

ПЕРЕХІДНІ ТА УСТАЛЕНІ ДИНАМІЧНІ НАПРУЖЕННЯ ЗА АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ТІЛ ІЗ ТРІЩИНАМИ

Наведено алгоритм дослідження перехідних та усталених напружень біля системи тріщин у просторі за позовжнього зсуву, що виникають при поширенні хвиль. Алгоритм ґрунтується на інтегральному перетворенні Лапласа, модифікованій формулі обернення Пруднікова та методі граничних інтегральних рівнянь. Встановлено характерні особливості зміни коефіцієнтів інтенсивності напружень для однієї тріщини і системи тріщин на етапі виходу коливань на усталений режим.

У літературі найбільш повно розроблено методи дослідження усталеного напружено-деформованого стану (НДС) пружних тіл, які застосовні після певного проміжку часу проходження хвилі через область розміщення тріщин. Менше дослідженими залишаються перехідні напруження, які виникають у процесі проходження хвиль. Це пов'язано із тим, що розв'язування динамічних задач теорії пружності для тіл, послаблених тріщинами, як правило, проводять числовими методами, а їх застосування до швидкозмінних у часі процесів є ускладненим.

У пропонованій роботі для розв'язання поставленої задачі використовується інтегральне перетворення Лапласа та метод інтегральних рівнянь для визначення зображень від напружень. Самі напруження визначаються за допомогою адаптованої до розв'язування динамічних задач формули обернення Пруднікова, яка дає змогу з високою точністю обчислювати коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН). Інші підходи до розв'язування динамічних задач теорії пружності розглянуто в [3, 5–9].

Інтегральні рівняння задачі та алгоритм їх розв'язування. Віднесемо циліндричне тіло до декартової системи координат так, щоб вісь Oz була паралельною до твірної. Вважаємо, що тіло послаблене тріщинами, які розміщені в перерізі $z = 0$ уздовж кривих L_j , $j = 1, \dots, J$. Приймаємо, що на тіло з додатного напрямку осі Oy під кутом φ до осі Ox падає хвиля, яка визначається переміщеннями $w_i = v(y_\varphi + c_2\tau)$, де τ – час, c_2 – швидкість поширення поперечних хвиль, $y_\varphi = x \cos \varphi + y \sin \varphi$, v – відома функція. Покладемо, що до тріщини прикладено також змінні в часі зсувні зусилля S , однакові на протилежних берегах.

Запишемо переміщення в тілі у вигляді суми основної і коригувальної складових: $w = w_i + w_e$.

Коригувальна складова задовольняє рівняння

$$\Delta w_e - \frac{\partial^2 w_e}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

де Δ – оператор Лапласа, $t = c_2\tau$.

Крайова умова для цієї функції на берегах тріщини має вигляд

$$\frac{\partial w_e}{\partial n} = \frac{1}{G} [S(x, y, t) - T_i(x, y, t)], \quad (x, y) \in L, \quad L = L_1 + L_2 + \dots + L_J, \quad (2)$$

де G – модуль зсуву; $T_i = \cos(\varphi - \gamma)T(y_\varphi + t)H(y_\varphi + t)$; n – нормаль до тріщини; γ – кут між нормаллю до кривої L і віссю Ox ; $H(x)$ – функція Гевісайда. Тут позначено $Gv'(x) = T(x)H(x)$, де $T(x)$ – відома функція.

Крім цього, для коригувальної задачі в початковий момент часу переміщення та напруження у тілі покладаємо рівними нулеві.

Застосуємо до рівняння (1) і граничної умови (2) перетворення Лапласа за змінною t . Тоді отримаємо рівняння для зображення від функції w_e , яке позначимо через W , у вигляді

$$(\Delta - s^2)W = 0, \quad (3)$$

де s – параметр перетворення. Для зображень від переміщень на берегах тріщини маємо умову

$$\frac{\partial W^+}{\partial n} = \frac{\partial W^-}{\partial n} = (\tilde{S} - \tilde{T}_i) \frac{1}{G}, \quad (x, y) \in L, \quad (4)$$

де \tilde{S} і \tilde{T}_i – зображення Лапласа від функцій S і T_i за змінною t , причому

$$\tilde{T}_i = \cos(\varphi - \gamma) \exp(y_\varphi s) \tilde{T}(s).$$

Враховуючи, що зусилля на протилежних берегах тріщини однакові, загальний розв'язок рівняння (3) запишемо у вигляді [1]

$$W(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L f \frac{\partial K_0(sr)}{\partial n_0} ds_0, \quad (5)$$

де $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$; $f = -(W^+ - W^-)$; $K_0(sr)$ – функція Макдональда; $\frac{\partial}{\partial n_0}$ – похідна вздовж нормалі до контуру L в точці $M_0(x_0, y_0)$.

На підставі співвідношення (5) знайдемо зображення напружень на лівому (відносно обходу) березі тріщини і прирівняємо їх до заданих. Тоді для функції f отримаємо інтегральне рівняння [1]

$$\int_L f \frac{\partial^2 K_0(sr)}{\partial n \partial n_0} ds_0 = p(x, y), \quad (x, y) \in L, \quad (6)$$

де $p = 2\pi(\tilde{S} - \tilde{T}_i) \frac{1}{G}$, $\frac{\partial}{\partial n_M}$ – похідна вздовж нормалі до контуру L в точці

$M(x, y)$. Тут враховано, що похідна вздовж нормалі від потенціалу подвійного шару є неперервною при переході через контур інтегрування [1].

Зведемо гіперсингулярне рівняння (6) до сингулярного. З цією метою, використовуючи результати [1], запишемо

$$\frac{\partial^2 K_0(sr)}{\partial n \partial n_0} = \frac{\partial A(x, y, x_0, y_0)}{\partial s_0} + B(x, y, x_0, y_0),$$

де

$$A = s \frac{dr}{ds_M} [K_1(sr) + srK_0(sr)], \quad B = s^3 r K_1(sr) \frac{dr}{ds_M} \frac{dr}{ds_0}.$$

Тут функція A складається із суми ядра Коші і неперервної функції, а B – неперервна функція.

Далі, виконавши в (6) інтегрування частинами, отримуємо рівняння

$$\int_L (-f'A + fB) ds_0 = p(x, y),$$

де $f' = \frac{df}{ds_0}$.

Числовий алгоритм розв'язування цього рівняння викладемо детальніше для випадку однієї тріщини. Використаємо для неї параметричне задання $x + iy = \varphi(\xi)$, $-1 < \xi < 1$. Тоді інтегральне рівняння набуде вигляду

$$\int_{-1}^1 [F'(\eta)\mathcal{L}_1(\xi, \eta) + F(\eta)\mathcal{M}_1(\xi, \eta)] d\eta = P(\xi),$$

де

$$F(\eta) = f|_{x_0+iy_0=\varphi(\eta)}, \quad F'(\eta) = \frac{dF}{d\eta}, \quad P(\xi) = p|_{x+iy=\varphi(\xi)},$$

$$\mathcal{L}_1(\xi, \eta) = -A|_{x+iy=\varphi(\xi), x_0+iy_0=\varphi(\eta)},$$

$$\mathcal{M}_1(\xi, \eta) = B|_{x+iy=\varphi(\xi), x_0+iy_0=\varphi(\eta)} \frac{ds_0}{d\eta}.$$

Інтегруванням частинами отримаємо рівняння такого вигляду:

$$\int_{-1}^1 F'(\eta)\mathcal{L}(\xi, \eta) d\eta = P(\xi),$$

$$\text{де } L(\xi, \eta) = \mathcal{L}_1(\xi, \eta) - \mathcal{L}_2(\xi, \eta), \quad \mathcal{L}_2(\xi, \eta) = \int_{-1}^{\eta} \mathcal{M}_1(\xi, \theta) d\theta.$$

Функцію $F'(\eta)$ подамо у вигляді $F'(\eta) = \frac{U(\eta)}{\sqrt{1-\eta^2}}$, де $U(\eta)$ – невідома

гладка функція. Тоді з використанням методу механічних квадратур, що базується на квадратурних формулах Лобатто, отримуємо систему рівнянь

$$\sum_{j=1}^N C_j \mathcal{L}(\xi_i, \eta_j) U_j = P_i, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (7)$$

де $\eta_j = -\cos(\pi_N(j-1))$, $j = 1, \dots, N$; $\pi_N = \pi/(N-1)$; $C_j = \pi_N$ при $j \neq 1$ і $j \neq N$; $C_1 = C_N = \pi_N/2$; N – вибрана кількість вузлових точок; $\xi_i = \cos(\pi_N(i-0.5))$, $i = 1, \dots, N-1$.

Додаткове рівняння (умова однозначності переміщень) має вигляд

$$\sum_{j=1}^N C_j U_j = 0.$$

Функцію $\mathcal{L}_2(\xi, \eta_j)$ при обчисленнях будемо визначати за такими рекурентними формулами:

$$\mathcal{L}_2(\xi, \eta_{j+1}) = \mathcal{L}_2(\xi, \eta_j) + \int_{\eta_j}^{\eta_{j+1}} \mathcal{M}_1(\xi, \theta) d\theta, \quad j = 1, \dots, N-1,$$

де $\mathcal{L}_2(\xi, \eta_1) = 0$.

Зображення для КІН визначаються за формулою

$$k_3^{\pm} = \pm \frac{U(\pm 1)}{2\sqrt{|\varphi'(\pm 1)|}}.$$

Наведений алгоритм дає можливість визначати зображення Лапласа від КІН при довільно заданому комплексному значенні параметра перетворення s . Обернене перетворення Лапласа знайдемо з використанням числово-аналітичної формули обернення, яка базується на формулі Пруднікова і адаптована до розв'язування динамічних задач теорії пружності.

Нехай відоме зображення Лапласа від функції $f(t)$, яке позначимо через $\tilde{f}(s)$. Прийемо також, що відомими є значення оригіналу та його по-

хідної у початковий момент часу $f(0)$ і $f'(0)$. Тоді при $0 < t < \ell$ справджується формула [2]

$$f(t) \cong \frac{1}{\ell} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{F}_n \exp(s_n t) + \frac{1}{1 - \exp(-c)} \left[f(0) + \ell f'(0) \left(\frac{t}{\ell} + \frac{1}{\exp(c) - 1} \right) \right] - R(t), \quad (8)$$

де $\tilde{F}_n = \tilde{f}(s_n) - \left(\frac{f(0)}{s_n} + \frac{f'(0)}{s_n^2} \right)$; $s_n = (c + 2\pi ni) \frac{1}{\ell}$; ℓ і c – сталі, які задовольняють умови: $\ell > 0$, $\operatorname{Re}(c) > 0$; $R(t)$ – залишковий член формули, який має порядок $O(e^{-c})$. Питання вибору параметрів c і ℓ , які дають можливість мінімізувати похибки формули, розглянуто у [2].

У праці [2] також запропоновано для деяких випадків враховувати залишковий член формули, зокрема, коли відомими є асимптотичні значення оригіналу для великих значень аргументу. Однак для широкого кола задач знаходження асимптотичних значень оригіналу є достатньо складною задачею. Тому у пропонуваній роботі вибрано наступний алгоритм. Знаходили оригінал за формулою (8) при конкретно заданих значеннях параметрів c і ℓ . Позначали знайдене таким чином значення оригіналу через $f_1(t)$. Далі, використовуючи формулу (8), у якій замінили значення c на $c + \pi i$, знову обчислювали значення функції f , яке позначали через f_2 . На підставі [2] легко встановити, що функція $f = f_3$, де

$$f_3(t) = \frac{f_1(t) + f_2(t)}{2},$$
 визначається за формулою (8) із залишковим членом

$R(t)$, який має порядок $O(e^{-2c})$. Звідси випливає, що при виборі сталої $c > 3$ залишковим членом можна нехтувати. Легко показати, що функцію $f_3(t)$ можемо обчислити безпосередньо за формулою (8), у якій c і ℓ замінюються на $2c$ і 2ℓ , при цьому ця формула справджується при $0 < t < \ell$.

Результати розрахунків. Приймемо, що тіло послаблене прямолінійною тріщиною, яка лежить на відрізку $[-a, a]$ осі Ox . Нехай на тіло падає гармонічна хвиля. У цьому випадку введено вище функцію T запишемо у вигляді $T(t) = \tau_s \sin(\omega t / c_2)$, де ω – частота, τ_s – задана стала. Зображення Лапласа для цієї функції визначається за формулою

$$\tilde{T} = \tau_s \frac{\omega'}{s^2 + \omega'^2},$$

де $\omega' = \frac{\omega}{c_2}$.

Розв'язок цієї задачі за усталених коливань (при великих часах) залежно від хвильового числа $k = \frac{\omega a}{c_2}$ наведено у [4]. Значення КІН для цього випадку знаходимо також за наведеним вище алгоритмом, що ґрунтується на методі інтегральних рівнянь, покладаючи при цьому $s = \frac{i\omega}{c_2}$.

Виконано розрахунки відносних амплітуд коливань КІН $F_3 = \frac{K_{III}}{\tau_s \sqrt{a}}$ для різних значень частоти ω при $c = 4$ та $c = 4 + \pi i$, які позначимо відповідно

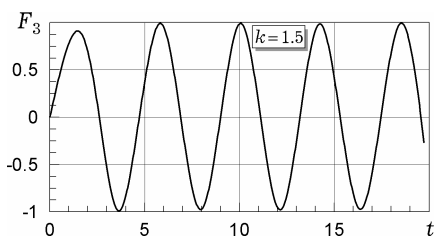
через $F_3^{(1)}$ і $F_3^{(2)}$. Значення цих величин і їх середнє $F_3^{(3)} = \frac{1}{2}(F_3^{(1)} + F_3^{(2)})$ за великих значень відносного часу (тобто, коли процес коливань КІН є близьким до усталеного) наведено у табл. 1. Крім того, у табл. 1 подано результати розрахунків амплітуд КІН за усталених коливань.

Таблиця 1. Асимптотичні та усталені значення КІН.

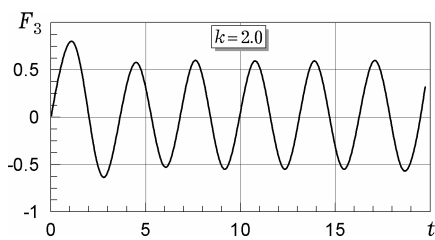
k	Динамічна задача			Усталені коливання
	$F_3^{(1)}$	$F_3^{(2)}$	$F_3^{(3)}$	
0.9	1.315	1.231	1.273	1.273
0.95	1.342	1.217	1.279	1.277
1.0	1.299	1.248	1.2735	1.274
1.05	1.229	1.3	1.2645	1.266
1.1	1.19	1.315	1.25	1.25
1.15	1.196	1.261	1.228	1.23
1.5	0.96	0.944	0.952	0.954
2.0	0.548	0.584	0.566	0.566
2.5	0.394	0.358	0.376	0.375
3.0	0.328	0.36	0.344	0.344
3.5	0.42	0.398	0.409	0.412
4.0	0.49	0.496	0.493	0.495

Із табл. 1 випливає, що безпосереднє використання формули обернення (8) при $s = 4$ і $s = 4 + \pi i$ дає можливість з достатньою для практики точністю визначати КІН. Знайдені середні значення $F_3^{(3)}$ практично співпадають зі значеннями КІН для усталених коливань. Таким чином, числовий алгоритм, який ґрунтується на знаходженні середнього значення за допомогою формули обернення (8), дає можливість з високою точністю визначати динамічний напружений стан тіла із тріщиною.

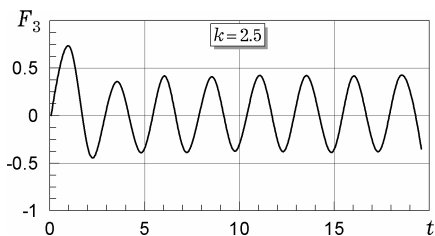
Розраховані залежності від часового параметра $t = c_2 \tau / a$ відносних КІН $F_3 = \frac{K_{III}}{\tau_s \sqrt{a}}$ при значеннях відносних частот $k = 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 4.5, 6.0$ наведено на рис. 1.



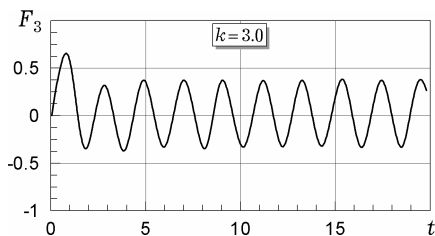
а)



б)



в)



г)

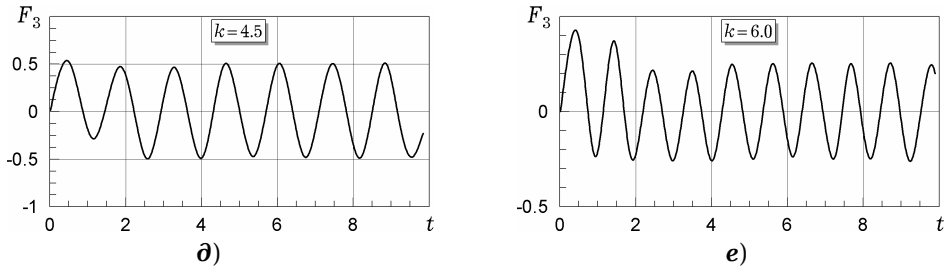


Рис.1. Відносні КІН за дії гармонічної хвилі.

З наведених на рис. 1 графіків випливає, що значення КІН достатньо швидко виходять на усталений режим, який описується відповідними рівняннями для усталених коливань (синусоїдою). При цьому для відносно малих частот ω амплітуда коливань КІН монотонно зростає в часі. При більших значеннях частот ($k > 2$) КІН зростає від нуля до максимального значення, далі КІН коливаючись переходить на асимптотичний режим.

Ударне навантаження. Розглянемо більш загальний випадок – навантаження ударного типу, коли розподіл напружень у падаючій хвилі має вигляд

$$\frac{T}{\tau_S} = \begin{cases} t/b, & t < b, \\ 1, & t \geq b. \end{cases} \quad (9)$$

Тут $b = \text{ctg } \alpha$, де α – кут, який характеризує швидкість виходу на стаціонарний режим навантаження (при $\alpha \rightarrow \pi/2$ має місце випадок ударного навантаження). Таке задання дає змогу описати процес зміни реальних навантажень і одночасно покращити збіжність рядів у формулах обернення [2] (у випадку неперервної зміни в часі навантаження швидкість збіжності ряду (8) вища, ніж при розривних навантаженнях). Зображення Лапласа для цього випадку буде $\tilde{T} = \tau_S [1 - \exp(-bs)] / bs^2$.

Результати розрахунків відносних КІН для різних значень параметра b наведено на рис. 2. На рисунках вказано також відповідне максимальне значення відносного КІН.

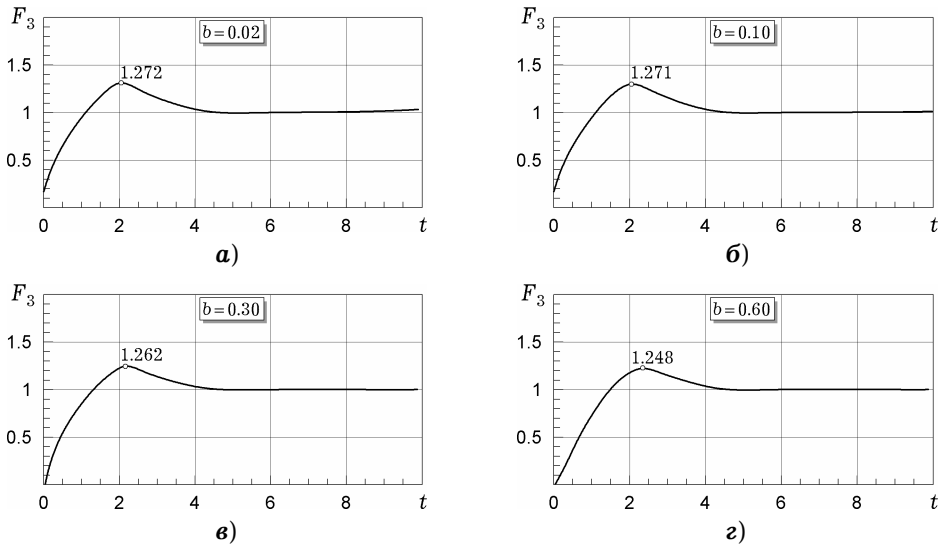


Рис. 2. Відносні КІН за дії ударного навантаження.

На рисунку бачимо, що при значеннях $b < 0.1$ розв'язок відповідає ідеальній ударній хвилі.

Пульсуюче навантаження. Досліджено також випадок, коли функція T , яка визначає напруження у падаючій хвилі, має вигляд $T(t) = \tau_S |\sin(\omega t/c_2)|$. Зображення Лапласа для цієї функції матиме вигляд

$$\tilde{T} = \tau_S \frac{\omega'}{s^2 + \omega'^2} \operatorname{cth} \frac{\pi s}{2\omega'}$$

Результати розрахунків відносних КІН для значень відносних частот $k = 4.5, 5.0, 5.5, 6.0$ наведено на рис. 3.

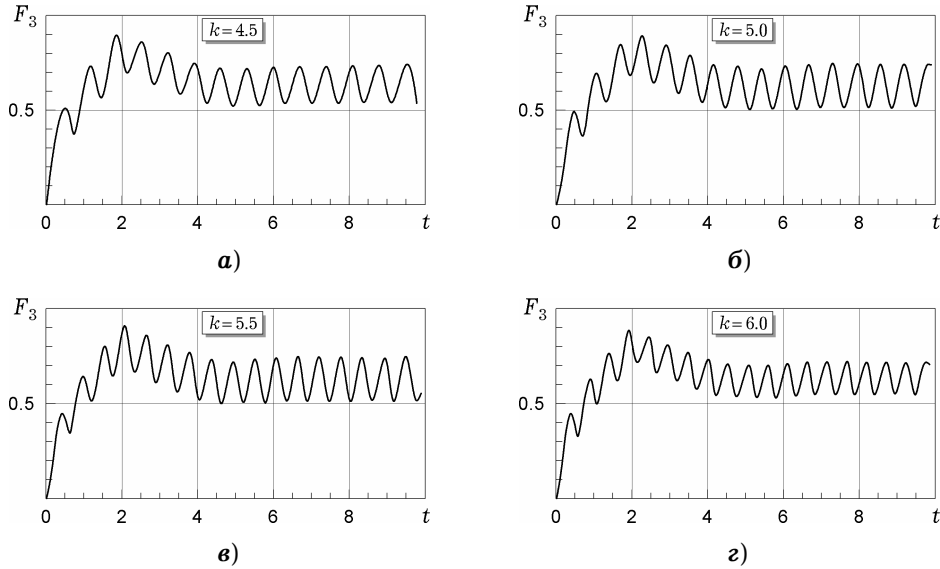
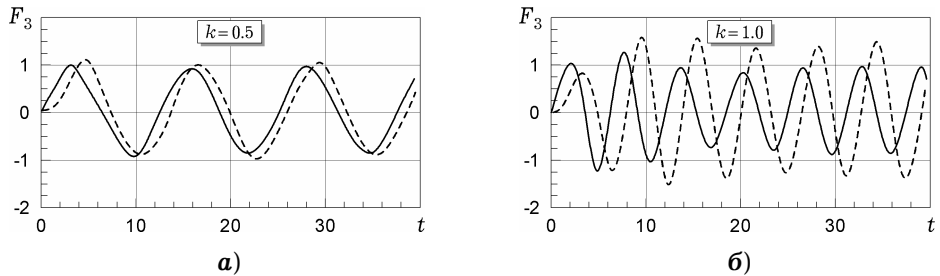


Рис. 3. Відносні КІН при пульсуючому навантаженні.

Середнє значення напружень у падаючій хвилі за період його зміни буде $T_{av} = 2\tau_S/\pi$. Із наведених графіків видно, що при високих частотах середні значення КІН упродовж періоду близькі за характером і величиною до КІН у випадку ударного навантаження (наведених на рис. 2), інтенсивність якого зменшена на величину $C = \pi/2$. При малих значеннях частот зміна КІН має достатньо складний характер.

Дві паралельні тріщини. Розглянемо дві паралельні тріщини, відстань між якими дорівнює d . Розрахунки КІН виконано для випадку дії гармонічної хвилі при $d = 0.5a$, коли хвиля поширюється паралельно до осі Oy , одна із тріщин лежить на осі Ox . Обчислені залежності від часу КІН для цього випадку при $k = 0.5, 1.0, 1.28, 1.35, 1.5, 2.0$ наведено на рис. 4. Тут і надалі суцільними кривими позначено КІН для верхньої тріщини, а штриховими — для нижньої. Значення амплітуд коливань F_3 в кінці часового проміжку, на якому має місце практично усталений режим коливань, дорівнюють 0.8933, 0.906, 2.888, 2.594, 1.482, 0.6305 відповідно.



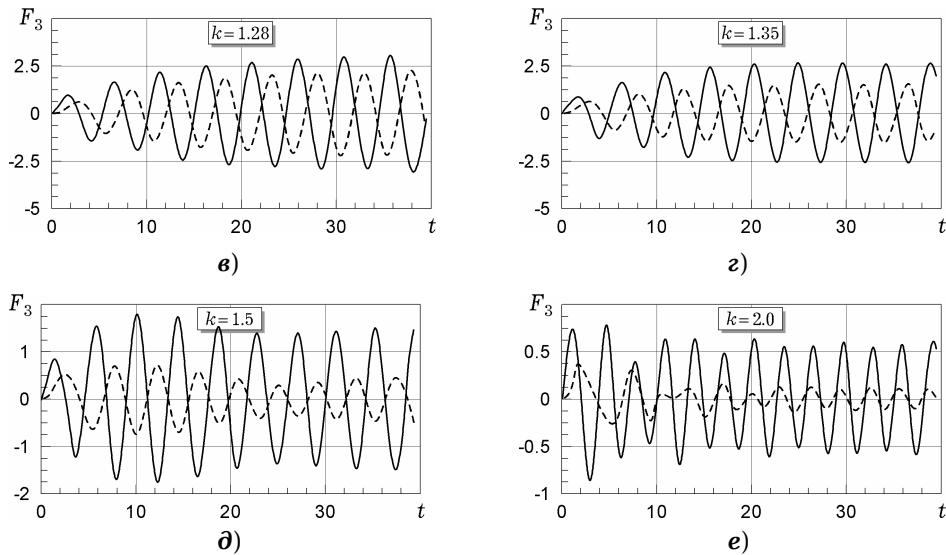


Рис. 4. Відносні КІН для двох паралельних тріщин при падінні гармонічної хвилі.

Із аналізу кривих, наведених на рис. 4, випливає, що для розглянутих частот розраховані динамічні значення КІН виходять на режим усталених гармонічних коливань достатньо швидко, за винятком частот при $k \approx 1.28$, для яких амплітуди динамічних КІН продовжують зростати в часі (для вибраного при обчисленнях проміжку часу).

Для порівняння виконано обчислення відносних усталених амплітуд коливань КІН для розглянутого випадку, залежності від відносної частоти яких для верхньої і нижньої тріщин відповідно зображено на рис. 5а і рис. 5б. Зазначимо, що ці графіки добре узгоджуються з даними, наведеними в [4].

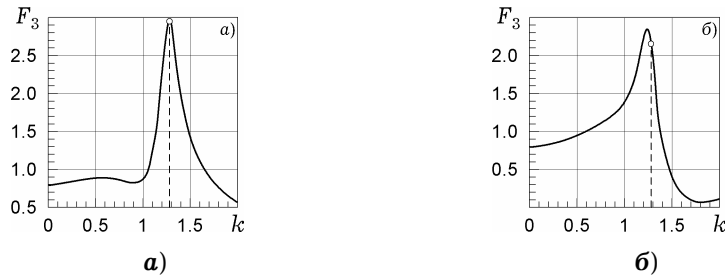


Рис. 5. Амплітуди КІН при усталених коливаннях для двох тріщин.

Бачимо, що амплітуди коливань КІН в кінці вибраного часового проміжку, наведені на рис. 4, добре узгоджуються із відповідними усталеними значеннями, поданими на рис. 5. Найбільше відхилення має місце при $k = 1.28$, для якого, як бачимо на рис. 5, усталені амплітуди коливань є максимальними і швидкозмінними в околі розглядуваної точки.

Вкажемо на характерну різницю в зміні КІН у динамічних задачах для систем тріщин. Виконані розрахунки показали, що для випадку однієї тріщини для всіх частот амплітуди коливань швидко виходять на усталений режим, зокрема і для частот, при яких усталені коливання є максимальними. Для взаємодіючої системи двох тріщин час виходу на усталений режим на деяких частотах може істотно збільшуватись – для частот, на яких усталені коливання є максимальними і в околі яких амплітуди є швидкозмінними.

Зазначимо, що при усталеному режимі амплітуди КІН завжди набувають більших значень на першій (верхній) тріщині (рис. 5), у той же час динамічні КІН для деяких випадків у початкові моменти часу набувають максимальних значень на другій (нижній) тріщині.

Аналогічні розрахунки динамічних КІН для двох тріщин виконано для випадку дії ударної хвилі. На рис. 6 наведено результати обчислень, виконані для значень параметра $b = 0.1, \dots, 0.6$ (див. формулу (9), параметр b характеризує швидкість виходу на максимальне навантаження). Максимальні відносні значення КІН F_3 , які досягаються на верхній тріщині (суцільні криві), дорівнюють відповідно 1.154, 1.148, 1.141, 1.135, 1.128, 1.121.

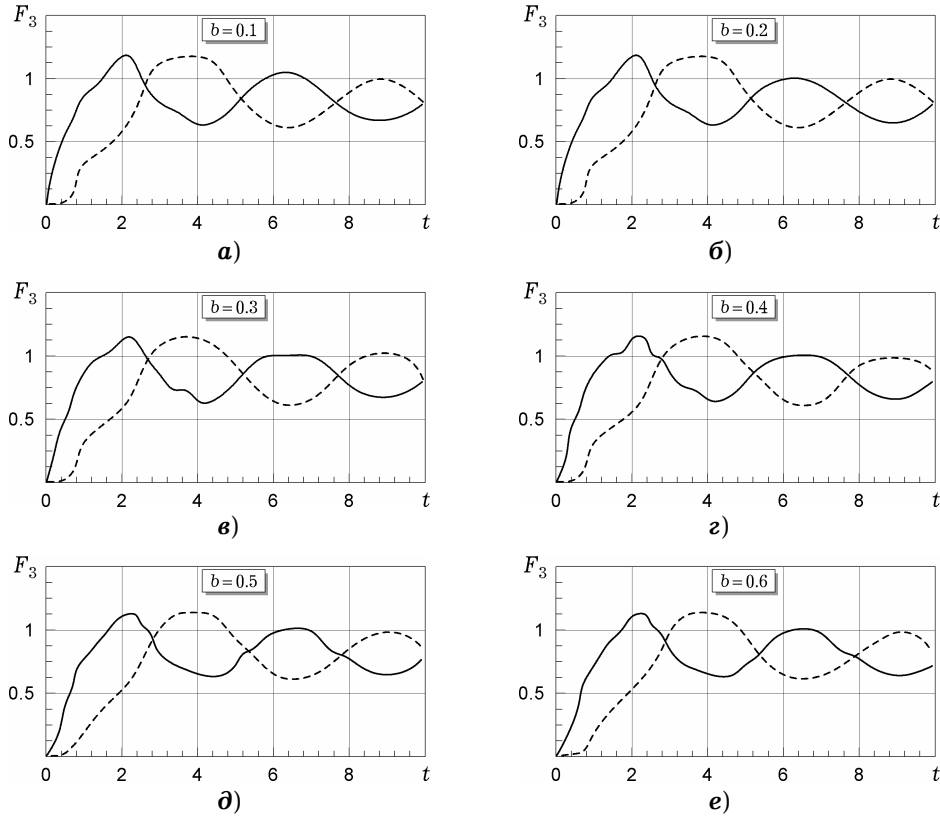
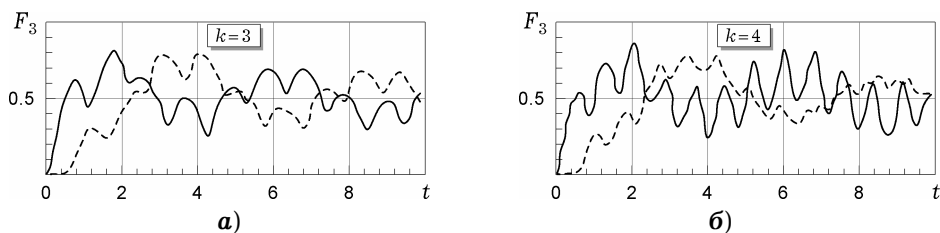


Рис. 6. Відносні КІН за дії ударного навантаження для двох тріщин.

Виконано розрахунки відносних динамічних значень КІН для випадків малих значень параметра $b = 0.02, \dots, 0.1$, які відповідають практично ударному навантаженню. Встановлено, що ідеальній ударній хвилі відповідає максимальне значення відносного КІН $F_3 \approx 1.16$.

З наведених даних випливає, що максимальні КІН досягаються на верхній тріщині, причому на обох тріщинах максимальні КІН є меншими, ніж для випадку однієї тріщини.

Виконано також обчислення динамічних КІН для випадку пульсуючого навантаження (див. рис. 7) при відносних значеннях частоти $k = 3, \dots, 8$, де параметр k характеризує періодичність навантаження. Відповідні їм максимальні відносні значення КІН F_3 , які досягаються на верхній тріщині, дорівнюють 0.8113, 0.856, 0.8182, 0.8053, 0.8202, 0.8028.



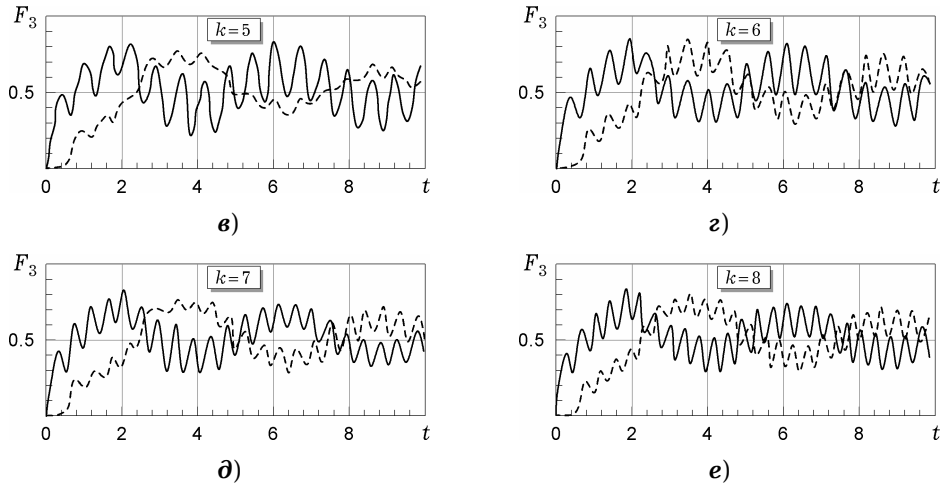


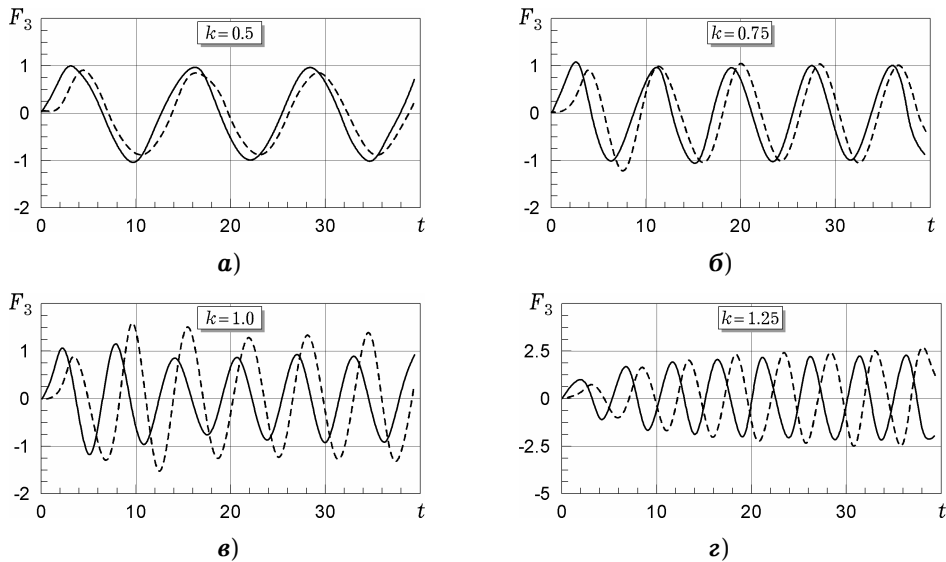
Рис. 7. Відносні КІН при пульсуючому навантаженні для двох тріщин.

Розподіл КІН для вибраних значень відносних частот, обчислених для випадку пульсуючого навантаження, також узгоджується зі значеннями КІН для ударного навантаження з точністю до множника $2/\pi$ (аналогічно, як і у випадку однієї тріщини). Для малих частот характер коливань КІН є достатньо складним.

Дві паралельні зсунуті тріщини. Розглянемо випадок двох паралельних тріщин, коли верхня тріщина зсунута відносно нижньої на $0.25a$, отже, напружений стан вже є несиметричним.

Розраховані значення динамічних КІН для випадку гармонічної падаючої хвилі для різних значень відносної частоти k подано на рис. 8. Значення амплітуд коливань F_3 в кінці часового проміжку, на якому має місце практично усталений режим коливань, дорівнюють відповідно 0.9973, 0.9891, 0.9161, 2.208, 1.437, 0.6257.

Обчислені на основі рівнянь теорії пружності амплітуди коливань КІН, що описують усталені коливання, є близькими за величиною до амплітуд динамічних КІН у кінці часового проміжку.



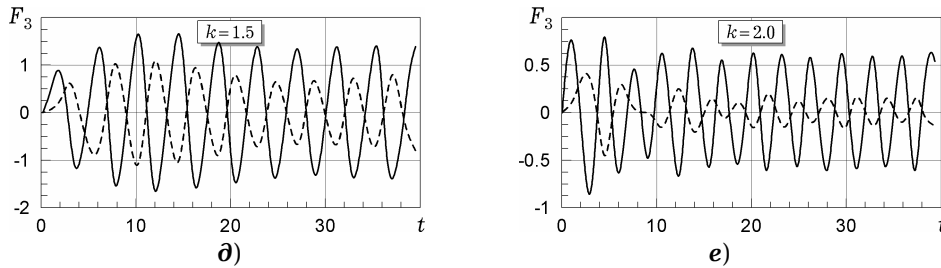


Рис. 8. Відносні КІН за дії гармонічної хвилі для двох зсунутих тріщин.

Отже, розроблено методику дослідження динамічних КІН при зсуві тіл, послаблених системою прямолінійних тріщин, на які падають різного типу хвилі, до берегів яких прикладено змінні в часі навантаження. Методика базується на методах перетворення Лапласа, інтегральних рівнянь і на адаптованій до розв'язування динамічних задач формулі обернення, яка дає змогу досліджувати швидкозмінні в часі перехідні та усталені процеси коливань з достатньою для практики точністю. Встановлено характерні особливості в зміні КІН на перехідному етапі та на етапі усталених коливань для однієї і двох тріщин для гармонічних, пульсуючих і східчастих хвиль.

1. Кит Г. С., Побережний О. В. Нестационарные процессы в телах с дефектами типа трещин. – Киев: Наук. думка, 1992. – 216 с.
2. Кушнір Р. М., Максимович В. М., Соляр Т. Я. Визначення нестационарних температур на основі уточнених формул обернення перетворення Лапласа // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002. – 38, № 2. – С. 18–26.
3. Саврук М., Матвісів О. Динамічна задача для тіла з тріщиною за антиплоскої деформації // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2004. – С. 255–260.
4. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений / Под ред. Ю. М. Мураками: В 2 т. – Москва: Мир, 1990. – Т. 1. – 448 с.; Т. 2. – 568 с.
5. Chen W., Renji T. Cauchy singular integral equation method for transient antiplane dynamic problems // Eng. Fract. Mech. – 1996. – 54. – P. 177–187.
6. Kanninen M. F. A critical appraisal of solution techniques in dynamic fracture mechanics // Numer. Math. Fract. Mech. / Eds. A. R. Luxmore, D. R. J. Owen. – Swansea: Pineridge Press, 1978. – P. 612–634.
7. Ravera R. S., Sih G. C. Transient analysis of stress waves around cracks under antiplane strain // J. Acoust. Soc. Amer. – 1970. – 47, No. 3. – P. 875–881.
8. Sih G. C., Embley G. T., Ravera R. S. Impact response of a finite crack in plane extension // Int. J. Solids Struct. – 1972. – 8, No. 7. – P. 977–993.
9. Zhang Ch. Transient elastodynamic antiplane crack analysis of anisotropic solids // Int. J. Solids Struct. – 2000. – 37. – P. 6107–6130.

ПЕРЕХОДНЫЕ И УСТАНОВИВШИЕСЯ ДИНАМИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ТЕЛ С ТРЕЩИНАМИ

Приведен алгоритм исследования переходных и установившихся напряжений возле системы трещин в пространстве при продольном сдвиге, возникающих при распространении волн. Алгоритм основывается на интегральном преобразовании Лапласа, модифицированной формуле обращения Прудникова и методе граничных интегральных уравнений. Установлены характерные особенности изменения коэффициентов интенсивности напряжений для одной и системы трещин на этапе выхода колебаний на установившийся режим.

TRANSIENT AND STEADY-STATE DYNAMIC STRESSES UNDER ANTIPLANE STRAIN OF BODIES WITH CRACKS

The algorithm to study the transient and steady-state stresses around the system of cracks in the space under longitudinal shear, arising at the wave propagation is proposed. The algorithm is based on the integral Laplace transform, modified inverse Prudnikov's formula and method of boundary integral equations. The characteristic features of changes of stress intensity factors for a single crack and systems of cracks at the stage output of vibrations on the steady state mode are established.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
07.07.11