

**АКТИВНЕ КЕРУВАННЯ ДЕФОРМОВАНИМ СТАНОМ  
АСИМЕТРИЧНОЇ ТРИМОРФНОЇ БАЛКИ  
В НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМАХ РОБОТИ**

*Розглянуто задачу активного керування деформованим станом асиметричної триморфної балки з шарнірно закріпленими торцями. Нестаціонарне механічне навантаження, яке прикладене до триморфу, є невідомою функцією. Електричний сигнал, закон зміни якого у часі визначається згідно із запропонованим критерієм, підводиться до електродів одного з п'єзошарів, що працює в режимі оберненого п'єзоефекту. При цьому стан балки підтримується близьким до недеформованого. Формування керуючого електричного сигналу, як і ідентифікація зовнішньої механічної дії, здійснюється на підставі відомої різниці потенціалів, що виникає між електродами другого п'єзошару, який працює в режимі прямого п'єзоефекту. Розв'язок задачі отримано із застосуванням інтегрального перетворення Лапласа за часом. В результаті аналітичного переходу в простір оригіналів шукані величини визначаються із системи інтегральних рівнянь Вольтерра, для розв'язання якої використано алгоритми регуляризації. Наведено результати розрахунків та їх аналіз.*

**Вступ.** Наявність ефекту зв'язаності електричного та механічного полів у п'єзокерамічних тілах зумовлює їх широке застосування в різних технічних галузях. Перелік існуючих у наш час практичних впроваджень п'єзоелектричних перетворювачів енергії є досить численним [5, 7, 15], що обумовлює підвищений інтерес до теоретичних досліджень з проблем електропружності.

Серед існуючих п'єзоперетворювачів розповсюдженими є тонкостінні біморфні тіла, утворені з металевого і поляризованого по товщині електропружного шарів. В публікації [14] отримано рівняння руху біморфного диска (пластини) і проведено дослідження його усталених коливань. Перехідні процеси, які виникають при нестаціонарному електричному чи механічному збудженні біморфної балки, вивчались в роботах [1, 2].

В останні роки набувають актуальності задачі, в яких розвиваються підходи і методи керування деформованим станом механічно навантажених елементів конструкцій з використанням п'єзоелементів [6, 10–12]. У випадку, коли зовнішнє механічне навантаження апріорі невідоме, його відтворення може бути здійснено на підставі значень різниці потенціалів між електродами п'єзоелемента, яка виникає внаслідок його деформування [8, 13].

Однак більшість зазначених досліджень проводилась в припущенні, що динамічний процес є періодичним у часі. Ця робота присвячена ідентифікації зовнішнього імпульсного механічного навантаження, прикладеного до асиметричної триморфної балки, при одночасному визначенні форми електричного сигналу, який дозволяє підтримувати стан зазначеного тіла, близьким до недеформованого. Вихідними даними для формування керуючого сигналу та розв'язання задачі є різниця потенціалів між електродами п'єзоприймача.

**1. Постановка задачі.** Розглядаємо шарнірно закріплену тришарову балку прямокутного поперечного перерізу, що складається з металевого та двох п'єзокерамічних шарів, які жорстко з'єднані між собою. Електропружні елементи поляризовані по товщині і розташовані з однієї сторони пружного шару (рис. 1). Триморф має довжину  $2\ell$  і ширину  $b$ . Товщини шарів постійні і дорівнюють  $h_m$ ,  $h_1$  і  $h_2$ . Тут і далі індексом « $m$ » позначено геометричні та фізичні характеристики металевого шару; індексами « $1$ » і

«2» – геометричні параметри внутрішнього і зовнішнього п'єзоелементів відповідно; індексом «р» – їх фізичні характеристики. П'єзошари виготовлені з одного матеріалу і мають суцільні електродовані поверхні. Електрод, який контактує з металевим шаром, заземлений.

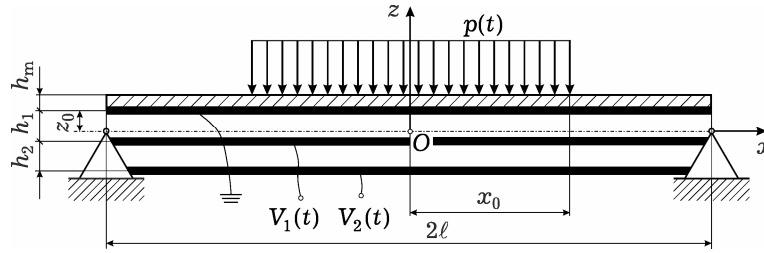


Рис. 1. Механічна система.

Триморф збуджується нестационарним навантаженням  $p(t)$ , яке рівномірно розподілене на заданому інтервалі зовнішньої поверхні металевому шару. Для підтримання п'єзоперетворювача в стані, близькому до недеформованого, до зовнішнього електрода підводиться потенціал  $V_2(t)$  (зовнішній електропружний шар працює у режимі оберненого п'єзоefекту).

За критерій керування приймаємо умову, виконання якої забезпечує рівність нулеві інтеграла по довжині балки від її прогинів. Вихідними даними для формування керуючого електричного сигналу є різниця потенціалів  $V_1(t)$  між електродованими покриттями внутрішнього п'єзоелемента (п'єзо-приймача).

Задачу формуємо в припущенні, що область навантаження перетворювача і граничні умови є симетричними відносно серединного перерізу балки (рис. 1), різниця потенціалів  $V_1(t)$  є відомою величиною (вона може бути зареєстрована із застосуванням вимірювальної апаратури), а механічне навантаження  $p(t)$  і керуючий сигнал  $V_2(t)$  підлягають визначенню.

**2. Вихідні рівняння.** Введемо декартову систему координат  $xOz$ , вісь  $Oz$  якої рівновіддалена від торців балки і перпендикулярна до площин контакту шарів, а вісь  $Ox$  віддалена від площини контакту металевому і внутрішнього п'єзокерамічного шарів на відстань  $z_0$  [1, 14]:

$$z_0 = b \frac{c_{11}^p h_p^2 - c_{11}^m h_m^2}{2c_F},$$

де

$$h_p = h_1 + h_2, \quad c_F = c_{11}^p F_p + c_{11}^m F_m,$$

$$F_p = b h_p, \quad F_m = b h_m, \quad c_{11}^m = E, \quad c_{11}^p = 1/s_{11}^E,$$

$s_{11}^E$  – пружна податливість кераміки при нульовому електричному полі.

При такому розташуванні осі зведення  $Ox$  рівняння руху триморфа розділяються відносно складових переміщень її точок.

Навантаження, яке діє на балку,  $P(x, t) = p(t)[H(x + x_0) - H(x - x_0)]$  ( $H$  – одинична функція Гевісайда), можна подати рядом Фур'є

$$P(x, t) = p(t) \left[ \alpha_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(x) \right], \quad (1)$$

де

$$\alpha_0 = \frac{x_0}{\ell}, \quad \alpha_k(x) = \frac{2}{k\pi} \sin \frac{k\pi x_0}{\ell} \cos \frac{k\pi x}{\ell}.$$

Задачу розв'язуємо з використанням безрозмірних позначень, згідно з якими поперечні переміщення і лінійні розміри віднесено до  $\ell$ ; час – до  $\sqrt{\rho_F \ell^4 / c_J}$ ; зовнішнє механічне навантаження – до  $c_J / \ell^3$ ; різниці потенціалів – до  $e_{31} b \ell^2 / c_J$ , де

$$\begin{aligned} c_J &= c_{11}^p J_p + c_{11}^m J_m + J_{p0} e_{31}^2 / \epsilon_{33}, & \rho_F &= \rho_p F_p + \rho_m F_m, \\ J_p &= J_1 + J_2, & J_0 &= J_{01} + J_{02}, & J_i &= b(z_{i-1}^3 - z_i^3) / 3, \\ J_{0i} &= b h_i^3 / 12, & z_i &= z_{i-1} - h_i, & i &= 1, 2, \\ J_m &= b(z_m^3 - z_0^3) / 3, & z_m &= z_0 + h_m, \\ e_{31} &= d_{31} / s_{11}^E, & \epsilon_{33} &= \epsilon_{33}^T - d_{31}^2 / s_{11}^E, \end{aligned}$$

$\rho_j$  – густини матеріалів шарів;  $\epsilon_{33}^T$  – діелектрична проникність кераміки при нульових напругах;  $d_{31}$  – п'єзомодуль кераміки.

Рівняння руху асиметричного триморфа і граничні умови отримуємо на підставі узагальненого принципу Гамільтона – Остроградського в рамках гіпотез Кірхгофа – Лява в цілому для тришарового пакета та гіпотези про лінійну зміну нормальної компоненти напруженості електричного поля по товщині кожного з п'єзокерамічних шарів [3, 14].

Нехтуючи малими інерційними членами, що мають порядок  $h_j^2$  і  $h_j^3$  ( $j = m, p$ ), отримуємо таке рівняння відносно поперечних переміщень  $w$  [1, 8]:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P. \quad (2)$$

Для прийнятих умов закріплення торців балки і умови непротікання струму зміщень у п'єзодатчику забезпечуються такі рівності:

$$w|_{x=\pm 1} = 0, \quad M|_{x=\pm 1} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-1}^1 D(x, t) dx = 0$$

( $D$  – нормальна складова вектора індукції), які відносно переміщень  $w$  записуються у вигляді [1]

$$w|_{x=1} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right|_{x=1} = - \left( \frac{a_1}{\ell} V_1 + \frac{a_2}{\ell} \Delta V \right), \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=1} = \frac{c_J \epsilon_{33}}{e_{31}^2 F_1 a_1 \ell} V_1, \quad (4)$$

де  $\Delta V = V_2 - V_1$ ;  $a_1 = z_0 - h_1 / 2$ ;  $a_2 = z_0 - h_1 - h_2 / 2$ .

При цьому поздовжні переміщення точок поверхні зведення ( $z = 0$ ) тожжно дорівнюють нулеві. Зазначимо, що в співвідношеннях (3) і (4) величина  $V_1(t)$  є відомою.

До електродованих поверхонь зовнішнього п'єзокерамічного шару підводиться різниця потенціалів  $\Delta V$ , форму якої вибираємо з використанням вказаної вище умови керування:

$$\int_0^1 w dx = 0. \quad (5)$$

Початкові умови покладаємо нульовими.

**3. Метод розв'язування.** Задачу (2)–(5) розв'язуємо за допомогою інтегрального перетворення Лапласа за часом. Загальний розв'язок диференціального рівняння (2) у просторі зображень з урахуванням парності поперечних переміщень і залученням розвинення (1) має вигляд [1, 8]:

$$w^L(x, s) = A_1^L(s)F_1^L(x, s) + A_2^L(s)F_2^L(x, s) + p^L(s)\Psi_1^L(x, s). \quad (6)$$

Тут індексом  $L$  позначено відповідні трансформанти Лапласа;  $A_i^L(s)$  – невідомі функції параметра перетворення  $s$ ,

$$\begin{aligned} \Psi_1^L(x, s) &= \alpha_0 \frac{1}{s^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(x) \frac{1}{s^2 + \mu_k^2}, & \mu_k &= k^2 \pi^2, \\ F_1^L(x, s) &= f_1^L(x, s) + f_2^L(x, s), & F_2^L(x, s) &= g_1^L(x, s) + g_2^L(x, s), \\ f_j^L(x, s) &= \frac{1}{s} e^{-y_j(x, s)} \cos y_j(x, s), & g_j^L(x, s) &= \frac{1}{s} e^{-y_j(x, s)} \sin y_j(x, s), \\ y_j(x, s) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{s} [1 + (-1)^j x], & j &= 1, 2. \end{aligned} \quad (7)$$

Підставляючи вираз (6) в умови (3)–(5), одержимо систему рівнянь відносно невідомих  $A_1^L(s)$ ,  $A_2^L(s)$ ,  $\Delta V^L(s)$  і  $p^L(s)$ :

$$\begin{aligned} A_1^L(s)F_1^L(1, s) + A_2^L(s)F_2^L(1, s) + p^L(s)\Psi_1^L(1, s) &= 0, \\ A_1^L(s)F_2^L(1, s) - A_2^L(s)F_1^L(1, s) - p^L(s)\Psi_2^L(s) + \\ &+ \frac{1}{s} \left[ \frac{a_1}{\ell} V_1^L(s) + \frac{a_2}{\ell} \Delta V^L(s) \right] = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$A_1^L(s)F_3^L(1, s) - A_2^L(s)F_4^L(1, s) - \sqrt{2} \frac{c^J \varepsilon_{33}}{e_{31}^2 F_1 a_1 \ell} V_1^L(s) = 0,$$

$$A_1^L(s)F_4^L(1, s) + A_2^L(s)F_3^L(1, s) + \alpha_0 \sqrt{2} \frac{1}{s} p^L(s) = 0, \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} \Psi_2^L(s) &= \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(1) \mu_k \frac{1}{s(s^2 + \mu_k^2)}, \\ F_j^L(x, s) &= \sqrt{s} [(f_1^L(x, s) - f_2^L(x, s)) - (-1)^j (g_1^L(x, s) - g_2^L(x, s))], \quad j = 3, 4. \end{aligned}$$

Далі аналітично виконуємо інверсію системи (8), (9), що забезпечує виконання умов (3)–(5) в просторі оригіналів. В результаті задача зводиться до такої системи інтегральних рівнянь Вольтерра I-го роду відносно невідомих  $A_1(t)$ ,  $A_2(t)$ ,  $\Delta V(t)$  і  $p(t)$ :

$$\begin{aligned} \int_0^t A_1(\tau) F_1(1, t - \tau) d\tau + \int_0^t A_2(\tau) F_2(1, t - \tau) d\tau + \int_0^t p(\tau) \Psi_1(1, t - \tau) d\tau &= 0, \\ \int_0^t A_1(\tau) F_2(1, t - \tau) d\tau - \int_0^t A_2(\tau) F_1(1, t - \tau) d\tau - \int_0^t p(\tau) \Psi_2(t - \tau) d\tau + \\ &+ \left[ \frac{a_1}{\ell} \int_0^t V_1(\tau) d\tau + \frac{a_2}{\ell} \int_0^t \Delta V(\tau) d\tau \right] = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\int_0^t A_1(\tau)F_3(1, t - \tau)d\tau - \int_0^t A_2(\tau)F_4(1, t - \tau)d\tau - \sqrt{2} \frac{c_J \varepsilon_{33}}{e_{31}^2 F_1 a_1 l} V_1(t) = 0,$$

$$\int_0^t A_1(\tau)F_4(1, t - \tau)d\tau + \int_0^t A_2(\tau)F_3(1, t - \tau)d\tau + \alpha_0 \sqrt{2} \int_0^t p(\tau) d\tau = 0, \quad (11)$$

де

$$\Psi_1(x, t) = \alpha_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(x) \frac{1}{\mu_k} \sin(\mu_k t),$$

$$\Psi_2(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(1) \frac{1}{\mu_k} [1 - \cos(\mu_k t)].$$

У наведеній системі ядра  $F_j(x, t)$ ,  $j = 1 \div 4$ , отримано аналітично з використанням таблиць операційного обчислення [4]:

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{s} e^{-\alpha \sqrt{s}} \cos(\alpha \sqrt{s}) \right] = 1 - C \left( \frac{\alpha^2}{2t} \right) - S \left( \frac{\alpha^2}{2t} \right),$$

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{s} e^{-\alpha \sqrt{s}} \sin(\alpha \sqrt{s}) \right] = C \left( \frac{\alpha^2}{2t} \right) - S \left( \frac{\alpha^2}{2t} \right),$$

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\alpha \sqrt{s}} \cos(\alpha \sqrt{s}) \right] = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cos \left( \frac{\alpha^2}{2t} \right),$$

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\alpha \sqrt{s}} \sin(\alpha \sqrt{s}) \right] = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \sin \left( \frac{\alpha^2}{2t} \right),$$

де  $C(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{\cos(\xi)}{\sqrt{\xi}} d\xi$ ,  $S(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{\sin(\xi)}{\sqrt{\xi}} d\xi$  – інтеграли Френеля;  $L^{-1}$  – оператор оберненого перетворення Лапласа.

Систему інтегральних рівнянь (10), (11) розв'язували чисельно. Для цього часовий інтервал розбивали на відрізки  $\Delta t$  з наступним застосуванням на кожному кроці за  $t$  методу квадратур. Це дозволило одержати систему лінійних алгебраїчних рівнянь із матрицею блокової структури, яка є чисельним аналогом вихідної системи. Для побудови її стійкого розв'язку застосовували регуляризуючі алгоритми [9]. При цьому коефіцієнт відносної нев'язки приймали рівним 0.01. Точність виконаних розрахунків контролювалася варіюванням значень кроку розбиття  $\Delta t$ .

Для знаходження поперечних переміщень  $w(x, t)$  виконували інверсію виразу (6). В результаті шукану величину можна подати у вигляді суми інтегралів від відомих функцій:

$$w(x, t) = \int_0^t A_1(\tau)F_1(x, t - \tau)d\tau + \int_0^t A_2(\tau)F_2(x, t - \tau)d\tau +$$

$$+ \int_0^t p(\tau)\Psi_1(x, t - \tau)d\tau. \quad (12)$$

При їх обчисленні також застосовували квадратурні формули.

Для аналізу ефективності керування деформованим станом за допомогою електричного сигналу, що подається на зовнішній п'єзокерамічний шар, було розв'язано задачу про коливання асиметричного триморфа при роботі обох електропружних шарів у режимі прийому (електроди розімкнуті). У цьому випадку умову (5) необхідно замінити рівністю

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=1} = \frac{c_J \varepsilon_{33}}{e_{31}^2 F_2 a_2} \Delta V,$$

яка забезпечує непротікання струму через зовнішній п'єзокерамічний шар  $z_2 \leq z \leq z_1$ .

Тоді з урахуванням загального розв'язку (6) систему (10) необхідно доповнити рівнянням вигляду

$$\int_0^t A_1(\tau) F_3(1, t - \tau) d\tau - \int_0^t A_2(\tau) F_4(1, t - \tau) d\tau - \sqrt{2} \frac{c_J \varepsilon_{33}}{e_{31}^2 F_2 a_2 \ell} \Delta V(t) = 0. \quad (13)$$

Методика розв'язання отриманої системи (10), (13) аналогічна описаній раніше. Зазначимо, що в цьому випадку буде виконуватись співвідношення  $\Delta V = V_1(h_2 a_2 / h_1 a_1)$ .

Зниження прогинів перетворювача при менших амплітудах керуючого електричного сигналу є можливим із залученням підходу [9], який полягає у формуванні  $\Delta V$  на основі співвідношення

$$\Delta V = \zeta \cdot \Delta V_c + (1 - \zeta) \cdot \Delta V_d, \quad (14)$$

де через  $\Delta V_c$  позначена різниця потенціалів, підведення якої до електродів п'єзоурухомника забезпечує виконання умови керування (5);  $\Delta V_d$  – різниця потенціалів на зовнішньому п'єзошарі у випадку його роботи в режимі прийому;  $\zeta$  – ваговий коефіцієнт,  $0 \leq \zeta \leq 1$ .

Ефективність керування деформованим станом балки згідно з критерієм (14) розглянута на конкретних прикладах у наступному параграфі.

**4. Числові результати.** На першому етапі розглядали задачу, що дозволяє при заданому зовнішньому навантаженні змодельовати різницю потенціалів  $V_1(t)$  між електродами п'єзоприймача при різних фіксованих значеннях  $\zeta$  у формулі (14):  $\zeta = 0, 0.5, 1.0$ . Для керованого деформованого стану асиметричного триморфа з  $\zeta = 1$  задача зводиться до розв'язання системи (10), (11) у припущенні, що функція  $p(t)$  є відомою. Отримані значення  $V_1(t)$  використовували далі як вихідні дані для формування різниці потенціалів  $\Delta V(t) = V_c(t)$ , яка мінімізує прогини, так і для ідентифікації нестационарного механічного навантаження  $p(t)$ . Аналогічна процедура була застосована при  $\zeta = 0$ , коли величини  $V_1(t)$  і  $\Delta V(t) = \Delta V_d(t)$  обчислювали з системи рівнянь (10), (13).

При проведенні розрахунків приймали наступні параметри тришарової балки:

$$\begin{aligned} \ell &= 25 \text{ мм}, & b &= 10 \text{ мм}, & h_1 &= h_2 = 1 \text{ мм}, & \rho_p &= 7600 \text{ кг/м}^3, \\ c_{11}^p &= 13.6 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2, & \varepsilon_{33} &= 1280 \cdot \varepsilon_0, & \varepsilon_0 &= 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \\ e_{31} &= -7.9 \text{ Кл/м}^2 \text{ (п'єзокераміка PZT-5)}, & h_m &= 0.5 \text{ мм}, \\ \rho_m &= 4450 \text{ кг/м}^3, & c_{11}^m &= 11.5 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2 \text{ (титановий сплав ВТ-6)}. \end{aligned}$$

Область прикладення зовнішнього розподіленого навантаження визначали інтервалом  $-\ell/2 \leq x \leq \ell/2$  ( $x_0 = \ell/2$ ).

При збудженні триморфа ударним навантаженням прямокутного профілю  $p(t) = 1 - H(t - 3.7)$  і  $\zeta = 1$  спостерігається практично двадцятиразове зниження амплітуд  $w(x, t)$  (рис. 2а). При цьому коливання в точках  $x = 0$  і  $x = 0.75$  відбувається у протифазі (рис. 2б). Для значення  $\zeta = 0.5$  прогин  $w(x, t)$  у центральній точці  $x = 0$  балки зменшується приблизно у два рази (рис. 2а).

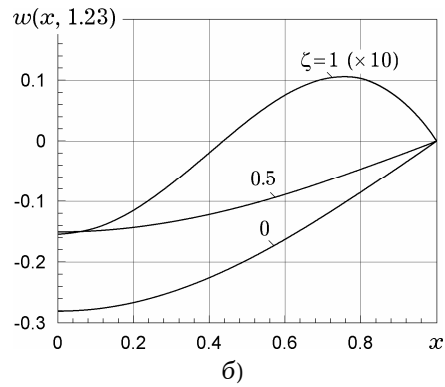
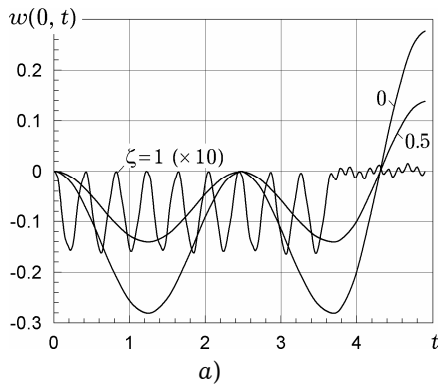


Рис. 2. Результати керування прогинами при  $p(t) = 1 - H(t - 3.7)$ .

Форми електричних сигналів  $\Delta V(t)$ , які забезпечують зазначені режими роботи триморфа, показано на рис. 3. Графік ідентифікованого навантаження (рис. 4), яке отримано з використанням відомих значень  $V_1(t)$  при  $\zeta = 1$ , адекватно описує шукану функцію  $p(t)$ .

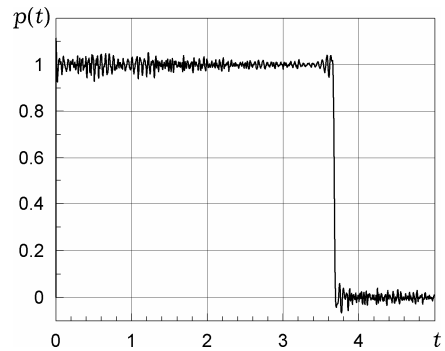
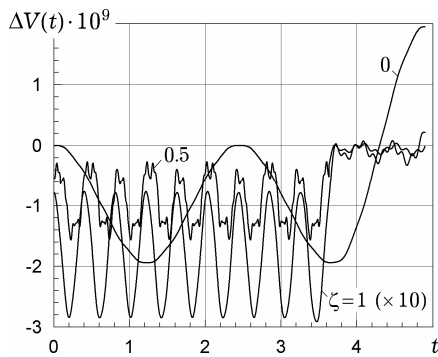


Рис. 3. Керуючий сигнал.

Рис. 4. Результат ідентифікації.

У випадку збудження триморфа синусоїдальним сигналом  $p(t) = \sin(\omega t)$  на нижчій частоті його власних згинних коливань ( $\omega = 2\pi/2.45$ ) при розімкнутих електродах зовнішнього шару ( $\zeta = 0$ ), спостерігається наростання амплітуд  $w(x, t)$  у часі (рис. 5а). При цьому на електродах внутрішнього п'єзоприймача виникає різниця потенціалів  $V_1(t)$ , графік якої показано на рис. 5б. Дія електричного сигналу  $\Delta V(t)$ , обчисленого на підставі критерію керування (5) для заданого навантаження  $p(t)$ , приводить не тільки до істотного зниження амплітуд прогинів (рис. 5а), але й усуває їх зростання у часі. Відповідні графіки  $V_1(t)$  наведено на рис. 5б.

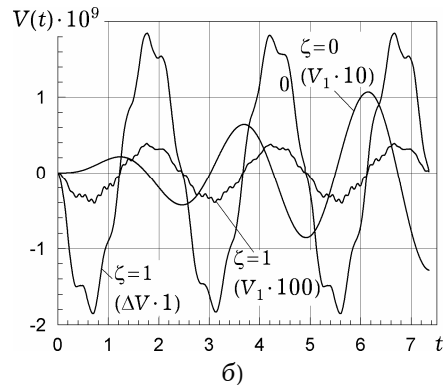
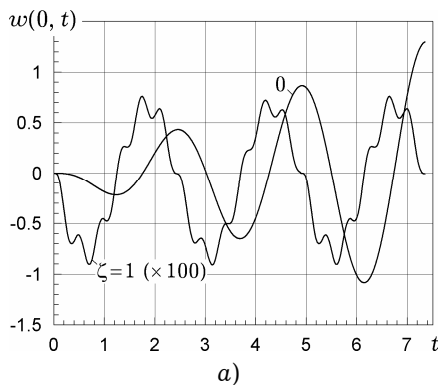


Рис. 5. Керування прогинами при  $p(t) = \sin(2\pi t/2.45)$ .

**Висновки.** Виконані розрахунки показали, що асиметричний триморф, як і двошаровий перетворювач [8], незважаючи на деяке збільшення жорсткості коливальної системи, дозволяє ефективно відтворювати зовнішнє механічне навантаження. У той же час наявність чутливого та виконавчого п'єзoelementів і їх узгоджене використання дозволяє істотно розширити можливості електропружних перетворювачів енергії. Проведені розрахунки свідчать про ефективність запропонованого підходу до ідентифікації механічного навантаження, що діє на триморфну балку, та керування її деформованим станом. Зазначимо, що запропоновані підходи можуть бути розвинуті на об'єкти іншого конструктивного виконання.

1. Бабаев А. Э., Бабаев А. А., Янчевский И. В. Нестационарные колебания биморфной балки в режимах прямого и обратного пьезоэлектрического эффекта // Актуальные проблемы физико-механических исследований. Акустика и волны. – 2007. – № 3. – С. 16–27.
2. Бабаев А. Э., Мосеенков Ю. Б. Нестационарные колебания тонкостенной электроупругой полосы // Докл. АН Украины. – 1994. – № 12. – С. 54–58.
3. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А. Электроупругость. – Киев: Наук. думка, 1989. – 280 с. – (Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. – Т. 5.)
4. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. – Москва: Высш. шк., 1965. – 466 с.
5. Дідковський В. С., Лейко О. Г., Савін В. Г. Електроакустичні п'єзoelementричні перетворювачі (розрахунок, проектування, конструювання). – Кіровоград: Імекс-ЛТД, 2006. – 448 с.
6. Карнаухова Т. В., Карнаухова Т. В. Демпфирование резонансных изгибных колебаний гибкой шарнирно-опертой вязкоупругой круглой пластины при совместном использовании сенсоров и актуаторов // Теорет. и прикл. механика. – 2009. – № 46. – С. 125–131.
7. Шарпов В. М., Мусиенко М. П., Шарпова Е. В. Пьезокерамические преобразователи физических величин / Под ред. В. М. Шарпова. – Черкассы: Черкас. гос. технолог. ун-т, 2005. – 631 с.
8. Янчевский И. В. Идентификация нестационарной нагрузки, воздействующей на асимметричный биморф // Вестн. НТУ «ХПИ». Вып. «Динамика и прочность машин». – 2008. – № 36. – С. 184–190.
9. Янютин Е. Г., Янчевский И. В., Воронай А. В., Шарпата А. С. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций. – Харьков: Изд-во Харьков. нац. авто-дор. ун-та, 2004. – 392 с.
10. Collet M., Walter V., Delobelle P. Active damping of a micro-cantilever piezo-composite beam // J. Sound and Vibr. – 2003. – **260**, No. 3. – P. 453–476.
11. Donoso A., Sigmund O. Optimization of piezoelectric bimorph actuators with active damping for static and dynamic loads // Struct. Multidisc Optim. – 2009. – **38**. – P. 171–183.
12. Gosiewski Z., Koszewnik Z. P. Modeling of beam as control plane for a vibration control system // Solid State Phenomena. – 2009. – **144**. Mechatronic Systems and Materials II. – P. 59–64.
13. Karnaukhova T. V. Active damping of forced resonance vibrations of an isotropic shallow viscoelastic cylindrical panel under the action of an unknown mechanical load // J. Math. Sci. – 2009. – **168**, No. 4. – P. 603–612.  
Те саме: Карнаухова Т. В. Активное демпфирование вынужденных резонансных колебаний изотропной пологой вязкоупругой цилиндрической панели при действии на нее неизвестной механической нагрузки // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – **52**, № 1. – С. 84–91.
14. Rudnitskii S. I., Sharapov V. M., Shul'ga N. A. Vibrations of a bimorphic disk transducer of the metal-piezoceramic type // Int. Appl. Mech. – 1990. – **26**, No. 10. – P. 973–980.  
Те саме: Рудницький Т. В., Шарпов В. М., Шульга Н. А. Колебания дискового биморфного преобразователя типа металл-пьезокерамика // Прикл. механика. – 1990. – **26**, № 10. – С. 64–72.
15. Tani J., Takagi T., Qiu J. Intelligent material systems: application of functional materials. // Appl. Mech. Rev. – 1998. – N. 51. – P. 505–521.



### **АКТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАННЫМ СОСТОЯНИЕМ АСИММЕТРИЧНОЙ ТРИМОРФНОЙ БАЛКИ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ**

Рассмотрена задача активного управления деформированным состоянием асимметричной триморфной балки с шарнирно закрепленными торцами. Нестационарная механическая нагрузка, действующая на триморф, является неизвестной функцией времени. Электрический сигнал, закон изменения которого во времени определяется в соответствии с предложенным критерием управления, подводится к электродам одного из пьезослоев, работающего в режиме обратного пьезоэффекта. При этом состояние балки поддерживается близким к недеформированному. Формирование управляющего электрического сигнала, как и идентификация внешнего механического действия, осуществляется на основании известной разности потенциалов, которая возникает между электродами второго пьезослоя, работающего в режиме прямого пьезоэффекта. Решение задачи получено с применением интегрального преобразования Лапласа во времени. В результате аналитического перехода в пространство оригиналов искомые величины находятся из системы интегральных уравнений Вольтера, для решения которой использованы регуляризирующие алгоритмы. Приведены результаты расчетов и их анализ.

### **ACTIVE CONTROL OF ASYMMETRIC TRIMORPHIC BEAM DEFORMED STATE IN NON-STATIONARY MODE OF OPERATION**

*The problem of active control of asymmetric trimorphic pin-ended beam deformed state is considered. The non-stationary mechanical load, which acts on the trimorph, is the unknown function of time. The law of electric signal variation, that is applied to piezolayer electrodes, which works in the mode of inverse piezoeffect, is defined according to the criterion of control, which maintains close to non-deformed beam's state. Formation of the controlling electric signal, as well as identification of external mechanical action, is carried out on the basis of the known potential difference, which arises between the electrodes of the second piezolayer, that works in the mode of direct piezoeffect. The solution of the problem is obtained by use of integral Laplace transform in time. As a result of analytical inversion in the space of originals, the unknown quantities are calculated due to the Volterra integral equations system with regularizing algorithms being used. The results of calculations and their analysis are presented.*

Харків. нац. автомоб.-дор. ун-т, Харків

Одержано  
29.03.10