

**КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ
ОБОЛОНОК РІЗНОЇ ДОВЖИНИ**

Розв'язано задачу про визначення контактної жорсткості конструкційного з'єднання сталеві тонкостінної труби за дії внутрішнього тиску з виготовленням за спеціальною технологією бандажем із композитного матеріалу. Математичну модель контактної взаємодії труби і бандажа, модельованих циліндричними оболонками різної довжини, побудовано з використанням класичної теорії оболонок Кірхгофа – Лява. Аналітичний розв'язок контактної задачі отримано за умови ідеального контакту елементів конструкційного з'єднання методом спряження. Наведено числовий аналіз впливу геометричних і фізико-механічних характеристик бандажа на контактний тиск та жорсткість бандажованої труби.

1. Вступ. Задачі пружної контактної взаємодії тонкостінних інженерних конструкцій мають важливе практичне значення [3, 4, 6, 8, 9]. Прогресивним розв'язанням проблеми підвищення надійності промислових трубопроводів є бандажування й застосування неметалічних труб [3, 10]. Наприклад, для трубопроводів низького тиску ефективним є використання труб із монополімерів [2, 5]. Таким трубам властиві високі експлуатаційні властивості (зокрема, низька питома вага, стійкість до дії агресивних середовищ і корозії). Проте широке застосування цих труб у нафтогазовій промисловості обмежене їхньою низькою міцністю (максимальний робочий тиск у технологічних трубопроводах із пластмасових труб не повинен перевищувати 1.75 МПа [2]).

У роботі [1] описано розроблену конструкцію двошарової біпластикової труби, технологічний процес виготовлення і схеми з'єднань. У роботі [3] репрезентовано нову технологію ремонту труб з пошкоджуваністю. Запропоновану технологію використовують у нафтогазовій промисловості, зокрема для ремонту діючих і будівництва нових нафтогазопроводів. Ця технологія застосовна також і в інших галузях промисловості, де є трубопроводи, що потребують зміцнення шляхом їх бандажування. Зазначимо, що бандажі із композитних матеріалів дають змогу розв'язати низку проблем: посилити стінки труби при зовнішній корозії до 80 %; зміцнити стінки труби у випадку наявності тріщини на внутрішній чи зовнішній поверхнях труби, зміцнити дефектний (через непроварювання, тріщини) зварний шов тощо.

Контакт тонкостінних елементів конструкцій є особливою задачею порівняно з класичними задачами теорії пружності через різку відмінність структури контактних напружень і специфіки постановки цих задач. Деякі результати досліджень контактних задач для тонкостінних елементів конструкцій стосовно розрахункових моделей і методів розв'язування синтезовано в роботах [4, 6, 8, 9, 11]. Зокрема, в [11] наведено основні моделі і методи розрахунку контактної жорсткості з'єднань, у яких застосовують тонкостінні елементи конструкцій, у тому числі оболонкові, й проаналізовано особливості їх контактної взаємодії залежно від використаних теоретичних моделей для опису напружено-деформованого стану. У [9] для визначення контактних напружень у конструкційному з'єднанні циліндричної композитної оболонки з жорсткими бандажами застосовано розроблену числово-аналітичну методикку; контактну задачу зведено до розв'язування інтегрального рівняння Фредгольма другого роду для відшукування контактного тиску.

Найпоширенішим методом розв'язування одновимірних чи осесиметричних контактних задач для тонкостінних елементів конструкцій є метод спряження [6]. Останнім часом інтенсивно застосовують числові методи для

розв'язування контактних задач (зокрема, варіаційно-різницевої, скінченних елементів, граничних інтегральних рівнянь), а також сучасні комп'ютерні технології [12].

У цій роботі розроблено математичну модель і методику інженерного розрахунку напружено-деформованого стану сталевого трубопроводу, зміцненого композитним бандажем.

2. Постановка задачі. Трубопровід за дії внутрішнього тиску P моделюємо нескінченно довгою сталевую циліндричною оболонкою з заданими фізико-механічними й геометричними характеристиками. Через R_1 і $2h_1$ позначатимемо радіус серединної поверхні і товщину трубопроводу. За спеціальною технологією на деякій ділянці трубопроводу сформовано бандаж

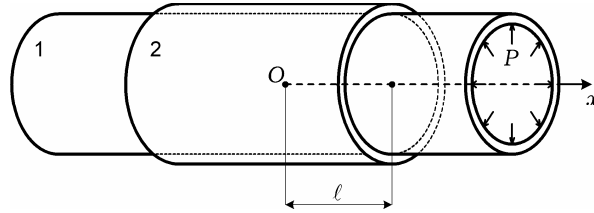


Рис. 1

із композитного матеріалу у такий спосіб, що забезпечується ідеальний механічний контакт трубопроводу з бандажем в області їх контакту (див. рис. 1). Усереднені фізико-механічні характеристики композитного бандажа визначаються у

процесі експериментальних випробувань, а також за відомими формулами [3]. Композитний бандаж моделюємо циліндричною трубою скінченної довжини ℓ , завтовшки $2h_2$ і з радіусом серединної поверхні $R_2 = R_1 + h_1 + h_2$. Напружено-деформований стан трубопроводу і бандажа описуємо класичною теорією оболонок [6]. З урахуванням заданих умов навантаження трубопроводу та крайових умов маємо осесиметричну контактну задачу, головними шуканими функціями якої є контактний тиск $q(x)$ в області контакту S_i ($|x| \leq \ell$) і прогини w_i . Розв'язок задачі про контактну взаємодію елементів розглядуваного конструкційного з'єднання будемо порівнювати з такими відомими граничними випадками:

- а) труба під внутрішнім тиском P ($h_2(\ell) \rightarrow 0$);
- б) дві товсті труби під внутрішнім тиском P ($\ell \rightarrow \infty$);
- в) контактна взаємодія двох тонких труб ($\ell \rightarrow \infty$).

3. Розв'язок у випадку бандажованої труби. Ключову систему рівнянь для визначення прогинів і контактної тиску, який виникає в області контакту трубопроводу і бандажа, подаємо у вигляді [6]

$$\frac{d^4 w_i}{dx^4} + 4a_i^4 w_i = \frac{\sigma_3^{(i)}(x)}{D_i}, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

де $\sigma_3^{(1)}(x) = q(x) - P$; $\sigma_3^{(2)}(x) = -q(x)$; $q(x)$ - невідомий контактний тиск;

$a_i^4 = \frac{E_i h_i}{2D_i R_i^2}$; $D_i = \frac{2E_i h_i^3}{3(1 - \nu_i^2)}$; E_i , ν_i - модулі Юнга і коефіцієнти Пуассона

відповідних оболонок.

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (1) шукаємо за таких граничних умов:

- умов симетрії

$$\frac{dw_i}{dx} = 0, \quad \frac{d^3 w_i}{dx^3} = 0, \quad x = 0; \quad (2)$$

- умови на нескінченності

$$w_1 = w_0, \quad x \rightarrow \infty,$$

де w_0 - прогин однієї оболонки за дії внутрішнього тиску.

Розв'язок контактної задачі шукаємо методом спряження за умов ідеального механічного контакту оболонок в області контакту S_i ($|x| \leq \ell$) та неперервності зусиль і переміщень на стику області контакту S_i та області S_e ($|x| \geq \ell$) – поза областю контактної взаємодії оболонок [4, 6].

Для визначення невідомого контактного тиску $q(x)$ використовуватимемо умову контакту (рівність переміщень труби і бандажа в області контакту)

$$w_1 = w_2 = w, \quad |x| \leq \ell. \quad (3)$$

Система рівнянь (1) з урахуванням умови (3) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w}{dx^4} + 4a_1^4 w &= \frac{q(x) - P}{D_1}, \\ \frac{d^4 w}{dx^4} + 4a_2^4 w &= -\frac{q(x)}{D_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Із системи рівнянь (4) визначаємо невідомі величини w і $q(x)$. Для відшукування прогину в області контакту, додавши два рівняння системи (4), отримаємо таке диференціальне рівняння:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4a^4 w = -\frac{P}{D_1 + D_2}, \quad (5)$$

$$\text{де } a^4 = \frac{a_1^4 D_1 + a_2^4 D_2}{D_1 + D_2}.$$

З урахуванням умов (2) розв'язок рівняння (5) має вигляд

$$w(x) = Af'''(x) + Bf'(x) - \frac{P}{4(a_1^4 D_1 + a_2^4 D_2)}, \quad (6)$$

де A, B – невідомі сталі, $f(x) = \frac{1}{4a^3}(\sin ax \operatorname{ch} ax - \cos ax \operatorname{sh} ax)$.

Із другого рівняння системи (4), враховуючи (6) і властивості функції $f(x)$ ($f^{IV}(x) = -4a^4 f(x)$), для контактної тиску отримуємо таку розрахункову формулу:

$$q(x) = 4(a_1^4 - a_2^4) \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2} w + P \frac{D_2}{D_1 + D_2}, \quad 0 \leq x \leq \ell. \quad (7)$$

Для визначення прогину поза областю контакту маємо рівняння

$$\frac{d^4 w_1}{dx^4} + 4a_1^4 w_1 = -\frac{P}{D_1}. \quad (8)$$

Розв'язок рівняння (8) з урахуванням умов на нескінченності (2) має вигляд

$$w_1(x) = \exp(-a_1 x)(C \cos a_1 x + D \sin a_1 x) - \frac{P}{4a_1^4 D_1}, \quad 0 \leq x < \infty. \quad (9)$$

Невідомі сталі A, B, C, D у розв'язках (6), (9) визначаємо унаслідок розв'язування системи лінійних алгебричних рівнянь, отриманої з умов зшивання

$$w = w_1, \quad \frac{dw}{dx} = \frac{dw_1}{dx}, \quad \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{d^2 w_1}{dx^2}, \quad \frac{d^3 w}{dx^3} = \frac{d^3 w_1}{dx^3}, \quad x = \ell. \quad (10)$$

Наведемо одержані формули для їх відшукування:

$$\begin{aligned} A &= 2\alpha a_1^2 \gamma(a_1, a) \frac{1}{\Phi(a_1, a)}, \\ B &= 4\alpha a_1^2 a^2 \beta(a_1, a) \frac{1}{\Phi(a_1, a)}, \end{aligned}$$

$$C = -\alpha a^2 \exp(a_1 \ell) \psi(a_1, a) \frac{1}{\Phi(a_1, a)},$$

$$D = -\alpha a^2 \exp(a_1 \ell) \chi(a_1, a) \frac{1}{\Phi(a_1, a)}.$$

Тут

$$\alpha = -P \frac{a_2^4 D_2}{4a_1^4 D_1 (a_1^4 D_1 + a_2^4 D_2)},$$

$$\gamma(a_1, a) = (a_1^2 - a^2) \sin a l \operatorname{ch} a l + (a_1^2 + a^2) \cos a l \operatorname{sh} a l + 2a_1 a \cos a l \operatorname{ch} a l,$$

$$\beta(a_1, a) = (a_1^2 + a^2) \sin a l \operatorname{ch} a l - (a_1^2 - a^2) \cos a l \operatorname{sh} a l + 2a_1 a \sin a l \operatorname{sh} a l,$$

$$\begin{aligned} \psi(a_1, a) = & [(a_1^2 + a^2) \cos a_1 \ell + (a_1^2 - a^2) \sin a_1 \ell] \operatorname{sh} 2a l - \\ & - [(a_1^2 - a^2) \cos a_1 \ell + (a_1^2 + a^2) \sin a_1 \ell] \sin 2a l + \\ & + 4a_1 a (\operatorname{sh}^2 a l + \sin^2 a l) \cos a_1 \ell, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi(a_1, a) = & [-(a_1^2 - a^2) \cos a_1 \ell + (a_1^2 + a^2) \sin a_1 \ell] \operatorname{sh} 2a l + \\ & + [(a_1^2 + a^2) \cos a_1 \ell - (a_1^2 - a^2) \sin a_1 \ell] \sin 2a l + \\ & + 4a_1 a (\operatorname{sh}^2 a l + \sin^2 a l) \sin a_1 \ell, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi(a_1, a) = & (a_1^2 - a^2)^2 \sin 2a l + (a_1^2 + a^2)^2 \operatorname{sh} 2a l + \\ & + 4a_1 a [(a_1^2 + a^2) \operatorname{sh}^2 a l - (a_1^2 - a^2) \sin^2 a l] + 4a_1^3 a. \end{aligned}$$

Отже, побудовано аналітичний розв'язок сформульованої контактної задачі. Напружено-деформований стан бандажованої труби визначаємо за відомими розрахунковими формулами [6].

4. Розв'язок у випадку плоскої задачі. Розглянемо осесиметричну контактну задачу про взаємодію двох нескінченно довгих труб із різних матеріалів за умови ідеального контакту. На внутрішню трубу, характеристики якої позначатимемо індексом «1», діє рівномірно розподілений сталлий тиск P .

Характеристики зовнішньої труби, посаженої без натягу на внутрішню трубу, позначатимемо індексом «2» (рис. 2). Задача полягає у визначенні радіальних переміщень труб і невідомого контактної тиску, що виникає внаслідок їх контактної взаємодії на поверхні контакту ($r = c$).

Для розв'язання поставленої задачі використовуємо відомий розв'язок (задача Ляме) про напружено-деформований стан i -ї труби за дії зовнішнього $P_{\text{ext}}^{(i)}$ і внутрішнього $P_{\text{int}}^{(i)}$ рівномірних тисків [7, с. 278]. Рівняння рівноваги, його розв'язок і формули для визначення напружень мають такий вигляд:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{dw_i}{dr} \right] = 0, \quad (11)$$

$$w_i = C_1^{(i)} r + C_2^{(i)} \frac{1}{r}, \quad (12)$$

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} \left(\frac{dw_i}{dr} + \nu_i \frac{w_i}{r} \right),$$

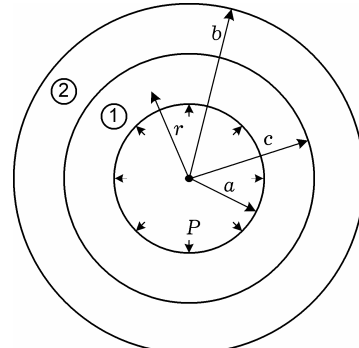


Рис. 2

$$\sigma_{\theta\theta}^{(i)} = \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} \left(\frac{w_i}{r} + \nu_i \frac{dw_i}{dr} \right),$$

$$\sigma_{zz}^{(i)} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

Використовуючи (12), (13) і такі умови на поверхнях циліндрів:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = -P_{\text{int}}, \quad r = r_{\text{int}}; \quad \sigma_{rr}^{(i)} = -P_{\text{ext}}, \quad r = r_{\text{ext}}, \quad (14)$$

визначаємо константи $C_1^{(i)}$, $C_2^{(i)}$, а потім шукані напруження і переміщення

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \frac{P_{\text{int}}^{(i)} r_{\text{int}}^2 - P_{\text{ext}}^{(i)} r_{\text{ext}}^2}{r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2} - \frac{P_{\text{int}}^{(i)} - P_{\text{ext}}^{(i)}}{r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2} \frac{r_{\text{int}}^2 r_{\text{ext}}^2}{r^2},$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(i)} = \frac{P_{\text{int}}^{(i)} r_{\text{int}}^2 - P_{\text{ext}}^{(i)} r_{\text{ext}}^2}{r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2} + \frac{P_{\text{int}}^{(i)} - P_{\text{ext}}^{(i)}}{r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2} \frac{r_{\text{int}}^2 r_{\text{ext}}^2}{r^2}, \quad (15)$$

$$w_i = \frac{1 - \nu_i}{E_i} \frac{P_{\text{int}}^{(i)} r_{\text{int}}^2 - P_{\text{ext}}^{(i)} r_{\text{ext}}^2}{r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2} + \frac{1 + \nu_i}{E_i} \frac{P_{\text{int}}^{(i)} - P_{\text{ext}}^{(i)}}{r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2} \frac{r_{\text{int}}^2 r_{\text{ext}}^2}{r}. \quad (16)$$

Скористаємося розв'язками (15), (16) для розглядуваного випадку. Для першого (внутрішнього) циліндра маємо $P_{\text{int}} = P$, $P_{\text{ext}} = q$, $r_{\text{ext}} = c$, $r_{\text{int}} = a$.

Граничні умови такі:

$$\sigma_{rr}^{(1)} = -q, \quad \sigma_{\theta\theta}^{(1)} = 2P \frac{a^2}{c^2 - a^2} - q \frac{c^2 + a^2}{c^2 - a^2}, \quad r = c, \quad (17)$$

$$\sigma_{rr}^{(1)} = -P, \quad \sigma_{\theta\theta}^{(1)} = P \frac{c^2 + a^2}{c^2 - a^2} - 2q \frac{c^2}{c^2 - a^2}, \quad r = a. \quad (18)$$

На підставі цього з (16) отримуємо вираз для переміщення внутрішнього циліндра

$$w_1 = \frac{1 - \nu_1}{E_1} \frac{Pa^2 - qc^2}{c^2 - a^2} c + \frac{1 + \nu_1}{E_1} \frac{P - q}{c^2 - a^2} a^2 c. \quad (19)$$

Для другого (зовнішнього) циліндра відповідно маємо $P_{\text{int}} = q$, $P_{\text{ext}} = 0$, $r_{\text{ext}} = b$, $r_{\text{int}} = c$. Тоді граничні умови на його поверхнях одержуємо у вигляді

$$\sigma_{rr}^{(2)} = -q, \quad \sigma_{\theta\theta}^{(2)} = q \frac{c^2 + b^2}{b^2 - c^2}, \quad r = c, \quad (20)$$

$$\sigma_{rr}^{(2)} = 0, \quad \sigma_{\theta\theta}^{(2)} = 2q \frac{c^2}{b^2 - c^2}, \quad r = b. \quad (21)$$

Для визначення переміщення зовнішнього циліндра отримаємо таку формулу:

$$w_2 = \frac{1 - \nu_2}{E_2} \frac{qc^2}{b^2 - c^2} c + \frac{1 + \nu_2}{E_2} \frac{q}{b^2 - c^2} b^2 c. \quad (22)$$

З урахуванням ідеального контакту циліндрів умова для визначення невідомого контактного тиску $q(x)$ має вигляд

$$w_1 = w_2, \quad r = c. \quad (23)$$

На підставі (23) з урахуванням (19), (22) маємо

$$q = \frac{1}{\Omega} \left[\frac{2P}{E_1} \frac{a^2}{c^2 - a^2} \right], \quad (24)$$

$$\text{де } \Omega = \frac{1 - \nu_2}{E_2} \frac{c^2}{b^2 - c^2} + \frac{1 + \nu_2}{E_2} \frac{b^2}{b^2 - c^2} + \frac{1 - \nu_1}{E_1} \frac{c^2}{c^2 - a^2} + \frac{1 + \nu_1}{E_1} \frac{a^2}{c^2 - a^2}.$$

Як частковий випадок отримаємо розв'язок контактної задачі для тонких труб ($a = R_1 - h_1$, $c = R_1 + h_1$, $b = R_1 + h_1 + 2h_2$). З точністю до величин порядку h_i маємо такі вирази для контактної тиску і переміщення відповідно:

$$q = P \frac{h_2 E_2}{h_1 E_1 + h_2 E_2}, \quad w = \frac{P R_1^2}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)}. \quad (25)$$

Зазначимо, що такий самий результат отримуємо із розв'язку контактної задачі при $\ell \rightarrow \infty$ (ℓ – довжина бандажа).

5. Числові результати та їх аналіз. У табл. 1 наведено результати розрахунку за формулами (25) безрозмірних величин прогину двохшарового циліндра та контактної тиску (плоска задача) за дії внутрішнього тиску P

для таких геометричних і фізико-механічних характеристик: $\frac{\ell}{R_1} = 2$, $\frac{h_1}{R_1} = \frac{8.5}{701.5}$, $\frac{P}{E_1} = \frac{5}{2.1 \cdot 10^5}$, $\frac{E_1}{E_2} = 10$, $E_1 = 2.1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0.25$.

Таблиця 1

h_1/h_2	w/R_1	q/E_1
0.5	$8.183 \cdot 10^{-4}$	$3.967 \cdot 10^{-6}$
1	$8.927 \cdot 10^{-4}$	$2.163 \cdot 10^{-6}$
2	$9.352 \cdot 10^{-4}$	$1.065 \cdot 10^{-6}$

На підставі аналізу даних для різних відношень h_1/h_2 можна зробити висновок, що у разі збільшення параметра h_1/h_2 контактний тиск зменшується. Оскільки товщина труби h_1 фіксована величина, то контактний тиск збільшується у разі збільшення товщини бандажа h_2 .

На рис. 3 наведено числові результати розрахунку прогину бандажованої труби за формулами (6), (9) із зазначеними вище характеристиками.

Кривим 1–3 на рис. 3 відповідають значення $h_1/h_2 = 0.5, 1, 2$. Як бачимо на рис. 3, при $x \rightarrow \infty$ величина $\bar{w}_1(x) \rightarrow w_0$, де асимптота $w_0 = -\frac{P R_1}{E_1 2h_1}$ – прогин однієї труби (без бандажа) за дії внутрішнього тиску P (штрихова пряма 4). Для заданих вхідних даних $w_0 = -0.0009825$.

На рис. 4 криві 1–3 описують розподіл контактної тиску q/E_1 для тих самих співвідношень товщин $h_1/h_2 = 0.5, 1, 2$ при $\ell/R_1 = 1$.

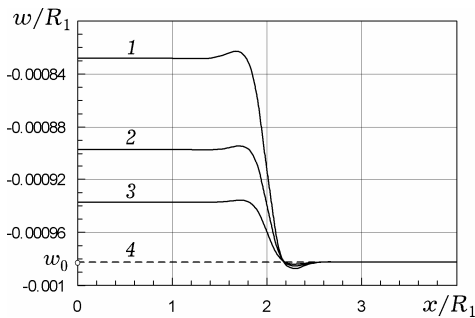


Рис. 3

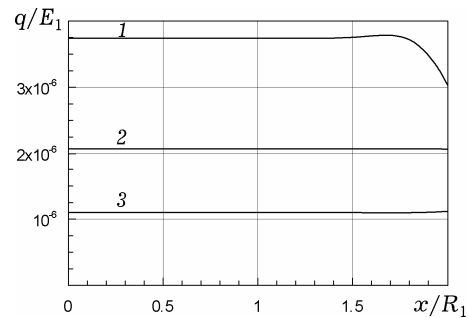


Рис. 4

У табл. 2 наведено числові результати, які характеризують вплив довжини бандажа на величину контактної тиску при $h_1/h_2 = 0.5$.

Таблиця 2

x	q/E_1		
	$\ell/R_1 = 1$	$\ell/R_1 = 2$	$\ell/R_1 = 4$
0	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
0.2	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
0.4	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
0.6	$3.77 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
0.8	$3.72 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
1.0	$3.03 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
1.2		$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
1.4		$3.74 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
1.6		$3.77 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
1.8		$3.72 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
2.0		$3.03 \cdot 10^{-6}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
2.2			$3.74 \cdot 10^{-6}$
2.4			$3.74 \cdot 10^{-6}$
2.6			$3.74 \cdot 10^{-6}$
2.8			$3.74 \cdot 10^{-6}$
3.0			$3.74 \cdot 10^{-6}$
3.2			$3.74 \cdot 10^{-6}$
3.4			$3.74 \cdot 10^{-6}$
3.6			$3.77 \cdot 10^{-6}$
3.8			$3.72 \cdot 10^{-6}$
4.0			$3.03 \cdot 10^{-6}$

6. Висновки. Технологію бандажування промислових трубопроводів широко використовують у нафтогазовій промисловості. Вона здатна розв'язати низку проблем, пов'язаних з покращенням їх експлуатаційних характеристик.

У роботі запропоновано математичну модель та методику інженерного розрахунку сталевих трубопроводу, зміцненого композитним бандажем, з метою оцінки його контактної жорсткості. Розв'язок сформульованої контактної задачі отримано в аналітичній формі. На його основі досліджено вплив параметрів бандажа на експлуатаційні характеристики бандажованого трубопроводу (контактний тиск, контактну жорсткість).

Отримані результати дають змогу дослідити напружено-деформований стан бандажованого трубопроводу та оцінити міцнісні характеристики конструкційного з'єднання.

1. Аношкин А. Н., Ташкинов А. А., Ларионов А. Ф., Поспелов А. Б. Бипластмассовые трубы для внутрипромысловых нефтепроводов давления // Механика композитных материалов. – 2000. – 36, № 3. – С. 407–418.
2. Зайцев К. И. О проблеме сооружения пластмассовых трубопроводов нефтяной и газовой промышленности // Строительство трубопроводов. – 1995. – № 5. – С. 14–18.
3. Копей В. В., Максимук О. В., Щербина Н. М., Розгонюк В. В., Копей В. Б. Насосні штанги та труби з полімерних композитів: Проектування, розрахунок, випробування. – Львів: ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2003. – 352 с.
4. Максимук О. В., Махніцький Р. М., Щербина Н. М. Математичне моделювання та методи розрахунку тонкостінних композитних конструкцій. – Львів: ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2005. – 396 с.
5. Обухов А. С. Проектирование химического оборудования из стеклопластиков и пластмасс. – Москва: Машиностроение, 1995. – 240 с.

6. Пелех Б. Л., Сухорольский М. А. Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек. – Киев: Наук. думка, 1980. – 216 с.
7. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. – Москва: Наука, 1972. – 544 с.
8. Hudramovych V. S. Contact mechanics of shell structures under local loading // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, No. 7. – P. 708–729.
Те саме: Гудрамович В. С. Механика контактных взаимодействий оболочечных систем при локальном нагружении // Прикл. механика. – 2009. – **45**, № 7. – P. 24–51.
9. Kopey B. V., Maksymuk A. V., Shcherbyna N. N. Analysis of contact stresses in structural joints of composite shell with steel banding // Mech. Composite Materials. – 2000. – **36**, No. 1. – P. 67–74.
10. Maksymuk A. V., Shcherbyna N. N., Ganulich N. V. Designing, calculation, and optimization of polymeric honeycomb pipes // Mech. Composite Materials. – 2008. – **44**, No. 6. – P. 601–606.
Те саме: Максимук А. В., Щербина Н. Н., Ганулич Н. В. Проектирование, расчет и оптимизация сотовых труб из полимерных материалов // Механика композитных материалов. – 2008. – **44**, № 6. – С. 853–860.
11. Shyrokov V. V., Maksymuk O. V. Analytic methods of calculation of the contact interaction of thin-walled structural elements (Review) // Mater. Sci. – 2002. – **38**, No. 1. – P. 62–73.
Те саме: Широков В. В., Максимук О. В. Аналітичні методи розрахунку контактної взаємодії тонкостінних елементів конструкцій (Огляд) // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002. – **38**, № 1. – С. 51–61.
12. Zmitrowicz A. Contact stresses: a short survey of models and methods of computations. – 2009. – <http://www.springerlink.com/content/080316302264j75x/>

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК РАЗНОЙ ДЛИНЫ

Решена задача об определении контактной жесткости конструкционного соединения стальной тонкостенной трубы под действием внутреннего давления и изготовленной по специальной технологии бандаж из композитного материала. Математическую модель контактного взаимодействия трубы и бандаж, моделирующихся цилиндрическими оболочками разной длины, построено используя классическую теорию оболочек Кирхгофа – Лява. Аналитическое решение осесимметричной контактной задачи получено методом сопряжения в случае идеального контакта элементов исследуемого конструкционного соединения. Приведены результаты численного анализа влияния геометрических и физико-механических характеристик бандаж на контактное давление и контактную жесткость трубы.

CONTACT INTERACTION OF CYLINDRICAL SHELLS WITH DIFFERENT LENGTH

The problem on determination of contact rigidity of structural joint of a steel thin-walled pipe with composite bandage made by a special technology under internal pressure is solved. A mathematical model of contact interaction between a pipe and bandage modeled by cylindrical shells of different length is constructed using a classical Kirchhoff – Love’s shell theory. Analytical solution to the contact problem is obtained under the condition of ideal contact between the elements of structural joint by conjugation method. The numerical analysis of influence of the geometric and physico-mechanical characteristics of the bandage on the contact pressure and rigidity of a bandaged pipe is presented.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
19.11.09