

ТЕРМОПРУЖНА ВЗАЄМОДІЯ ТІЛ З РЕГУЛЯРНОЮ ТЕКСТУРОЮ ПОВЕРХОНЬ ЗА НАЯВНОСТІ ТЕПЛОПРРОНИКНОГО СЕРЕДОВИЩА В МІЖКОНТАКТНИХ ЗАЗОРАХ

Досліджено термопружний контакт двох ізотропних півбезмежних тіл із періодичною системою виїмок на поверхні одного з них при заповненні утворених міжконтактних зазорів теплопровідним середовищем. Сформульовану контактну задачу зведено до системи нелінійних сингулярних інтегродиференціальних рівнянь відносно висоти зазорів і стрибка температури між їх поверхнями, яку розв'язано числово. З урахуванням ефекту напрямленості теплового потоку проаналізовано вплив термомеханічного навантаження і коефіцієнта теплопровідності заповнювача на контактні параметри розглянутої системи.

Вступ. Широке використання різноманітних технологій мікротекстурування поверхонь з метою покращення функціональних і трибологічних властивостей, яке полягає у формуванні на них періодично розташованих виїмок однакового профілю [33, 37, 39], і моделювання шорстких поверхонь у вигляді періодичної системи нерівностей із заданим розподілом висот [10, 41] зумовило інтенсивне дослідження контактної взаємодії тіл з регулярною структурою поверхонь в умовах силового навантаження [11, 13, 15, 22–26, 27, 28, 31, 38, 42]. Водночас, для сучасної мікроелектроніки, надпровідників, ядерної техніки, авіа- і ракетобудування, мікротермометрії, біомедицинської інженерії характерним є комбіноване механічне і термічне навантаження спряжень. Незважаючи на високу ступінь гладкості поверхонь в таких спряженнях, їх мікрогеометрія, зумовлена природною шорсткістю або спеціально нанесеним рельєфом, і середовище, яке заповнює міжповерхневі зазори, істотно впливають на фактичну площу контакту, розподіл контактних напружень і контактну теплопередачу.

На сьогодні тепловий і термопружний контакт двох півбезмежних тіл з регулярним рельєфом в основному досліджено за припущення про теплоізоляцію поверхонь міжконтактних зазорів та ідеальний тепловий контакт ділянок налягання поверхонь тіл [18, 21, 35]. Задачу теплопровідності про контакт двох півпросторів за наявності періодичної системи міжповерхневих зазорів, заповнених теплопровідним середовищем, розв'язано у [19, 20]. Періодичні контактні задачі теплопровідності та термопружності для нескінченної площини з теплопровідними тріщинами розглянуто у монографії [1].

Раніше було вивчено термопружну взаємодію двох півпросторів із заповненим теплопровідним середовищем міжконтактним зазором, зумовленим локальною виїмкою [5, 32] або розшаруванням на ділянці з поверхневим термоопором [4]. Нижче дослідимо термопружний контакт двох півбезмежних тіл, поверхня одного з яких має регулярну текстуру, з урахуванням заповнення міжконтактних зазорів теплопровідним середовищем.

Формулювання задачі. Розглянемо контакт двох півбезмежних тіл S_1 і S_2 (рис. 1), матеріали яких є пружними й ізотропними та характеризуються різними модулями Юнга

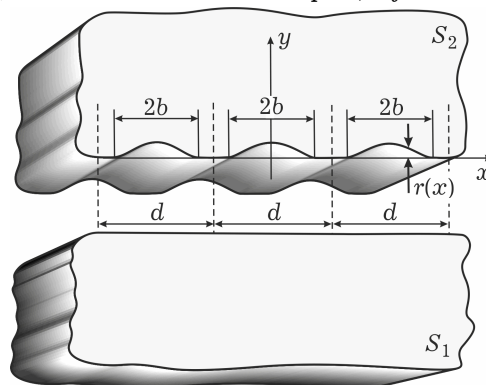


Рис. 1

E_1, E_2 , коефіцієнтами Пуассона ν_1, ν_2 , коефіцієнтами лінійного теплового розширення α_1, α_2 і коефіцієнтами теплопровідності λ_1, λ_2 . Поверхня нижнього тіла S_1 є ідеально плоскою, а поверхня верхнього тіла S_2 має мікротекстурований рельєф, утворений періодичною системою виїмок однакової форми довжини $2b$ кожна, розташованих з періодом d . При $-d/2 \leq x \leq d/2$ форма виїмки описується неперервно диференційовною функцією

$$r(x) = r_0 \left(1 - \frac{\operatorname{tg}^2(\pi x/d)}{\operatorname{tg}^2(\pi b/d)} \right)^{3/2}, \quad r(x) \ll b, \quad r'(x) \ll 1. \quad (1)$$

Тіла вступають у контакт під дією номінального тиску p і номінального теплового потоку q , прикладених на нескінченності. Вважаючи, що в тілах реалізується двовимірне поле температури і стан плоскої деформації, розглядатимемо взаємодію двох півплощин D_1 і D_2 , утворених перетином тіл координатною площиною Oxy (рис. 2). Внаслідок початкової регулярної текстури межі верхнього тіла між поверхнями, що контактують, утворяться періодично розміщені зазори, висота $h(x)$ і довжина $2a$ ($a < b$) яких невідомі та залежать від прикладеного термомеханічного навантаження. Кожен зазор містить теплопровідне середовище (газ, рідину) з однаковим коефіцієнтом теплопровідності λ . Його вплив на контактний теплообмін моделюватимемо термоопором [5, 32]:

$$R(x) = \frac{h(x)}{\lambda}. \quad (2)$$

У цій роботі вважаємо, що заповнювач не чинить тиску на поверхні зазорів. Механічний вплив заповнювача міжконтактних зазорів на контактну поведінку півбезмежних тіл досліджувався в працях [2, 3, 7].

Контактний термоопір зумовлює неідеальний тепловий контакт тіл, у зв'язку з чим між поверхнями кожного зазору виникає стрибок температури

$$\gamma(x) = T^-(x, 0) - T^+(x, 0), \quad x \in (-a + md, a + md), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

Тут T – температура, індексами «+» і «-» позначено граничні значення функції на осі x у верхній і нижній півплощинах.

На ділянках налягання поверхонь тіл сили тертя відсутні, а тепловий контакт є ідеальним. Щоб запобігти глобальному викривленню тіл, зумовленому тепловим потоком q , до півплощини D_j , $j = 1, 2$, прикладено лінійно залежні від координати y зусилля σ_{xx}^∞ [18].

Інтегральний вплив періодичної системи міжконтактних зазорів на температуру півплощин є відчутним в обох тілах навіть на далеких відстанях від лінії спряження ($y \rightarrow \pm \infty$) і проявляється у вигляді усередненого стрибка температури γ_{av} між ними. У випадку періодичної системи неоднорідностей на межі двох півплощин усереднений стрибок температури γ_{av} дорівнює [19]

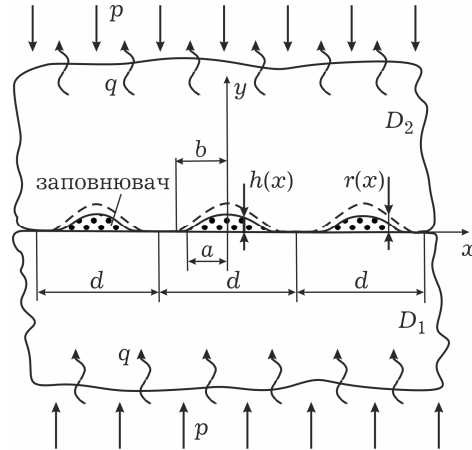


Рис. 2

$$\gamma_{av} = \frac{1}{d} \int_{-a}^a \gamma(x) dx. \quad (4)$$

Крайові умови сформульованої періодичної контактної задачі термопружності мають вигляд

– на ділянках контакту ($x \in [a + md, -a + (m + 1)d]$):

$$T^-(x, 0) = T^+(x, 0), \quad q_y^-(x, 0) = q_y^+(x, 0), \quad (5)$$

$$\sigma_{yy}^+(x, 0) = \sigma_{yy}^-(x, 0), \quad \sigma_{xy}^-(x, 0) = \sigma_{xy}^+(x, 0) = 0, \quad (6)$$

$$u_y^+(x, 0) = u_y^-(x, 0) - g(x); \quad (7)$$

– уздовж міжконтактних зазорів ($x \in (-a + md, a + md)$):

$$T^-(x, 0) - T^+(x, 0) = \frac{h(x)}{\lambda} q_y^+(x, 0), \quad q_y^+(x, 0) = q_y^-(x, 0), \quad (8)$$

$$\sigma_{yy}^+(x, 0) = 0, \quad \sigma_{yy}^-(x, 0) = \sigma_{yy}^+(x, 0), \quad \sigma_{xy}^-(x, 0) = \sigma_{xy}^+(x, 0) = 0; \quad (9)$$

– на нескінченності в кожній із півплощин D_j :

$$q_x^\infty = 0, \quad q_y^\infty = q, \quad (10)$$

$$\sigma_{yy}^\infty = -p, \quad \sigma_{xy}^\infty = 0, \quad \sigma_{xx}^\infty = -\frac{\alpha_j E_j q}{\lambda_j (1 - \nu_j)} y, \quad j = 1, 2. \quad (11)$$

Тут $g(x) = r(x)$, якщо $x \in (-b + md, -a + md]$ та $x \in [a + md, b + md]$, і $g(x) = 0$, якщо $x \in [-d/2 + md, -b + md]$ та $x \in [b + md, d/2 + md]$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $q_x(x, y)$, $q_y(x, y)$ – компоненти вектора теплового потоку; $\sigma_{xx}(x, y)$, $\sigma_{yy}(x, y)$, $\sigma_{xy}(x, y)$ – компоненти тензора напружень; $u_y(x, y)$ – компонента вектора переміщень в напрямку осі y .

Розв’язування задачі. Використовуючи метод комплексних потенціалів [6], температуру, теплові потоки, напруження і похідні від переміщень у тілах подамо через комплексні потенціали $F(z)$, $\Phi_1(z)$, $\Phi_2(z)$ у вигляді, який враховує умови (10), (11) на нескінченності [4, 5, 9, 32]:

$$\begin{aligned} T &= \operatorname{Re} F(z) - \frac{q}{\lambda_j} y, & q_x - i q_y &= -\lambda_j F'(z) - i q, \\ \sigma_{xx} + \sigma_{yy} &= 4 \operatorname{Re} \Phi_j(z) + \frac{\alpha_j E_j q}{\lambda_j (1 - \nu_j)} y - p, \\ \sigma_{yy} - i \sigma_{xy} &= \Phi_j(z) - \Phi_j(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\Phi_j'(z)} - p, \\ \frac{E_j}{1 + \nu_j} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + i \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) &= (3 - 4\nu_j) \Phi_j(z) + \Phi_j(\bar{z}) - (z - \bar{z}) \overline{\Phi_j'(z)} + \\ &+ \alpha_j E_j F(z) + \nu_j p, & z \in D_j, \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (12)$$

Комплексні потенціали $F(z)$, $\Phi_1(z)$, $\Phi_2(z)$ для сформульованої періодичної контактної задачі мають вигляд

$$\begin{aligned} F(z) &= -\frac{\lambda_{12}}{2\lambda_j} \left\{ \frac{1}{\pi i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-a+md}^{a+md} \frac{\gamma(t) - \gamma_{av}}{t - z} dt + (-1)^j \gamma_{av} \right\}, \\ \Phi_1(z) &= \frac{(-1)^j}{\pi K} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-b+md}^{b+md} \frac{r'(t)}{t - z} dt - \int_{-a+md}^{a+md} \frac{h'(t)}{t - z} dt \right\} - \frac{\lambda_j (\delta_1 - \delta_2)}{K} F(z), \end{aligned}$$

$$\Phi_2(z) = -\Phi_1(z), \quad z \in D_j, \quad j = 1, 2, \quad (13)$$

де $\delta_j = \alpha_j(1 + \nu_j)/\lambda_j$ – термічна дистортивність матеріалу півплощини D_j [21]; $K = 4(1 - \nu_1^2)/E_1 + 4(1 - \nu_2^2)/E_2$; $\lambda_{12} = 2\lambda_1\lambda_2/(\lambda_1 + \lambda_2)$. Вони побудовані таким чином, що задовольняють всі крайові умови (5)–(9), за винятком першої з умов (8) і першої з умов (11).

Враховуючи періодичність функцій $\gamma(x)$, $r(x)$ і $h(x)$, а також формулу підсумовування $\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{z - md} = \frac{\pi}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi z}{d}$, комплексні потенціали (13) запишемо так:

$$\begin{aligned} F(z) &= -\frac{\lambda_{12}}{2\lambda_j} \left\{ \frac{1}{di} \int_{-a}^a (\gamma(t) - \gamma_{av}) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-z)}{d} dt + (-1)^j \gamma_{av} \right\}, \\ \Phi_1(z) &= \frac{(-1)^j}{dK} \left\{ \int_{-b}^b r'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-z)}{d} dt - \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-z)}{d} dt \right\} - \\ &\quad - \frac{\lambda_j(\delta_1 - \delta_2)}{K} F(z), \\ \Phi_2(z) &= -\Phi_1(z), \quad z \in D_j, \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (14)$$

Зі співвідношень (12) і (14) знайдемо температуру, нормальну компоненту вектора теплового потоку та нормальні контактні напруження на лінії розмежування півплощин:

$$\begin{aligned} T^+(x, 0) &= -\frac{\lambda_{12}}{2\lambda_2} \gamma(x), \quad T^-(x, 0) = \frac{\lambda_{12}}{2\lambda_1} \gamma(x), \\ q_y^\pm(x, 0) &= \frac{\lambda_{12}}{2d} \int_{-a}^a \gamma'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-x)}{d} dt + q, \\ \sigma_{yy}^\pm(x, 0) &= \frac{2}{\pi d} \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-x)}{d} dt - \frac{2}{\pi d} \int_{-b}^b r'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-x)}{d} dt - \\ &\quad - \frac{\lambda_{12}(\delta_1 - \delta_2)}{K} (\gamma(x) - \gamma_{av}) - p, \quad |x| < d/2, \end{aligned} \quad (15)$$

де $\gamma(x) = 0$ при $|x| > a$.

Підставивши вирази (15) в першу умову з (8) і першу умову з (9), для знаходження висоти зазору $h(x)$ і стрибка температури між берегами зазору $\gamma(x)$ одержимо систему нелінійних сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{2}{d} \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-x)}{d} dt - \frac{\lambda_{12}(\delta_1 - \delta_2)}{d} \left(d\gamma(x) - \int_{-a}^a \gamma(x) dx \right) = \\ = \frac{2}{d} \int_{-b}^b r'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-x)}{d} dt + Kp, \quad |x| < a, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\lambda \frac{\gamma(x)}{h(x)} - \frac{\lambda_{12}}{2d} \int_{-a}^a \gamma'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-x)}{d} dt = q, \quad |x| < a. \quad (17)$$

Шукані функції задовольняють умови [5, 32]:

$$\gamma(\pm a) = 0, \quad \gamma'(\pm a) = 0, \quad h(\pm a) = 0, \quad h'(\pm a) = 0. \quad (18)$$

Здійснивши заміну змінних $\xi = \text{tg}(\pi x/d)$, $\eta = \text{tg}(\pi t/d)$, $\alpha = \text{tg}(\pi a/d)$, $\beta = \text{tg}(\pi b/d)$ і ввівши безрозмірні величини $\tilde{r}_0 = r_0/d$, $\tilde{h} = h/d$, $\tilde{\gamma} = \lambda_{12}\delta_1\gamma$, $\tilde{\lambda} = \lambda/\lambda_{12}$, $\tilde{q} = d\delta_1 q$, $\tilde{p} = Kr$, $\tilde{\delta}_2 = \delta_2/\delta_1$, систему рівнянь (16), (17) запишемо в такому вигляді:

$$2 \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\tilde{h}'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta - \frac{1 - \tilde{\delta}_2}{\pi(1 + \xi^2)} \left(\pi\tilde{\gamma}(\xi) - \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\tilde{\gamma}(\xi)}{1 + \xi^2} d\xi \right) = \frac{6\pi\tilde{r}_0}{\beta} \left(\frac{\xi^2}{\beta^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{\tilde{p}}{1 + \xi^2},$$

$$|\xi| < \alpha,$$

$$\tilde{h}(\pm\alpha) = \tilde{h}'(\pm\alpha) = 0, \quad (19)$$

$$\tilde{\lambda} \frac{\tilde{\gamma}(\xi)}{\tilde{h}(\xi)(1 + \xi^2)} - \frac{1}{2} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\tilde{\gamma}'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta = \frac{\tilde{q}}{1 + \xi^2}, \quad |\xi| < \alpha,$$

$$\tilde{\gamma}(\pm\alpha) = \tilde{\gamma}'(\pm\alpha) = 0. \quad (20)$$

До розв'язування системи рівнянь (19), (20) застосовано розроблену у [32] аналітично-числову методику, в основу якої покладено метод послідовних наближень і розвинутий у [5] аналітично-числовий підхід до розв'язування сингулярного інтегро-диференціального рівняння типу Прандтля у класі функцій, що дорівнюють нулеві разом з їх першими похідними в крайніх точках відрізка інтегрування.

Числові результати. Числові розрахунки проведено для безрозмірної максимальної висоти виїмки $\tilde{r}_0 = 0.001$ і відношення між термічними дистортивностями матеріалів тіл $\tilde{\delta}_2 = 0.5$ (термічна дистортивність δ_2 матеріалу верхньої півплощини D_2 є вдвічі меншою, ніж термічна дистортивність δ_1 матеріалу нижньої півплощини D_1). Алгебраїчний знак \tilde{q} вказує на напрям прикладеного теплового потоку: знак плюс означає, що тепловий потік напрямлений до матеріалу з меншою термічною дистортивністю; знак мінус означає, що тепловий потік напрямлений до матеріалу з більшою термічною дистортивністю.

На рис. 3 – рис. 5 зображено залежність безрозмірної довжини зазору $\tilde{a} = a/d$ від безрозмірних прикладеного тиску \tilde{p} , абсолютного значення теплового потоку \tilde{q} і коефіцієнта теплопровідності заповнювача $\tilde{\lambda}$ для двох напрямів теплового потоку. Суцільні криві відповідають напрямку теплового потоку до матеріалу з меншою термічною дистортивністю ($\tilde{q} > 0$), штрихові криві – до матеріалу з більшою термічною дистортивністю ($\tilde{q} < 0$). На рис. 3 крива 1 відповідає значенням $\tilde{\lambda} = 0.005$, $\tilde{q} = 0.2$, крива 2 – $\tilde{\lambda} = 0.5$, $\tilde{q} = 0.2$, крива 3 – $\tilde{\lambda} = 0.01$, $\tilde{q} = -0.2$, крива 4 – $\tilde{\lambda} = 0.005$, $\tilde{q} = -0.2$, крива 5 – $\tilde{\lambda} = 0.0035$, $\tilde{q} = -0.2$. На рис. 4 крива 1 відповідає $\tilde{p} = 0.005$, $\tilde{q} > 0$, крива 2 – $\tilde{p} = 0.005$, $\tilde{q} < 0$, крива 3 – $\tilde{p} = 0.0055$, $\tilde{q} > 0$, крива 4 – $\tilde{p} = 0.0055$, $\tilde{q} < 0$. На рис. 5 крива 1 відповідає $\tilde{p} = 0.005$, $\tilde{q} = 0.2$, крива 2 – $\tilde{p} = 0.005$, $\tilde{q} = -0.2$, крива 3 – $\tilde{p} = 0.0055$, $\tilde{q} = 0.2$, крива 4 – $\tilde{p} = 0.0055$, $\tilde{q} = -0.2$. На рисунках бачимо, що у випадку теплового потоку, направленного до матеріалу з меншою термічною дистортивністю (суцільні криві), довжина зазору спадає зі збільшенням прикладених тиску і теплового потоку та зростає зі збільшенням коефіцієнта теплопровідності міжконтактного середовища. Якщо тепловий потік спрямований до матеріалу з більшою термічною дистортивністю (штрихові криві), довжина зазору спадає зі збільшенням

прикладеного тиску і коефіцієнта теплопровідності заповнювача та зростає зі збільшенням абсолютного значення теплового потоку. Для значення теплового потоку $\tilde{q} = -0.2$ при $\tilde{\lambda} = 0.0035$ проявляється неєдиність розв'язку контактної задачі термопружності (крива 5 на рис. 3): для одного й того ж зовнішнього навантаження існує два розв'язки контактної задачі, що дають різну довжину міжконтактного зазору. Цей результат підтверджує результати про неєдиність розв'язку контактної задачі термопружності у випадку теплового потоку, напрямленого до тіла з більшою термічною дистортивністю, коли зазор між поверхнями тіл зумовлений локальною виїмкою [9] або розшаруванням на ділянці з поверхневим термоопором [4].

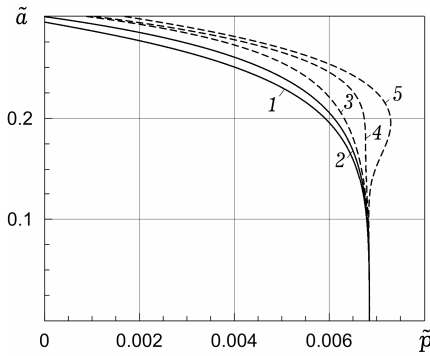


Рис. 3

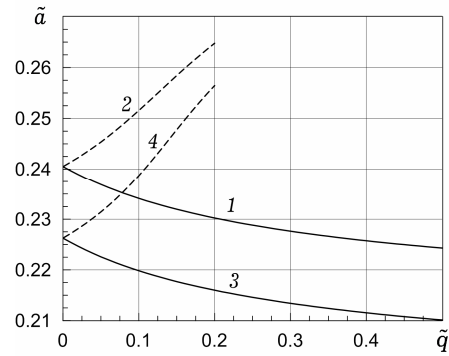


Рис. 4

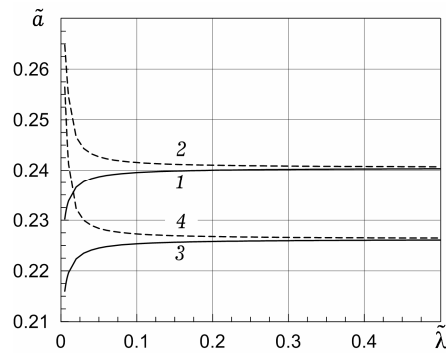


Рис. 5

На рис. 6 – рис. 8 зображено розподіли безрозмірних висоти зазору \tilde{h} , модуля стрибка температури $|\tilde{\gamma}|$ між берегами зазору та контактного тиску $\tilde{P} = -K\sigma_{yy}^+$ відповідно за фіксованого навантаження $\tilde{p} = 0.005$. На цих рисунках криві 1 відповідають $\tilde{q} = 0.1$, $\tilde{\lambda} = 0.005$; криві 2 – $\tilde{q} = 0.1$, $\tilde{\lambda} = 0.01$; криві 3 – $\tilde{q} = -0.1$, $\tilde{\lambda} = 0.005$; 4 – $\tilde{q} = -0.1$, $\tilde{\lambda} = 0.01$. У випадку теплового потоку, напрямленого до тіла з більшою термічною дистортивністю (криві 3, 4), збільшення коефіцієнта теплопровідності заповнювача зумовлює зменшення максимальних значень висоти зазору (рис. 6) і модуля стрибка температури між його берегами (рис. 7). Якщо тепловий потік має протилежний напрям (криві 1, 2), збільшення коефіцієнта теплопровідності середовища в зазорі зумовлює збільшення максимального значення висоти зазору (рис. 6) і зменшення абсолютного максимального значення стрибка температури (рис. 7). Як і у випадку термопружного контакту тіл за наявності локального міжповерхневого зазору, зумовленого виїмкою на поверхні одного з тіл [9, 32], вплив теплопровідності заповнювача зазору на розподіл контактного тиску проявляється незначною мірою (рис. 8).

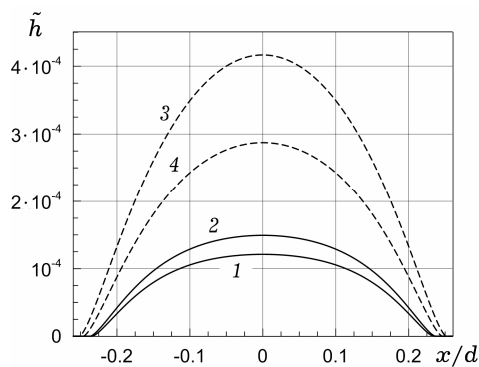


Рис. 6

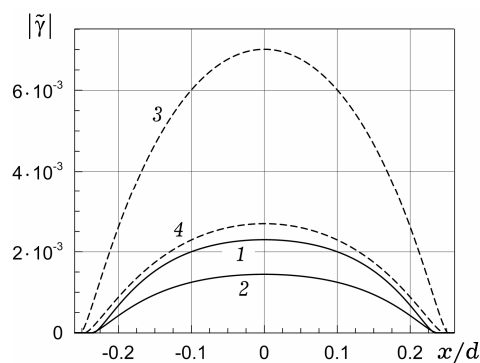


Рис. 7

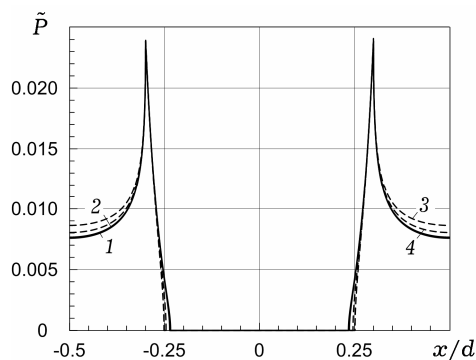


Рис. 8

З результатів, наведених на рис. 3 – рис. 8, чітко простежується залежність контактних параметрів від напрямку теплового потоку. Це є проявом так званого ефекту напрямленості теплового потоку або термічної ректифікації. Цей ефект був виявлений раніше експериментально [12, 16, 30, 34, 36, 40] і полягає у тому, що ефективний контактний термоопір тіл з неоднакових матеріалів залежить від напрямку теплового потоку. Теоретичні дослідження теплового та термопружного контакту тіл також підтвердили явище термічної ректифікації [8, 14, 17, 21, 29].

Висновки. Досліджено термопружний контакт двох ізотропних півбезмежних тіл, поверхня одного з яких має регулярну текстуру, утворену періодичною системою виїмок однакової форми. Періодична система зазорів між поверхнями тіл заповнена теплопровідним середовищем, вплив якого на контактну теплопередачу змодельовано термоопором, прямо пропорційним до висоти зазорів та обернено пропорційним до коефіцієнта теплопровідності заповнювача зазорів. Інтегральний вплив періодичної системи міжконтактних зазорів на температуру в тілах враховано усередненим стрибком температури між тілами.

Сформульовану періодичну контактну задачу термопружності зведено до системи нелінійних сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно висоти міжконтактних зазорів і стрибка температури між їх поверхнями, яку розв'язано числово.

На цій основі проведено аналіз впливу коефіцієнта теплопровідності заповнювача, термомеханічного навантаження на довжину і висоту зазорів, стрибок температури між їх берегами та контактний тиск для двох напрямів теплового потоку: коли тепловий потік напрямлений до матеріалу з меншою термічною дистортивністю і коли тепловий потік напрямлений до матеріалу з більшою термічною дистортивністю. Встановлено наступне:

– коли тепловий потік спрямований до матеріалу з меншою термічною дистортивністю, довжина зазорів спадає зі збільшенням прикладеного тер-

момеханічного навантаження і зростає зі збільшенням коефіцієнта теплопровідності міжконтактного середовища;

– коли тепловий потік спрямований до матеріалу з більшою термічною дистортивністю, довжина зазорів спадає зі збільшенням прикладеного тиску і коефіцієнта теплопровідності заповнювача та зростає зі збільшенням абсолютного значення теплового потоку;

– у випадку теплового потоку до тіла з меншою термічною дистортивністю збільшення коефіцієнта теплопровідності заповнювача зумовлює збільшення максимального значення висоти зазорів і зменшення абсолютного максимального значення стрибка температури між берегами зазорів;

– у випадку теплового потоку до тіла з більшою термічною дистортивністю збільшення коефіцієнта теплопровідності міжконтактного середовища зумовлює зменшення максимальних значень висоти зазорів і модуля стрибка температури між їх берегами;

– вплив теплопровідності заповнювача зазорів на розподіл контактного тиску проявляється незначною мірою для двох напрямів теплового потоку.

1. *Kit G. S., Krivtun M. G.* Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. – Київ: Наук. думка, 1983. – 280 с.
2. *Kit G. S., Martyniak R. M., Machishin I. M.* Влияние газожидкостного заполнителя межконтактного пространства на напряженное состояние сопряженных тел // Прикл. механика. – 2003. – **39**, № 3. – С. 52–60.
Te same: *Kit G. S., Martyniak R. M., Machishin I. M.* The effect of a fluid in the contact gap on the stress state of conjugate bodies // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, No. 3. – P. 292–299.
3. *Martyniak R. M.* Контакт півпростору з нерівною основою при заповненому ідеальним газом міжконтактному зазорі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – **41**, № 4. – С. 144–149.
Te same: *Martyniak R. M.* The contact of a half-space and an uneven base in the presence of an intercontact gap filled by an ideal gas // J. Math. Sci. – 2001. – **107**, No. 1. – P. 3680–3685.
4. *Martyniak R. M., Chumak K. A.* Термопружне розшарування тіл за наявності теплопровідного заповнювача міжконтактного просвіту // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2009. – **45**, № 4. – С. 45–52.
Te same: *Martyniak R. M., Chumak K. A.* Thermoelastic delamination of bodies in the presence of a heat-conducting filler of the intercontact gap // Mater. Sci. – 2009. – **45**, No. 4. – P. 513–522.
5. *Martyniak R. M., Chumak K. A.* Термопружний контакт півпросторів, що мають однакові термічні дистортивності, за наявності теплопровідного міжповерхневого просвіту // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – **51**, № 3. – С. 163–175.
Te same: *Martyniak R. M., Chumak K. A.* Thermoelastic contact of half-spaces with equal thermal distortivities in the presence of a heat-permeable intersurface gap // J. Math. Sci. – 2010. – **165**, No. 3. – P. 355–370.
6. *Muskhelishvili N. I.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – Москва: Наука, 1966. – 708 с.
Te same: *Muskhelishvili N. I.* Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. – Leyden: Noordhoff Int. Publ., 1977. – 732 p.
7. *Slobodyan B. S.* Тиск пружного тіла на жорстку основу з виїмкою, частково заповнену рідиною, що не змочує їх поверхні // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2011. – **47**, № 4. – С. 122–128.
Te same: *Slobodyan B. S.* Pressure of an elastic body on a rigid base with a recess partially filled with a liquid that does not wet their surfaces // Mater. Sci. – 2012. – **47**, No. 4. – P. 561–568.
8. *Харитонов В. В., Якутин Н. В.* Контактный теплообмен разнородных материалов // Журн. техн. физики. – 1997. – **67**, № 2. – С. 1–6.
Kharitonov V. V., Yakutin N. V. Contact heat transfer between dissimilar materials // Tech. Phys. – 1997. – **42**, No. 2. – P. 125–129.
9. *Чумак К. А.* Плоскі контактні задачі термопружності для півпросторів з поверхневими нерівностями і термоопором: Дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.02.04 – Львів, 2011. – 191 с.

10. *Штаерман И. Я.* Контактная задача теории упругости. – Москва–Ленинград: Гостехиздат, 1949. – 272 с.
11. *Adams G. G.* Adhesion at the wavy contact interface between two elastic bodies // *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* – 2004. – **71**, No. 6. – P. 851–856.
12. *Barzelay M. E., Tong K. N., Holloway G. F.* Effect of pressure on thermal conductance of contact joints // *NACA Technical Note 3295.* – 1955.
13. *Block J. M., Keer L. M.* Periodic contact problems in plane elasticity // *J. Mech. Mater. Struct.* – 2008. – **3**, No. 7. – P. 1207–1237.
14. *Chumak K., Martynyak R.* Thermal rectification between two thermoelastic solids with a periodic array of rough zones at the interface // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 2012. – **55**, No. 21-22. – P. 5603–5608.
15. *Ciavarella M.* The generalized Cattaneo partial slip plane contact problem. II: Examples // *Int. J. Solids Struct.* – 1998. – **35**, No. 18. – P. 2363–2378.
16. *Clausing A. M.* Heat transfer at the interface of dissimilar metals – the influence of thermal strain // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1966. – **9**, No. 8. – P. 791–801.
17. *Comninou M., Barber J. R.* The thermoelastic Hertz problem with pressure dependent contact resistance // *Int. J. Mech. Sci.* – 1984. – **26**, No. 11-12. – P. 549–554.
18. *Comninou M., Dundurs J.* On lack of uniqueness in heat conduction through a solid to solid contact // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* – 1980. – **102**, No. 2. – P. 319–323.
19. *Das A. K., Sadhal S. S.* Analytical solution for constriction resistance with interstitial fluid in the gap // *Heat Mass Transfer.* – 1998. – **34**, No. 2-3. – P. 111–119.
20. *Das A. K., Sadhal S. S.* The effect of interstitial fluid on thermal constriction resistance // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* – 1992. – **114**, No. 4. – P. 1045–1048.
21. *Dundurs J., Panek C.* Heat conduction between bodies with wavy surfaces // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1976. – **19**, No. 7. – P. 731–736.
22. *Dundurs J., Tsai K. C., Keer L. M.* Contact between elastic bodies with wavy surfaces // *J. Elasticity.* – 1973. – **3**, No. 2. – P. 109–115.
23. *Goryacheva I. G.* Contact mechanics in tribology. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1998. – 344 p.
24. *Jin C., Khare K., Vajpayee Sh., Yang Shu, Jagota A., Hui Ch.-Y.* Adhesive contact between a rippled elastic surface and a rigid spherical indenter: from partial to full contact // *Soft Matter.* – 2011. – **7**, No. 22. – P. 10728–10736.
25. *Johnson K. L.* The adhesion of two elastic bodies with slightly wavy surfaces // *Int. J. Solids Struct.* – 1995. – **32**, No. 3-4. – P. 423–430.
26. *Johnson K. L., Greenwood J. A., Higginson J. G.* The contact of elastic regular wavy surfaces // *Int. J. Mech. Sci.* – 1985. – **27**, No. 6. – P. 383–396.
27. *Kuznetsov Ye. A.* Effect of fluid lubricant on the contact characteristics of rough elastic bodies in compression // *Wear.* – 1985. – **102**, No. 3. – P. 177–194.
28. *Kuznetsov Ye. A., Gorokhovskiy G. A.* Stress distribution in a polymeric material subjected to the action of a rough-surface indenter // *Wear.* – 1978. – **51**, No. 2. – P. 299–308.
29. *Lee S. L., Ou C. R.* Gap formation and interfacial heat transfer between thermoelastic bodies in imperfect contact // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* – 2001. – **123**, No. 2. – P. 205–212.
30. *Lewis D. V., Perkins H. C.* Heat transfer at the interface of stainless steel and aluminum – the influence of surface conditions on the directional effect // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1968. – **11**, No. 9. – P. 1371–1383.
31. *Manners W.* Partial contact between elastic surfaces with periodic profiles // *Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A.* – 1998. – **454**, No. 1980. – P. 3203–3221.
32. *Martynyak R., Chumak K.* Effect of heat-conductive filler of interface gap on thermoelastic contact of solids // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 2012. – **55**, No. 4. – P. 1170–1178.
33. *Nakano M., Atsuko K., Atsushi K., Miyake K., Murakami T., Ando Y., Usami H., Sasaki S.* Applying micro-texture to cast iron surfaces to reduce the friction coefficient under lubricated conditions // *Tribol. Lett.* – 2007. – **28**, No. 2. – P. 131–137.
34. *O'Callaghan P. W., Probert S. D., Jones A.* A thermal rectifier // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 1970. – **3**, No. 9. – P. 1352–1358.
35. *Panek C., Dundurs J.* Thermoelastic contact between bodies with wavy surfaces // *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* – 1979. – **46**, No. 4. – P. 854–860.
36. *Rogers G. F. C.* Heat transfer at the interface of dissimilar metals // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1961. – **2**, No. 1-2. – P. 150–154.

37. Schreck C., Zum Gahr K.-H. Laser-assisted structuring of ceramic and steel surfaces for improving tribological properties // Appl. Surf. Sci. – 2005. – **247**, No. 1–4. – P. 616–622.
38. Shvets R. M., Martynyak R. M., Kryshchak A. A. Discontinuous contact of an anisotropic half-plane and a rigid base with disturbed surface // Int. J. Eng. Sci. – 1996. – **34**, No. 2. – P. 183–200.
39. Stępień P. Deterministic and stochastic components of regular surface texture generated by a special grinding process // Wear. – 2011. – **271**, No. 3–4. – P. 514–518.
40. Thomas T. R., Probert S. D. Thermal contact resistance: the directional effect and other problems // Int. J. Heat. Mass Transfer. – 1970. – **13**, No. 5. – P. 789–807.
41. Westergaard H. M. Bearing pressures and cracks // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1939. – **6**, No. 2. – P. A49–A53.
42. Zilberman S., Persson B. N. J. Adhesion between elastic bodies with rough surfaces // Solid State Commun. – 2002. – **123**, No. 3–4. – P. 173–177.

**ТЕРМОУПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЛ С РЕГУЛЯРНОЙ
ТЕКСТУРОЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛОПРОНИЦАЕМОЙ
СРЕДЫ В МЕЖКОНТАКТНЫХ ЗАЗОРАХ**

Исследован термоупругий контакт двух изотропных полубесконечных тел с периодической системой выемок на поверхности одного из них при заполнении образованных межконтактных зазоров теплопроницаемой средой. Сформулированная контактная задача сведена к системе нелинейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений относительно высоты зазоров и скачка температуры между их поверхностями, которая решена численно. С учетом эффекта направленности теплового потока проанализировано влияние термомеханической нагрузки и коэффициента теплопроводности заполнителя на контактные параметры рассмотренной структуры.

**THERMOELASTIC INTERACTION OF SOLIDS WITH REGULAR
SURFACE TEXTURE IN THE PRESENCE OF HEAT-PERMEABLE MEDIUM
IN INTERCONTACT GAPS**

Thermoelastic contact of two isotropic semi-infinite solids with periodic array of grooves on the surface of one of the solids in the presence of a heat-permeable medium in the intercontact gaps is investigated. The contact problem is reduced to a system of non-linear singular integro-differential equations for the height of the gaps and the temperature jump between the surfaces, which is solved numerically. With taking into account the directional effect of heat flow, the influence of thermomechanical load and thermal conductivity of the filler on contact parameters of the structure is analyzed.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
18.05.12