

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИЧНОГО ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ТЕРМОЧУТЛИВОГО ПОРОЖНИСТОГО ЦИЛІНДРА ЗА КОНВЕКТИВНО-ПРОМЕНЕВОГО ТЕПЛООБМІНУ З ДОВКІЛЛЯМ

На прикладі стаціонарної задачі теплопровідності для термочутливого порожнистого циліндра за конвективно-променевого теплообміну з довкіллям апробовано два варіанти методу послідовних наближень стосовно розв'язування нелінійних задач теплопровідності. Проведено числові дослідження впливу температурної залежності коефіцієнтів теплообміну та ступенів чорноти на розподіл температурного поля і параметри викликаного ним напружено-деформованого стану.

Для дослідження температурних полів та напружень, величиною яких в ряді випадків визначається працездатність конструкційних елементів, актуальним є їх визначення на основі математичних моделей, що враховують термочутливість матеріалу та вплив конвективно-променевої складової теплообміну, про що свідчать публікації в сучасній науковій літературі [9, 10, 13]. У роботах [5–8] визначено температурні поля, а також спричинені ними переміщення і напруження для термочутливих шару, суцільної та порожнистої кулі, простору з порожниною у випадку конвективно-променевого теплообміну з довкіллям. У роботі [1] проведено числові дослідження термопружного стану термочутливого суцільного кругового циліндра за умов конвективно-променевого теплообміну через обмежуючу поверхню. У працях [11, 12] побудовано розв'язки задач термопружності для функціонально-градієнтного порожнистого циліндра за осесиметричних і неосесиметричних механічних і змінних теплових навантажень, причому властивості розглянутих функціонально-градієнтних матеріалів вважаються залежними від радіальної координати і незалежними від температури. Тут запропоновано два варіанти методу послідовних наближень стосовно розв'язування нелінійних задач теплопровідності, на основі яких побудовано два наближені розв'язки стаціонарної задачі теплопровідності для термочутливого порожнистого циліндра за умов складного теплообміну через обмежуючі поверхні із середовищами різних температур і проведено їх порівняння зі знайденим її точним розв'язком. Крім того, визначено термопружний стан циліндра та виконано числові дослідження впливу температурних залежностей коефіцієнтів теплообміну та ступенів чорноти на розподіл температурного поля і параметрів зумовленого ним напружено-деформованого стану.

Формулювання задачі теплопровідності. Розглянемо задачу про визначення стаціонарного температурного поля t безмежного порожнистого циліндра, внутрішній радіус якого r_1 , зовнішній r_2 , а термомеханічні характеристики його матеріалу є функціями температури. Через поверхні $r = r_1$ і $r = r_2$ циліндр обмінюється теплом із зовнішніми середовищами сталих температур t_{c1} і t_{c2} шляхом конвективно-променевого теплообміну.

Зумовлене такими діями температурне поле порожнистого циліндра визначаємо з рівняння теплопровідності [3]

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \lambda_t(t) \frac{dt}{dr} \right) = 0 \quad (1)$$

за крайових умов

$$\left[\lambda_t(t) \frac{dt}{dr} + (-1)^j (\alpha_j(t)(t - t_{c_j}) + \sigma \varepsilon_j(t)(t^4 - t_{c_j}^4)) \right] \Big|_{r=r_j} = 0, \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

де $\lambda_t(t)$ – залежний від температури коефіцієнт теплопровідності матеріалу циліндра; $\alpha_j(t)$, $\varepsilon_j(t)$ – відповідно залежні від температури коефіцієнти теплообміну через поверхні $r = r_j$, $j = 1, 2$, та ступені чорноти цих поверхонь; σ – стала Стефана – Больцмана.

Виберемо за відлікову температуру деяке її значення t_0 , а за характерний розмір – зовнішній радіус циліндра r_2 , введемо безрозмірні температуру $T = t/t_0$, координату $\rho = r/r_2$ і подамо характеристики матеріалу циліндра, коефіцієнти теплообміну та ступені чорноти поверхонь у вигляді $\chi(t) = \chi_0 \chi^*(T)$, де величини з індексом «0» мають відповідні розмірності, а співмножники з індексом «*» описують залежність відповідної характеристики від безрозмірної температури. Тоді задача (1), (2) набуде вигляду

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \lambda_t^*(T) \frac{dT}{d\rho} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\left[\lambda_t^*(T) \frac{dT}{d\rho} + (-1)^j (\text{Bi}_j \alpha_j^*(T)(T - T_{cj}) + \text{Sk}_j \varepsilon_j^*(T)(T^4 - T_{cj}^4)) \right] \Big|_{\rho=\rho_j} = 0, \quad (4)$$

$$j = 1, 2.$$

Тут $\text{Bi}_j = \alpha_{0j} r_2 / \lambda_{t0}$ – критерій Біо; $\text{Sk}_j = \sigma \varepsilon_{0j} t_0^3 / \lambda_{t0}$ – критерій Старка; $T_{cj} = t_{cj} / t_0$.

До нелінійної задачі (3), (4) застосуємо перетворення Кірхгофа

$$\theta = \int_{T_p}^T \lambda_t^*(T) dT, \quad (5)$$

де $T_p = t_p / t_0$, t_p – нижнє значення діапазону температур, в якому задаються залежності теплових і механічних характеристик матеріалу циліндра.

У результаті отримаємо таку крайову задачу на змінну θ :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d\theta}{d\rho} \right) = 0, \quad (6)$$

$$\left[\frac{d\theta}{d\rho} + (-1)^j (\text{Bi}_j \alpha_j^*(T(\theta))(T(\theta) - T_{cj}) + \text{Sk}_j \varepsilon_j^*(T(\theta))(T^4(\theta) - T_{cj}^4)) \right] \Big|_{\rho=\rho_j} = 0, \quad (7)$$

$$j = 1, 2.$$

Тут $T(\theta)$ – вираз безрозмірної температури через змінну Кірхгофа θ , який для конкретної залежності коефіцієнта теплопровідності від температури знаходимо з рівняння (5).

Для знаходження розв'язку крайової задачі (6), (7) на змінну θ застосуємо метод послідовних наближень. За m -те ($m = 1, 2, \dots$) наближення розв'язку задачі виберемо аналітичний розв'язок такої лінійної задачі:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d\theta_m}{d\rho} \right) = 0, \quad (8)$$

$$\left[\frac{d\theta_m}{d\rho} + (-1)^j \text{Bi}_{jm-1} (\theta_m - \theta_{cj}) \right] \Big|_{\rho=\rho_j} = 0, \quad j = 1, 2, \quad (9)$$

де

$$\theta_{cj} = \int_{T_p}^{T_{cj}} \lambda_t^*(T) dT, \quad \text{Bi}_{j0} = \text{Bi}_j,$$

$$\begin{aligned} \text{Bi}_{jm-1} &= [\theta_{m-1}(\rho_j) - \theta_{cj}]^{-1} \{ \text{Bi}_j \alpha_j^*(T(\theta_{m-1})) [T(\theta_{m-1}(\rho_j)) - T_{cj}] + \\ &+ \text{Sk}_j \varepsilon_j^*(T(\theta_{m-1})) [T^4(\theta_{m-1}(\rho_j)) - T_{cj}^4] \}, \quad j = 1, 2, \quad m \geq 2. \end{aligned} \quad (10)$$

Поряд з цим розглянемо дещо інший варіант методу послідовних наближень, який передбачає розв'язання рівняння (8) з певними граничними умовами. Для їх формулювання перепишемо граничні умови (7) таким чином:

$$\left[\frac{d\theta}{d\rho} + (-1)^j \text{Bi}_j^*(T(\theta) - T_{cj}) \right] \Big|_{\rho=\rho_j} = 0, \quad (11)$$

де

$$\text{Bi}_j^* = \text{Bi}_j \alpha_j^*(T(\theta)) + \text{Sk}_j \varepsilon_j^*(T(\theta)) (T^2(\theta) + T_{cj}^2) (T(\theta) + T_{cj}). \quad (12)$$

Для конкретизації подальших викладок розглянемо як приклад найбільш поширену лінійну залежність коефіцієнта теплопровідності від температури, коли $\lambda_t^*(T) = 1 + \lambda_1(T - T_p)$, де λ_1 – задана стала. Тоді на основі (5) температура через змінну Кірхгофа виражається формулою

$$T(\theta) = \lambda_1^{-1} (\sqrt{1 + 2\lambda_1\theta} - 1) + T_p, \quad (13)$$

яка після розвинення кореня квадратного в ряд набуває вигляду

$$T(\theta) = \theta \left(1 - \frac{1}{2} \lambda_1 \theta + \frac{1}{2} \lambda_1^2 \theta^2 - \frac{5}{8} \lambda_1^3 \theta^3 + \dots \right) + T_p. \quad (14)$$

З огляду на вирази (12), (14), пропонуємо у цьому другому варіанті методу послідовних наближень скористатися граничними умовами (9), в яких

$$\text{Bi}_{jm-1} = \alpha_{m-1} \text{Bi}_{jm-1}^*, \quad \theta_{cj} = \frac{T_{cj} - T_p}{\alpha_{m-1}}, \quad (15)$$

де

$$\alpha_{m-1} = 1 - \frac{1}{2} \left(\lambda_1 \theta_{m-1} - \lambda_1^2 \theta_{m-1}^2 + \frac{5}{4} \lambda_1^3 \theta_{m-1}^3 + \dots \right),$$

$$\text{Bi}_{jm-1}^* = \text{Bi}_j^* \Big|_{\theta=\theta_{m-1}}, \quad \text{Bi}_{j0}^* = \text{Bi}_j, \quad j = 1, 2, \quad m \geq 2.$$

Зауважимо, що обчислення α_{m-1} можна проводити з довільною точністю, використовуючи для цього відповідну кількість членів розвинення.

Розв'язок рівняння (8) має вигляд

$$\theta_m = C_1 + C_2 \ln \rho, \quad (16)$$

де C_1, C_2 – сталі, які знаходимо з умов (9):

$$C_1 = [\text{Bi}_{2m-1} \theta_{c2} + \text{Bi}_{1m-1} \rho_1 (\theta_{c1} - \text{Bi}_{2m-1} \theta_{c2} \ln \rho_1)] \frac{1}{\Delta},$$

$$C_2 = [\text{Bi}_{1m-1} \text{Bi}_{2m-1} \rho_1 (\theta_{c2} - \theta_{c1})] \frac{1}{\Delta},$$

$$\Delta = \text{Bi}_{2m-1} + \text{Bi}_{1m-1} \rho_1 (1 - \text{Bi}_{2m-1} \ln \rho_1).$$

У випадку, коли на внутрішній поверхні циліндра задано температуру, тобто $\text{Bi}_{1m-1} = \infty$, то

$$C_1 = [\theta_{c1} - \text{Bi}_{2m-1} \theta_{c2} \ln \rho_1] \frac{1}{\Delta}, \quad C_2 = [\text{Bi}_{2m-1} (\theta_{c2} - \theta_{c1})] \frac{1}{\Delta},$$

$$\Delta = 1 - \text{Bi}_{2m-1} \ln \rho_1.$$

Тут Bi_{jm-1} та θ_{cj} визначаються формулами (10) або (15).

Для встановлення, який із розглянутих вище варіантів методу послідовних наближень ефективніший, знайдемо точний розв'язок задачі (6), (7) і порівняємо його зі згаданими. Розв'язок рівняння (6), який має вигляд (16), та температуру, яка виражається через змінну Кірхгофа формулою (13), підставимо у крайові умови (7). В результаті отримаємо систему нелінійних рівнянь для визначення невідомих сталих інтегрування C_1, C_2 :

$$\begin{aligned} & C_2 \rho_1^{-1} - \text{Bi}_1 [\lambda_1^{-1} (\sqrt{1 + 2\lambda_1 (C_1 + C_2 \ln \rho_1)} - 1) + T_p - T_{c1}] - \\ & - \text{Sk}_1 [(\lambda_1^{-1} (\sqrt{1 + 2\lambda_1 (C_1 + C_2 \ln \rho_1)} - 1) + T_p)^4 - T_{c1}^4] = 0, \\ & C_2 + \text{Bi}_2 [\lambda_1^{-1} (\sqrt{1 + 2\lambda_1 C_1} - 1) + T_p - T_{c2}] + \\ & + \text{Sk}_2 [(\lambda_1^{-1} (\sqrt{1 + 2\lambda_1 C_1} - 1) + T_p)^4 - T_{c2}^4] = 0. \end{aligned}$$

Отриману нелінійну систему алгебричних рівнянь розв'язували чисельно методом Ньютона. Ефективність розв'язування систем нелінійних алгебричних рівнянь чисельними методами залежить від того, наскільки вдало вибрано початкове наближення. За початкове наближення для сталих C_1, C_2 вибирали їх значення, отримані при розв'язуванні стаціонарної задачі теплопровідності для нетермочутливого порожнистого циліндра за конвективного теплообміну з довір'ям, які в розглядуваному випадку мають вигляд

$$\begin{aligned} C_1^0 &= \frac{1}{\Delta} [\text{Bi}_2 T_{c2} + \text{Bi}_1 \rho_1 (T_{c1} - \text{Bi}_2 T_{c2} \ln \rho_1)], \\ C_2^0 &= \frac{1}{\Delta} [\text{Bi}_1 \text{Bi}_2 \rho_1 (T_{c2} - T_{c1})], \quad \tilde{\Delta} = \text{Bi}_2 + \text{Bi}_1 \rho_1 (1 - \text{Bi}_2 \ln \rho_1). \end{aligned}$$

Визначення компонент термопружного стану. З урахуванням симетрії задачі, відсутності силових навантажень на циліндричних поверхнях і знайденого розподілу температурного поля термопружний стан порожнистого циліндра описується трьома компонентами тензора напружень $\sigma_{rr}, \sigma_{\phi\phi}, \sigma_{zz}$, які виражаємо через радіальне переміщення u [4].

Подавши коефіцієнт лінійного теплового розширення $\alpha_t(t)$, модуль зсуву $G(t)$ і коефіцієнт Пуассона $\nu(t)$ у вигляді $\chi(t) = \chi_0 \chi^*(\bar{T})$, де величини χ_0 мають відповідні розмірності, а величини $\chi^*(\bar{T})$ – безрозмірні функції, що описують залежність характеристик матеріалу від температури ($\bar{T} = T - T_p, \chi^*(T_p) = 1$), введемо безрозмірні величини

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{u}{r_0 \alpha_{t0} t_0}, \quad \sigma_\rho = \frac{\sigma_{rr}}{2G_0 \alpha_{t0} t_0}, \\ \sigma_\phi &= \frac{\sigma_{\phi\phi}}{2G_0 \alpha_{t0} t_0}, \quad \sigma_\zeta = \frac{\sigma_{zz}}{2G_0 \alpha_{t0} t_0}, \\ \sigma_\rho &= \bar{G}(T) \left[(1 - \nu(T)) \frac{d\bar{u}}{d\rho} + \nu(T) \frac{\bar{u}}{\rho} - (1 - \nu(T)) \Phi^*(T) \right], \\ \sigma_\phi &= \bar{G}(T) \left[\nu(T) \frac{d\bar{u}}{d\rho} + (1 - \nu(T)) \frac{\bar{u}}{\rho} - (1 - \nu(T)) \Phi^*(T) \right], \\ \sigma_\zeta &= \bar{G}(T) \left[\nu(T) \left(\frac{d\bar{u}}{d\rho} + \frac{\bar{u}}{\rho} \right) - (1 - \nu(T)) \Phi^*(T) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

де

$$\bar{G}(T) = \frac{G^*(\bar{T})}{1 - 2v(T)}, \quad \Phi^*(T) = \frac{1 + v(T)}{1 - v(T)} \int_0^{\bar{T}} \alpha_t^*(\bar{T}) d\bar{T}.$$

При цьому переміщення \bar{u} визначаємо з рівняння зі змінними коефіцієнтами

$$\frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} (\rho \bar{u}) \right) = \frac{d\Phi^*(T)}{d\rho} - \psi(T) \left(\frac{d\bar{u}}{d\rho} + m(T) \frac{\bar{u}}{\rho} - \Phi^*(T) \right), \quad (18)$$

де

$$\psi(T) = \frac{d}{d\rho} (\ln(\bar{G}(T)(1 - v(T))))), \quad m(T) = \frac{\frac{d}{d\rho} (\bar{G}(T)v(T))}{\frac{d}{d\rho} (\bar{G}(T)(1 - v(T)))}.$$

Розв'язок задачі термопружності (17), (18) за заданих крайових умов знаходимо методом збурень [2, 4].

Числовий аналіз та висновки. З метою перевірки достовірності отриманих результатів проведено порівняння значень температури по товщині стінки термочутливого порожнистого циліндра, обчислених на основі аналітично-числових розв'язків, знайдених обома варіантами методу послідовних наближень, зі значеннями температури, знайденими на основі точного розв'язку, коли на внутрішній поверхні задано сталу температуру 373 К, а через зовнішню відбувається складний теплообмін з середовищем сталої температури, що дорівнює 873 К, за різних значень критеріїв Біо та Старка. Результати обчислень у безрозмірних величинах наведено в табл. 1. Тут T_{exact} – значення температури, знайдені на основі точного розв'язку, а T_m – значення температури, знайдені з використанням m -го наближення, коли Bi_{jm-1} визначаються формулами (10) або (15) відповідно.

Таблиця 1

ρ	Bi = 0.1, Sk = 0.1			Bi = 0.5, Sk = 0.2		
	T_{exact}	T_m ; (10)	T_m ; (15)	T_{exact}	T_m ; (10)	T_m ; (15)
0.1	0.427	0.427	0.427	0.427	0.427	0.427
0.2	0.503	0.493	0.498	0.545	0.535	0.542
0.3	0.549	0.536	0.544	0.618	0.605	0.615
0.4	0.582	0.569	0.579	0.672	0.658	0.671
0.5	0.608	0.596	0.608	0.715	0.702	0.717
0.6	0.630	0.620	0.633	0.750	0.739	0.756
0.7	0.649	0.640	0.655	0.781	0.773	0.790
0.8	0.665	0.659	0.674	0.808	0.802	0.820
0.9	0.680	0.677	0.692	0.833	0.830	0.848
1.0	0.693	0.693	0.708	0.855	0.855	0.873

Як видно з табл. 1, розв'язок, отриманий із застосуванням m -го наближення з використанням співвідношення (10) для визначення Bi_{jm-1} , є точнішим порівняно з розв'язком, у якому Bi_{jm-1} визначаються співвідношенням (15), причому максимальна розбіжність між точними значеннями температури і наближеними для вибраних значень критеріїв Біо та Старка не перевищувала 2% в обох випадках.

На основі отриманих у роботі розв'язків проведено числові дослідження стаціонарного температурного поля та компонент спричиненого ним напружено-деформованого стану закріпленого на торцях термочутливого порожнистого циліндра за умов складного теплообміну з довкіллям. Вважали,

що силове навантаження на поверхнях циліндра відсутнє. За матеріал циліндра вибрано сталь У12 з такими залежностями теплових і механічних характеристик від температури:

$$\begin{aligned}\lambda_t(t) &= 45.04(1 - 0.51(T - T_p)) [\text{Вт}/(\text{м К})], \\ \alpha_t(t) &= 11.68 \cdot 10^{-6}(1 + 1.33(T - T_p) - 0.65(T - T_p)^2) [1/\text{К}], \\ G(t) &= 0.794 \cdot 10^{11}(1 - 0.27(T - T_p) + 0.21(T - T_p)^2 - 0.59(T - T_p)^3) [\text{Па}], \\ \nu(t) &= 0.294(1 - 0.146(T - T_p) + 0.52(T - T_p)^2),\end{aligned}\quad (19)$$

заданих в діапазоні температур $373 \div 873$ К. Досліджено вплив залежності від температури коефіцієнтів теплообміну та ступенів чорноти поверхонь циліндра на розподіл температури та зумовленої нею зміни термопружного стану. Авторами не знайдено в літературі реальних залежностей зазначених характеристик від температури в заданому діапазоні температур, тому обчислення проводили для їх «умовних» залежностей:

$$\alpha_j(T) = 1 - \alpha_j^0 T, \quad \varepsilon_j(T) = 1 - \varepsilon_j^0 T, \quad \alpha_j^0 = \varepsilon_j^0 = 1, \quad j = 1, 2.$$

За опорну температуру t_0 вибрано температуру середовища $t_{c2} = 873$ К. Результати числових досліджень подано на рис. 1–5.

На рис. 1 зображено розподіл температурного поля в залежності від радіальної координати ρ за конвективно-на внутрішній і конвективно-променевого теплообміну на зовнішній поверхнях циліндра. Суцільна крива відповідає розподілу температури для термочутливого циліндра за змінних, а пунктирна – за постійних коефіцієнтів теплообміну та ступенів чорноти циліндрів, штрихова – для нетермочутливого циліндра. Оскільки максимальна розбіжність між точними і наближеними значеннями температури для вибраних критеріїв Біо та Старка за постійних коефіцієнтів теплообміну та ступенів чорноти не перевищувала 1 %, то графік для точного розв’язку не наводимо.

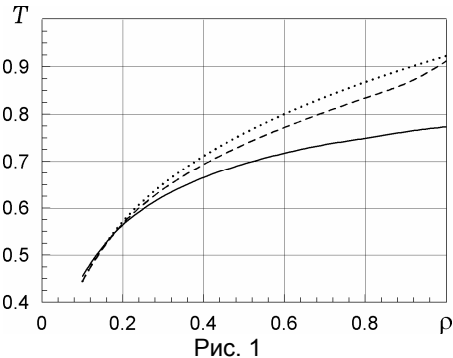


Рис. 1

Графіки на рис. 2–5 ілюструють залежності переміщення u та напружень σ_ρ , σ_ϕ і σ_z від радіальної координати ρ у порожнистому циліндрі за зазначених умов. Суцільними лініями зображено розподіли, які отримано з урахуванням залежностей всіх механічних характеристик матеріалу від температури (коефіцієнт лінійного теплового розширення $\alpha_t(t)$, модуль зсуву $G(t)$, коефіцієнт Пуассона $\nu(t)$ мають вигляд (19)). Відповідні розподіли, отримані за опорних значень механічних характеристик, тобто значень цих характеристик, взятих при початковій температурі T_p , показано штриховими лініями.

Проведені числові дослідження показали, що максимальна розбіжність між значеннями температурного поля за сталих і залежних від температури коефіцієнтів теплообміну та ступенів чорноти поверхонь термочутливого циліндра становить 19 %, між термочутливим за змінних коефіцієнтів теплообміну і ступенів чорноти та нетермочутливим – 18 %, між термочутливим за сталих коефіцієнтів теплообміну і ступенів чорноти та нетермочутливим – 4 %, причому максимальна розбіжність досягається у перших двох випадках на зовнішній поверхні порожнистого циліндра, а у третьому випадку – для значення безрозмірної координати $\rho = 0.8$.

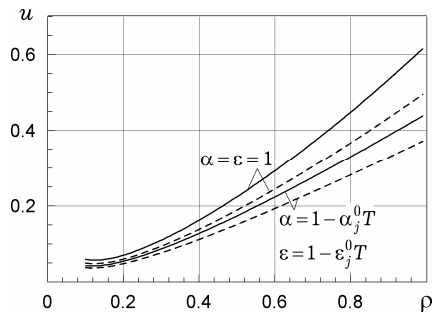


Рис. 2

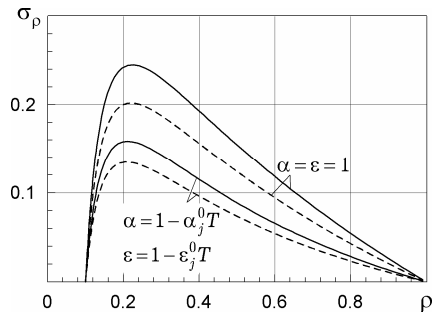


Рис. 3

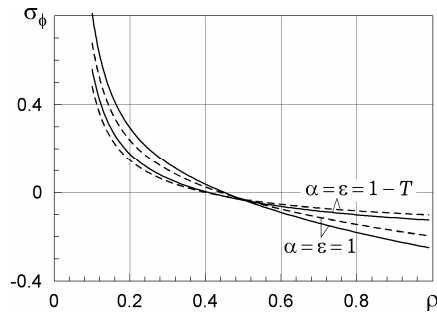


Рис. 4

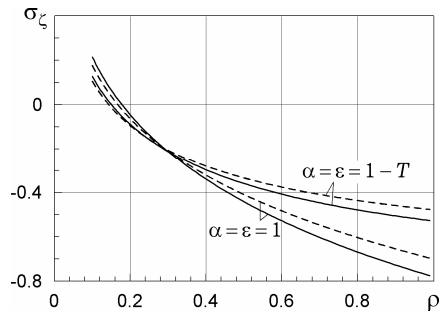


Рис. 5

Максимальна розбіжність між значеннями переміщення \bar{u} в термочутливому і нетермочутливому циліндрах за залежних від температури коефіцієнтів теплообміну і ступеня чорноти становить 15%. При сталих значеннях коефіцієнтів теплообміну і ступеня чорноти ця розбіжність становить 20%.

Аналогічно, за врахування температурної залежності коефіцієнтів теплообміну і ступеня чорноти ($\alpha = 1 - \alpha_j^0 T$, $\epsilon = 1 - \epsilon_j^0 T$) та нехтування нею ($\alpha = \epsilon = 1$) проведено аналіз розподілу компонент тензора напружень σ_ρ , σ_ϕ , σ_ζ в термочутливому та нетермочутливому циліндрах уздовж радіальної координати ρ . Максимальна розбіжність між значеннями напружень σ_ρ в термочутливому і нетермочутливому циліндрах за $\epsilon = \alpha = 1 - T$ становить 22%, а за $\alpha = \epsilon = 1$ – 27%. Відповідні розбіжності між значеннями напружень σ_ϕ становлять 18% і 20%, а σ_ζ – 19% і 10%.

Як видно з рис. 2–5, за нехтування температурною залежністю коефіцієнтів теплообміну і ступеня чорноти отримуємо завищені значення переміщення і компонент тензора напружень.

Отже, врахування температурної залежності коефіцієнтів теплообміну та ступенів чорноти є важливим при визначенні термопружного стану тіла.

1. Гарматій Г. Ю., Кушнір Р. М., Попович В. С. Термопружний стан безмежного кругового термочутливого циліндра за умови конвективно-променевого теплообміну з довкіллям // Вісн. Донецьк. ун-ту. Сер. А. Природн. науки. – 2008. – № 1. – С. 113–120.
2. Кушнір Р. М., Попович В. С. Напружений стан термочутливого тіла обертання при плоскому осесиметричному температурному полі // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Механіка. – 2006. – Вип. 10, т. 2. – С. 91–96.
3. Кушнір Р. М., Попович В. С. Термопружність термочутливих тіл. – Львів: Сполум, 2009. – 410 с. – (Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра: В 5 т. – Т. 3.)

4. Ломакин В. А. Теория упругости неоднородных тел. – Москва: Наука, 1976. – 367 с.
5. Попович В. С., Вовк О. М., Гарматій Г. Ю. Термопружний стан термочутливого шару при конвективно-променевому нагріванні // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2004. – Вип. 2. – С. 171–177.
6. Попович В. С., Вовк О. М., Гарматій Г. Ю. Термопружний стан термочутливої кулі за умов складного теплообміну з оточуючим середовищем // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2005. – Вип. 3. – С. 99–106.
7. Попович В. С., Гарматій Г. Ю., Вовк О. М. Термопружний стан термочутливого простору зі сферичною порожниною за умов конвективно-променевого теплообміну // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – **49**, № 3. – С. 168–176.
8. Попович В. С., Гарматій Г. Ю., Вовк О. М. Термопружний стан термочутливої порожнистої кулі за умов конвективно-променевого теплообміну з довкіллям // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – **42**, № 6. – С. 39–48.
Te same: Popovych V. S., Harmatii H. Yu., Vovk O. M. Thermoelastic state of a thermosensitive hollow sphere under the conditions of convective-radiant heat exchange with the environment // Mater. Sci. – 2006. – **42**, No. 6. – P. 756–770.
9. Giessler C., Lange U., Thess A. Nonlinear laminar pipe flow of fluids with strongly temperature-dependent material properties // Phys. Fluids. – 2007. – **19**, No. 4. – P. 043601–043601–12. (PhFl Homepage).
10. Scarpa F., Boldrin L., Peng H. X., Remilat C. D. L., Adhikari S. Coupled thermo-mechanics of single-wall carbon nanotubes // Appl. Phys. Lett. – 2010. – **97**, No. 15. – id. 151903 (3 pages) (ApPhL Homepage).
11. Shao Z. S., Ang K. K., Reddy J. N., Wang T. J. Nonaxisymmetric thermomechanical analysis of functionally graded hollow cylinders // J. Therm. Stresses. – 2008. – **31**, No. 6. – P. 515–536.
12. Shao Z. S., Wang T. J., Ang K. K. Transient thermo-mechanical analysis of functionally graded hollow circular cylinders // J. Therm. Stresses. – 2007. – **30**, No. 1. – P. 81–104.
13. Srinivas S., Muthuraj R. Effects of thermal radiation and space porosity on MHD mixed convection flow in a vertical channel using homotopy analysis method // Commun. Nonlinear Sci. and Numer. Simul. – 2010. – **15**, No. 8. – P. 2098–2108.

**ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОГО ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ПОЛОГО ЦИЛИНДРА ПРИ КОНВЕКТИВНО-ЛУЧИСТОМ
ТЕПЛОБМЕНЕ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ**

На примере стационарной задачи теплопроводности для термочувствительного полого цилиндра при конвективно-лучистом теплообмене с окружающей средой апробированы два варианта метода последовательных приближений относительно решения нелинейных задач теплопроводности. Проведены численные исследования влияния температурной зависимости коэффициентов теплообмена и степени черноты на распределение температурного поля и параметры обусловленного им напряженно-деформированного состояния.

**INVESTIGATION OF STATIC THERMOSTRESSED STATE
OF THERMOSENSITIVE HOLLOW CYLINDER UNDER CONVECTIVE-RADIAL
HEAT EXCHANGE WITH THE ENVIRONMENT**

On the example of the stationary heat conduction problem for thermosensitive hollow cylinder under convective radial heat exchange with the environment, two versions of the method of successive approximations with respect to the solution of nonlinear heat conduction problems are tested. Numerical analysis of the effect of temperature dependence of heat transfer coefficients and the emissivity on the distribution of temperature field and parameters of stress-strain state caused by it is carried out.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
18.07.11