ЙМОВІРНІСТЬ НЕБЕЗПЕЧНОГО СТАНУ СКЛАДЕНИХ СТЕРЖНІВ ТА З'ЄДНАНЬ З ВИПАДКОВИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ І ПОЧАТКОВИМИ ПРОГИНАМИ

 Ярослав ЄЛЕЙКО, Юрій ЖЕРНОВИЙ

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, Львів 79602

Редакція отримала статтю 10 березня 2005 р.

Побудовано ймовірнісну модель для прогнозування небезпечного (критичного) стану складених стержнів і з'єднань, пов'язаного з втратою ними плоскої форми стійкості або з руйнуванням. Основну увагу зосереджено на визначенні ймовірності виникнення небезпечного стану конструкцій з рівномірно розподіленими випадковими зовнішніми силами і параметрами початкових прогинів.

ВСТУП

Важливе значення у дослідженні роботи складених конструкцій має вивчення початкових технологічних і конструктивних неправильностей (початкових прогинів). Конструктивні неправильності форми виникають під час виготовлення конструкції з елементів зі спеціально заданими конструктивними підйомами методом пружного збирання. Напружено-деформований стан конструкції, який виникає під впливом початкових неправильностей і зовнішньої силової дії, викликає небезпечний стан конструкції (втрата стійкості, руйнування з'єднань тощо).

Зусилля, що діють на конструкції, як і значення та форми початкових неправильностей, не є цілковито детермінованими, а мають у тій чи іншій мірі випадковий характер. Тому роботу таких конструкцій доцільно досліджувати із застосуванням методів теорії ймовірностей.

УДК 519.21; MSC 2000: 60–01

Перелік праць, присвячених вивченню роботи складених конструкцій під впливом випадкових факторів, можна знайти в монографії [2]. У даній роботі, як і в [2], ймовірність небезпечного стану конструкції розглядаємо з точки зору втрати нею стійкості плоскої форми згину або руйнування з'єднання між окремими її елементами. На відміну від [2], ми не робимо припущення про нормальний розподіл зовнішніх сил і параметрів початкових прогинів.

2. ЗАГАЛЬНА МОДЕЛЬ

Ступінь вичерпання несучої здатності складеного стержня з абсолютно жорсткими в'язями у випадку втрати плоскої форми стійкості за наявності початкових прогинів

$$w_j^0 = k_j f_j(x) \quad \left(j = \overline{1, s}\right) \tag{1}$$

його окремих елементів і під дією системи випадкових вертикальних сил P_j $\left(j = \overline{1, k}\right)$ виражають формулою [2]

$$C = \sum_{j=1}^{s} \frac{k_j}{k_{j\kappa p}} + \sum_{j=1}^{k} \frac{P_j}{P_{j\kappa p}}, \tag{2}$$

де $k_{j\kappa p}$ — критичні значення параметрів k_j початкових прогинів (1), $f_j(x)$ — відомі функції; $P_{j\kappa p}$ — критичні значення сил P_j. Якщо в (2) $s = 0$, то початкові прогини відсутні, а при $k = 0$ відсутня дія зовнішніх сил.

Відомо, що складений стержень втрачає стійкість при $C = 1$. Отож небезпечний стан виникає при $C \geq 1$. Тоді, якщо відома щільність розподілу ймовірностей $p_c(x)$ випадкової величини C, то для ймовірності небезпечного стану складеного стержня (з точки зору втрати плоскої форми стійкості під дією початкових прогинів і випадкових вертикальних сил) одержимо формулу

$$P(-) = \int_1^{\infty} p_c(x)\, dx. \tag{3}$$

Розглянемо з'єднання з неперервними поздовжніми в'язями, роль яких відіграють клеєні, зварні флангові шви і шви, одержані при поздовжньому роликовому зварюванні [2]. Розраховуючи з'єднання на міцність під час роботи його швів на зріз (зсув), умову недопустимості граничного (небезпечного) стану записують у вигляді

$$\chi = q_0 - q_{cp} \geq 0, \tag{4}$$

де q_0 — допустиме погонне зусилля зрізу (зсуву) у зварному або клеєному швах, q_{cp} — середнє погонне зусилля зрізу (зсуву) зварного або клеєного шва. У загальному випадку (при врахуванні прогинів з'єднання)

$$q_{cp} = q_{cp}(N_{10}, N_{1l}, N_{20}, k_1, k_2), \tag{5}$$

де k_1, k_2 — параметри початкових прогинів; N_{10}, N_{1l}, N_{20} — зовнішні сили. Якщо відома щільність розподілу ймовірностей $p_\chi(x)$ випадкової величини χ, то ймовірність небезпечного стану з'єднання знаходять за формулою

$$P(-) = P\{\chi < 0\} = \int_{-\infty}^{0} p_\chi(x)\,dx. \tag{6}$$

Випадкові параметри $P_1, \ldots, P_k$; N_{10}, N_{1l}, N_{20}, k_1, k_2, які визначають значення випадкових величин C і χ згідно зі співвідношеннями (2), (4), (5) відповідно, внаслідок впливу різних випадкових чинників можуть мати різні розподіли ймовірностей. Тому не завжди доцільно і не завжди можливо задавати для кожного з них якийсь фіксований розподіл, який би охоплював весь спектр їхніх можливих значень. Інша річ — кожному з випадкових чинників поставити у відповідність певний розподіл імовірностей кожного з параметрів.

Отож пропонуємо таку ймовірнісну модель. Нехай на стан конструкції впливають зовнішні випадкові чинники, що задаються за допомогою попарно несумісних подій $A_1, \ldots, A_n$, імовірності $P(A_i)$ яких відомі. Якщо в кожному з випадків A_i $\left(i = \overline{1,n}\right)$ можна визначити щільність розподілу ймовірностей випадкової величини C (або χ), то за формулою (3) (або відповідно (6)) знайдемо умовну ймовірність $P_{A_i}(-)$ $\left(i = \overline{1,n}\right)$ небезпечного стану, який є наслідком випадкової події A_i. Тоді ймовірність небезпечного стану конструкції обчислимо за формулою повної ймовірності

$$P(-) = \sum_{i=1}^{n} P_{A_i}(-)P(A_i).$$

Ймовірності $P_{A_i}(-)$ $\left(i = \overline{1,n}\right)$ можна розглядати як значення дискретної випадкової величини R, яку називатимемо *ризиком* виникнення небезпечного стану, з математичним сподіванням $m_R = P(-)$ та дисперсією

$$D(R) = \sum_{i=1}^{n} \big(P_{A_i}(-) - P(-)\big)^2 P(A_i).$$

Тоді безрозмірна величина

$$r = \frac{\sqrt{D(R)}}{P(-)} = \frac{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} \bigl(P_{A_i}(-) - \sum\limits_{j=1}^{n} P_{A_j}(-)P(A_j)\bigr)^2 P(A_i)}}{\sum\limits_{i=1}^{n} P_{A_i}(-)P(A_i)}$$

є *мірою ризику* виникнення небезпечного стану конструкції.

Якщо події A_i $\bigl(i = \overline{1,n}\bigr)$ — рівноймовірні, то

$$P(-) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} P_{A_i}(-), \quad r = \frac{1}{P(-)}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\bigl(P_{A_i}(-) - P(-)\bigr)^2}. \qquad (7)$$

3. ВИЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН C І χ

Згідно з (4), (5), випадкова величина χ є функцією системи випадкових величин N_{10}, N_{1l}, N_{20}, k_1, k_2:

$$\chi = \varphi(N_{10}, N_{1l}, N_{20}, k_1, k_2).$$

Для зручності запишемо її у вигляді

$$\chi = \varphi(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5).$$

Нехай $p(x_1, x_2, \dots, x_5)$ — щільність розподілу ймовірностей системи випадкових величин $X_1, X_2, \dots, X_5$. Тоді функцію розподілу випадкової величини χ визначимо за формулою [1]

$$F_\chi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \biggl(\int_{\varphi(x_1,x_2,\dots,x_5)<x} p(x_1, x_2, \dots, x_5)\, dx_1 \biggr) dx_2 \dots dx_5.$$

Якщо ж випадкові величини $X_1, X_2, \dots, X_5$ є незалежними, то

$$F_\chi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \biggl(\int_{\varphi(x_1,x_2,\dots,x_5)<x} p_1(x_1) dx_1 \biggr) p_2(x_2) \dots p_5(x_5) dx_2 \dots dx_5,$$

де $p_i(x_i)$ $\bigl(i = \overline{1,5}\bigr)$ — щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X_i.

Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини χ знаходимо диференціюванням функції $F_\chi(x)$:

$$p_\chi(x) = \frac{dF_\chi(x)}{dx}.$$

Згідно з (2), випадкова величина C є сумою $m = s + k$ випадкових величин

$$\frac{k_1}{k_{1кр}}, \ldots, \frac{k_s}{k_{sкр}}, \frac{P_1}{P_{1кр}}, \ldots, \frac{P_k}{P_{kкр}},$$

які для зручності позначимо через $X_1, X_2, \ldots, X_m$. Отже,

$$C = \sum_{s=1}^{m} X_s. \tag{8}$$

Нехай $p(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ — щільність розподілу ймовірностей системи випадкових величин $X_1, X_2, \ldots, X_m$. Тоді щільність розподілу ймовірностей випадкової величини C визначимо за формулою [1]

$$p_c(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} p\big(x - \sum_{i=2}^{m} x_i, x_2, \ldots, x_m\big)\, dx_2 \ldots\, dx_m.$$

Якщо випадкові величини $X_1, X_2, \ldots, X_m$ є незалежними, то

$$p_c(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} p_1\big(x - \sum_{i=2}^{m} x_i\big) p_2(x_2) \ldots p_m(x_m)\, dx_2 \ldots\, dx_m, \tag{9}$$

де $p_i(x_i)$ $\big(i = \overline{1, m}\,\big)$ — щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X_i.

4. РІВНОМІРНИЙ РОЗПОДІЛ ПАРАМЕТРІВ ПОЧАТКОВИХ ПРОГИНІВ ТА ЗОВНІШНІХ СИЛ

4.1. Складений стержень. Припустимо, що наслідком дії випадкового чинника A_i є рівномірний розподіл незалежних випадкових величин $X_1, X_2, \ldots, X_m$, які згідно з формулою (8) визначають ступінь вичерпання несучої здатності складеного стержня. Визначимо $p_c(x)$ для різних значень m і відповідні ймовірності небезпечного стану конструкції.

Якщо $m = 2$, тобто $C = X_1 + X_2$, і випадкові величини X_1, X_2 незалежні і розподілені рівномірно на проміжках $(0, a)$ і $(0, b)$, $a \leq b$, відповідно, то обчислюючи $p_c(x)$ за формулою (9), одержимо:

$$p_c(x) = \begin{cases} \quad 0, & x \notin (0, a+b); \\ x \big/ (ab), & 0 < x < a; \\ 1 \big/ b, & a < x < b; \\ (a+b-x) \big/ (ab), & b < x < a+b. \end{cases}$$

Тепер за формулою (3) можемо знайти умовну ймовірність небезпечного стану складеного стержня, який є наслідком випадкової події A_i:

$$P_{A_i}(-) = \int_1^\infty p_c(x)\, dx;$$

$$P_{A_i}(-) = \begin{cases} \quad 0, & 0 < a+b \leq 1; \\ \\ \dfrac{(a+b-1)^2}{2ab}, & b \leq 1 \leq a+b; \\ \\ 1 - \dfrac{2-a}{2b}, & a \leq 1 \leq b; \\ \\ 1 - \dfrac{1}{2ab}, & a \geq 1. \end{cases} \tag{10}$$

З формули (10) випливає, що при $a + b \leq 1$ виникнення небезпечного стану неможливе, а при $a \to \infty$ ймовірність небезпечного стану збільшується до одиниці.

Нехай тепер $C = X_1 + X_2 + X_3$, де випадкові величини X_1, X_2, X_3 незалежні та рівномірно розподілені відповідно на проміжках $(0, a)$, $(0, b)$, $(0, c)$, і $a \leq c \leq b$, $b - a \leq c \leq a + b$. У цьому випадку маємо:

$$p_c(x) = \begin{cases} \quad\quad 0, & x \notin (0, a+b+c); \\ x^2 \big/ (2abc), & 0 < x < a; \\ (2x - a) \big/ (2bc), & a < x < c; \\ \big(2(a+c)x - a^2 - c^2 - x^2\big) \big/ (2abc), & c < x < b; \\ \dfrac{2(a+b+c)x - 2x^2 - (a^2+b^2+c^2)}{2abc}, & b < x < a+c; \\ (2ac - b^2 + 2bx - x^2) \big/ (2abc), & a+c < x < a+b; \\ (a + 2b + 2c - 2x) \big/ (2bc), & a+b < x < b+c; \\ (a+b+c-x)^2 \big/ (2abc), & b+c < x < a+b+c; \end{cases}$$

$$P_{A_i}(-) = \begin{cases} \quad 0, & 0 < a+b+c \le 1; \\ (a+b+c-1)^3 \big/ (6abc), & b+c \le 1 \le a+b+c; \\ \frac{1}{6bc}\big(3(b+c-1)(a+b+c-1)+ & \\ \quad +a^2\big), & a+b \le 1 \le b+c; \\ \frac{1}{6abc}(1+6abc-b^3+3a^2c+3ac^2- & \\ \quad -6ac+3b^2-3b), & a+c \le 1 \le a+b; \\ \frac{1}{6abc}\big(2+6abc-(a^3+b^3+c^3)+ & \\ +3(a^2+b^2+c^2)-3(a+b+c)\big), & b \le 1 \le a+c; \\ \frac{1}{6abc}\big(1+6abc-(a^3+c^3)+ & \\ \quad +3(a^2+c^2-a-c)\big), & c \le 1 \le b; \\ (6bc-a^2+3a-3)\big/(6bc), & a \le 1 \le c; \\ 1-1\big/(6abc), & a \ge 1. \end{cases}$$

Якщо ж випадкові величини X_1, X_2, X_3 — незалежні і однаково рівномірно розподілені на проміжку $(0, a)$, то вирази для $p_c(x)$ і $P_{A_i}(-)$ значно спрощуються:

$$p_c(x) = \begin{cases} \quad 0, & x \notin (0, 3a); \\ x^2 \big/ (2a^3), & 0 < x < a; \\ (6ax - 3a^2 - 2x^2)\big/(2a^3), & a < x < 2a; \\ (3a-x)^2 \big/ (2a^3), & 2a < x < 3a; \end{cases}$$

$$P_{A_i}(-) = \begin{cases} \quad 0, & 0 < a \le \frac{1}{3}; \\ (3a-1)^3 \big/ (6a^3) \in [0, \frac{1}{6}], & \frac{1}{3} \le a \le \frac{1}{2}; \\ \frac{1}{2} + \big(2 - 9a(1-a)\big)\big/(6a^3) \in [\frac{1}{6}, \frac{5}{6}], & \frac{1}{2} \le a \le 1; \\ 1 - 1\big/(6a^3) \in [\frac{5}{6}, 1), & a \ge 1. \end{cases}$$

Якщо $C = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ і випадкові величини $X_1, \ldots, X_4$ — незалежні і однаково рівномірно розподілені на проміжку $(0, a)$, то

$$p_c(x) = \begin{cases} \quad 0, & x \notin (0, 4a); \\ x^3 \big/ (6a^4), & 0 < x < a; \\ (4a^3 - 12a^2x + 12ax^2 - 3x^3)\big/(6a^4), & a < x < 2a; \\ (3x^3 - 24ax^2 + 60a^2x - 44a^3)\big/(6a^4), & 2a < x < 3a; \\ (4a-x)^3 \big/ (6a^4), & 3a < x < 4a; \end{cases}$$

$$P_{A_i}(-) = \begin{cases} \quad 0, & 0 < a \le \frac{1}{4}; \\ (4a-1)^4 \big/ (24a^4) \in [0, \frac{1}{24}], & \frac{1}{4} \le a \le \frac{1}{3}; \\ \frac{1}{24a^4}(-68a^4 + 176a^3 - 120a^2 + 32a - 3) \in & \\ \quad \in [\frac{1}{24}, \frac{1}{2}], & \frac{1}{3} \le a \le \frac{1}{2}; \\ \frac{1}{24a^4}(28a^4 - 16a^3 + 24a^2 - 16a + 3) \in & \\ \quad \in [\frac{1}{2}, \frac{23}{24}], & \frac{1}{2} \le a \le 1; \\ 1 - \frac{1}{24a^4} \in [\frac{23}{24}, 1), & a \ge 1. \end{cases}$$

У випадку, коли випадкова величина C є сумою m незалежних випадкових величин, рівномірно розподілених на проміжку $(0, a)$, тобто визначається співвідношенням (8), узагальнення формул для $p_c(x)$ і $P_{A_i}(-)$, одержаних при $m = 3$ і $m = 4$, дозволяє записати:

$$p_c(x) = \begin{cases} \quad 0, & x \notin (0, ma); \\ \dfrac{x^{m-1}}{(m-1)!a^m}, & 0 < x < a; \\ \dots\dots\dots\dots & \\ \dfrac{(ma-x)^{m-1}}{(m-1)!a^m}, & (m-1)a < x < ma; \end{cases}$$

$$P_{A_i}(-) = \begin{cases} \quad 0, & 0 < a \le \dfrac{1}{m}; \\ \dfrac{(ma-1)^m}{m!a^m} \in \big[0, \dfrac{1}{m!}\big], & \dfrac{1}{m} \le a \le \dfrac{1}{m-1}; \\ p \in \big[\dfrac{1}{m!}, \dfrac{m!-1}{m!}\big], & \dfrac{1}{m-1} \le a \le 1; \\ 1 - \dfrac{1}{m!a^m} \in \big[\dfrac{m!-1}{m!}, 1\big), & a \ge 1. \end{cases} \tag{11}$$

З (11) випливає, що при фіксованому $a \ge 1$ зі збільшенням m виникнення небезпечного стану практично вірогідне, а для $ma \le 1$ — неможливе.

Використовуючи властивості рівномірного розподілу, можна обчислити математичне сподівання і дисперсію випадкової величини C вигляду (8), де $X_1, X_2, \dots, X_m$ — незалежні випадкові величини, рівномірно розподілені відповідно на проміжках $(0, a_1), (0, a_2), \dots, (0, a_m)$:

$$m_c = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{m} a_s, \qquad \sigma_c^2 = \frac{1}{12} \sum_{s=1}^{m} a_s^2.$$

Оскільки розподіл випадкової величини C є симетричним, то за умови $m_c = 1$ одержимо рівність $P_{A_i}(-) = \frac{1}{2}$. Отже, $P_{A_i}(-) = \frac{1}{2}$, якщо $\sum\limits_{s=1}^{m} a_s = 2$, зокрема, $P_{A_i}(-) = \frac{1}{2}$ у випадку, коли $a_s = a = \frac{2}{m}$ $\big(s = \overline{1, m}\big)$.

Як приклад застосування моделі, розробленої у пункті 2, знайдемо ймовірність і міру ризику виникнення небезпечного стану складеного стержня у випадку, коли події A_i $\left(i = \overline{1,n}\right)$ є рівноймовірними, а випадкова величина C має вигляд (8).

Нехай наслідком події A_1 є однаковий рівномірний розподіл випадкових величин X_s $\left(s = \overline{1,m}\right)$ на проміжку $(0, a_1)$, де $\frac{1}{m} \le a_1 \le \frac{1}{m-1}$, а наслідками кожної з подій A_i $\left(i = \overline{2,n}\right)$ — однаковий рівномірний розподіл випадкових величин X_s $\left(s = \overline{1,m}\right)$ на проміжку $(0, a_i)$ відповідно, де $a_i \ge 1$ $\left(i = \overline{2,n}\right)$. Тоді, згідно з формулами (7) і (11), одержимо:

$$P(-) = \frac{1}{nm!}\left(\frac{(ma_1-1)^m}{a_1^m} + \sum_{i=2}^{n}\frac{m!a_i^m - 1}{a_i^m}\right),$$

$$r = \frac{1}{P(-)}\sqrt{\frac{1}{n}\left\{\left(\frac{(ma_1-1)^m}{m!a_1^m} - P(-)\right)^2 + \sum_{i=2}^{n}\left(\frac{m!a_i^m - 1}{m!a_i^m} - P(-)\right)^2\right\}}.$$

Зауважимо, що критичні значення $k_{j\text{кр}}$ $\left(P_{j\text{кр}}\right)$, які фігурують у рівності (2), знаходять з умови виникнення небезпечного стану конструкції за відсутності інших початкових прогинів та зовнішніх сил.

Розв'яжемо обернену задачу: за відомим значенням імовірності небезпечного стану $P_{A_i,j}(-)$, що відповідає наявності лише початкового прогину j-го елемента складеного стержня, знайдемо критичне значення параметра k_j, рівномірно розподіленого на проміжку $(0, b_j)$. Отже, у даному випадку $C = X_j$, і X_j — випадкова величина, рівномірно розподілена на проміжку $(0, a_j)$, $a_j = b_j / k_{j\text{кр}}$,

$$P_{A_i,j}(-) = \int_1^{a_j}\frac{dx}{a_j} = \frac{a_j - 1}{a_j} = 1 - \frac{k_{j\text{кр}}}{b_j},$$

звідки

$$k_{j\text{кр}} = b_j\left(1 - P_{A_i,j}(-)\right), \quad j = \overline{1,s}\,.$$

Аналогічно отримаємо критичні значення випадкових вертикальних сил P_j $\left(j = \overline{1,k}\right)$, рівномірно розподілених на проміжку $(0, b_j)$:

$$P_{j\text{кр}} = b_j\left(1 - P_{A_i,j}(-)\right), \quad j = \overline{1,k}\,.$$

4.2. З'єднання з неперервними поздовжніми в'язями. Для з'єднань:

- *а*) внахльостку з зовнішніми силами $N_{10} = N_{2l}$, $N_{20} = N_{1l} = 0$ і без врахування згину;

- *б*) з підсилюючою накладкою і силами $N_{10} = N_{1l}$, $N_{20} = N_{2l} = 0$;
- *в*) без початкових прогинів, без врахування прогину клеєного з'єднання і з $N_{10} = N_{2l}$, $N_{20} = N_{1l} = 0$

залежність (4), (5) набуває вигляду [2]:

$$\chi = q_0 - \alpha N_{10}\,,$$

де $\alpha > 0$ — відома стала, різна у кожному з випадків *а*)–*в*).

Нехай випадкова величина N_{10} рівномірно розподілена на проміжку (a, b), тоді щільність розподілу випадкової величини χ матиме вигляд:

$$p_\chi(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (q_0 - \alpha b, q_0 - \alpha a); \\ 1/(\alpha(b-a)), & x \in (q_0 - \alpha b, q_0 - \alpha a). \end{cases}$$

Ймовірність небезпечного стану з'єднання, який є наслідком випадкової події A_i, шукаємо за формулою (6):

$$P_{A_i}(-) = \int_{-\infty}^{0} p_\chi(x)\,dx =$$

$$= \begin{cases} 0, & q_0 - \alpha b \ge 0; \\ \displaystyle\int_{q_0-\alpha b}^{q_0-\alpha a} p_\chi(x)\,dx, & q_0 - \alpha a \le 0; \\ \displaystyle\int_{q_0-\alpha b}^{0} p_\chi(x)\,dx, & q_0 - \alpha b \le 0, \quad q_0 - \alpha a \ge 0, \end{cases}$$

і отримуємо:

$$P_{A_i}(-) = \begin{cases} 0, & q_0 - \alpha b \ge 0; \\ 1, & q_0 - \alpha a \le 0; \\ \dfrac{\alpha b - q_0}{\alpha(b-a)}, & q_0 - \alpha b \le 0, \quad q_0 - \alpha a \ge 0. \end{cases}$$

Якщо зовнішні сили відсутні, а верхній елемент з'єднання до його пружного збирання мав початковий прогин $w_1^0 = k_1 x(l-x)$, то умову недопустимості небезпечного стану з'єднання з фланговими швами на зріз записують у вигляді [2] $\chi = q_0 - \beta k_1 \ge 0$, де $\beta > 0$ — відома стала, яка залежить від товщини з'єднання та деяких інших параметрів. Нехай випадкова величина k_1 рівномірно розподілена на проміжку (a, b), тоді ймовірність небезпечного стану з'єднання знайдемо аналогічно, як і в попередньому випадку,

$$P_{A_i}(-) = \begin{cases} 0, & q_0 - \beta b \geq 0; \\ 1, & q_0 - \beta a \leq 0; \\ (\beta b - q_0) \diagup (\beta(b-a)), & q_0 - \beta b \leq 0, \quad q_0 - \beta a \geq 0. \end{cases}$$

ВИСНОВКИ

Запропонована ймовірнісна модель дозволяє визначати ймовірнісні характеристики ступеня вичерпання несучої здатності складеного стержня з точки зору втрати ним плоскої форми стійкості та ступеня вичерпання міцності з'єднання з точки зору його руйнування, якщо відомі розподіли зовнішніх випадкових сил і параметрів початкових прогинів, а також обчислювати ймовірність та міру ризику виникнення небезпечного стану конструкції. Цілком природне припущення про рівномірний розподіл зовнішніх сил і параметрів початкових прогинів дало змогу отримати прості, але важливі для практичних застосувань формули для ймовірностей виникнення небезпечного стану конструкцій, а також обчислити критичні значення цих випадкових параметрів, при яких настає критичний стан.

[1] *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480 с.

[2] *Зарівняк І.С.* Стійкість і імовірність небезпечного стану складених балок і стержнів з випадковими навантаженнями і початковими неправильностями. – Рівне: УДУВГП, 2004. – 144 с.

PROBABILITY OF A DANGEROUS STATE OF COMPOSITE RODS AND JOINS WITH RANDOM FORCES AND INITIAL DEFLECTIONS

Yaroslav YELEIKO, Yuriy ZHERNOVYI

Ivan Franko Lviv National University,
1 Universytetska Str., Lviv 79602, Ukraine

The probabilistic model for prediction of a dangerous (critical) state of composite rods and joins with the loss of stability plane form or fracture is constructed. The probability of a dangerous state of constructions with uniformly distributed random external forces and initial deflections parameters is found.