}^N;\mathbb{E}^P)\times\mathbb{E}^N$, рівне величині $\mu(\bar{x}(\overline{\alpha},\overline{\tilde{\alpha}}),\, p(\bar{\alpha},\overline{\tilde{\alpha}});\varphi) \in \mathcal{L}$. Відповідно, значення ступеня нечіткості оптимум-величини $\bar{\varphi} := \varphi(\bar{x}(\overline{\alpha},\overline{\tilde{\alpha}}),\, p(\bar{\alpha},\overline{\tilde{\alpha}})) \in \mathbb{R}$ буде рівним величині $\mu_\varphi(\bar{\varphi}) \in \mathcal{L}$, де функція $\mu_\varphi : \mathbb{R} \to \mathcal{L}$ будується за допомогою відображення (17). Більш детальний аналіз отриманих результатів, зокрема первірка накладених умов рівноважної стабільності (5) та (6), потребує додаткових як аналітичних, так і комп'ютерних обчислень при вибраних конкретних значеннях числових параметрів нашої моделі, на чому ми плануємо зупинитись в наступному дослідженні.

3 Висновки

Аналізу економічної рівноваги моделей споживання є присвячена досить значна кількість праць (напр., [1, 5, 8, 11, 12]), в котрих використовувались різні моделі та застосовувались різні методи їх дослідження. Серед моделей особливо ефективними виявились ті, котрі дозволяють адекватно побудувати асоційовані з ними фінансові мережі, оскільки вони дозволяють використовувати широкий арсенал [7, 13, 14, 15, 16, 17] сучасних потужних математичних методів. В даній роботі для моделі споживання із цільовою функцією типу Коба-Дугласа нами розвинутий теоретичний аналіз її економічної рівноваги, використовуючи додаткові умови на рівноважну стабільність споживання. Відповідна проблема пошуку оптимум-розвязку нами преформульована як задача пошуку оптим-параметрів економічної рівноваги моделі на основі теорії нечітких множин та теорії нечіткого математичного програмування. При цьому отримані явні алгебраїчні вирази для знаходження оптимум-параметрів економічної рівноваги моделі, а також ступінь їх нечіткості, продиктований структурою фінансової мережі.

[1] *von Neumann J., Morgenstern O.* Theory of games and economic behavior. — Princeton Univ. Press, 2007. — 776 p.

[2] *Balakrishnan A. V.* Applied functional analysis. — New York: Springer, 1976. — 309 p.

[3] *Притула М.М.* Динамічні моделі та методи прийняття рішень у ринковій економіці. Навч. посіб. — Львів: Видавн. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. — 256 с.

[4] *Копич І.М., Сороківський В.М., Стефанюк В.І.* Математичні моделі в менеджменті та маркетингу. — Вид-во „Новий світ", 2011. — 268 с.

[5] *Winkler P.* Optimization heuristics in economics: applications of threshold accepting. — New York: Wiley, 2000.

[6] *Border K.C.* Fixed point theorems with applications to economics and game theory. – Cambridge Univ. Press, 1985. — 133 p.

[7] *Ammar E., Khalifa H.A.* Fuzzy portfolio optimization and quadratic programming approach // Chaos, Solitons and Fractals — 2003. — **18**. — P. 1045–1054.

[8] *Shenk-Hoppe K.R.* Sample-path stability of non-stationary dynamic economic systems // Annals of Operational Reserach. — 2002. — **114**. — P. 263–280.

[9] *Nagurney A.* Economical equilibrium and financial networks // Mathem. and Comp. Modeling. — 1999. — **30**. — P. 1–6.

[10] *Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В.* Оптимальное управление. — М.: Наука, 1979. — 429 с.

[11] *Friedman M.* Essays in positive economics. — Chicago Univ. Press, 1953. — 329 p.

[12] *Murata Y.* Mathematics for stability and optimization of economic systems. — New York: Academic Press, 1977. — 418 p.

[13] *Kaufman A., Gupla M.M.* Fuzzy mathematical models in engineering management science. — New York: Elsevier Sci. Publ., 1988. — 338 p.

[14] *Негойце К.* Применение теории систем к проблемам управления. — М.: Мир, 1981. — 183 с.

[15] *Беллман Р., Заде Л.А.* Принятие решений в расплывчатых условиях// В сб.: "Вопросы анализа и процедуры принятия решений". — М.: Мир, 1976. — С. 172–215.

[16] *Silva R.C., Cruz C., Yamakami A.* A parametric method to solve quadratic programming problems with fuzzy costs // Proceedings of the Conference "IFSA-EUSFLAT", 2009. — P. 1398–1403.

[17] *Takre P.A., Shelar D.S., Takre S.P.* Solving fuzzy linear programming problem as multy objective linear programming problem. // Proceedings of the World Congress on Engineering. WCE, London, U.K. — 2009. — **2**. — P. 10.

[18] *Галеев Э.М., Тихомиров В.М.* Краткий курс теории экстремальных задач. — М.:Наука, 1989. — 210 с.

AN ECONOMICAL EQUILIBRIUM CONSUMPTION MATHEMATICAL MODEL WITH FUZZY GIVEN PARAMETERS OF AN ASSOCIATED FINANCIAL NETWORK

Ivan TVERDOKHLIB[1], *Myroslava VOVK*[2], *Mykola PRYTULA*[3], *Yarema PRYKARPATSKY*[4]

[1,3]Ivan Franko Lviv National University,
Unversytets'ka 1, Lviv 79000, Ukraine
email: *i-tverdok@mail.ru, pmm@franko.lviv.ua*
[2]National University "Lvivska Polytechnica"
12 Bandery Str., Lviv 79013, Ukraine
email: *vovk@litech.lviv.ua*
[4]Institute of Mathematics, Ukrainian National Academy of Sciences,
3 Tereshchenkivs'ka Str., Kyiv 01601, Ukraine
Ivan Franko State Pedagogical University,
24 Franka Str., Drogobych 82100, Ukraine,
Krakow University of Agriculture,
253c Balicka Str., Krakow 30062, Poland
email: *yarpry@gmail.com*

TA Cobe-Duglas type economical consumption model is studied, its economical equilibrium is analyzed by means of an associated financial network. Based on a suitably constructed global aim function and the respectively posed mathematical programming problem and poly-variant game theory the description task of optimum parameters of the model and the price vector under the equilibrium condition is solved. The corresponding optimum parameters problem of economical equilibrium of the model is formulated by means of the fuzzy sets and fuzzy mathematical programming theories. The goods consumption priority parameters are analyzed by means of decision making theory results in the framework of fuzzy stated alternatives.