

ВПЛИВ ГРАНИЧНИХ УМОВ І ТЕМПЕРАТУРИ ДИСИПАТИВНОГО РОЗІГРІВУ НА АКТИВНЕ ДЕМПФУВАННЯ ВИМУШЕНИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ РЕЗОНАНСНИХ ЗГИНАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ КРУГЛИХ В'ЯЗКОПРУЖНИХ ПЛАСТИН ЗА ДОПОМОГОЮ П'ЕЗОЕЛЕКТРИЧНИХ СЕНСОРІВ ТА АКТУАТОРІВ

Розглядається задача про вимушені моногармонічні осесиметричні згинальні коливання і дисипативний розігрів круглих в'язкопружних пластин з п'єзоелектричними сенсорами та актуаторами. В'язкопружна поведінка пасивного (без п'єзо ефекту) і п'єзоактивного матеріалів описується згідно з концепцією комплексних модулів, які залежать від температури. Нелінійну зв'язану задачу електротермов'язкопружності розв'язано чисельними методами. Досліджено вплив граничних умов і температури дисипативного розігріву на активне демпфування вимушених резонансних коливань круглих в'язкопружних пластин за допомогою п'єзоелектричних сенсорів та актуаторів.

1. Вступ. Круглі в'язкопружні пластини широко використовують у різних галузях сучасної техніки. При цьому часто вони перебувають під дією інтенсивних стаціонарних і нестаціонарних, зокрема гармонічних за часом, навантажень. Для демпфування зумовлених такими навантаженнями вимушених коливань використовують пасивні способи за допомогою в'язкопружних включень з високими внутрішніми втратами [18, 19] та ін. В останні роки, крім вказаного, знайшли широке застосування методи активного демпфування стаціонарних і нестаціонарних коливань тонкостінних елементів з використанням п'єзоелектричних матеріалів [9, 22, 24, 25] та ін. Одним з найпоширеніших способів активного демпфування вимушених коливань є нанесення на зовнішні поверхні тонкостінного елемента п'єзоелектричних шарів, один з яких дає інформацію про механічний стан конструкції (сенсор), а на другий (актуатор) подається відповідної амплітуди і фази різниці електричних потенціалів для компенсації дії механічного навантаження. Залежність між величинами різниці потенціалів актуатора і показника сенсора визначається рівняннями оберненого зв'язку [6, 9, 25]. Сучасний стан наукових розробок у галузі активного демпфування коливань тонкостінних елементів конструкцій в ізотермічній постановці задачі відображено в ряді монографій [9, 24, 25] та ін. Ефективність активного демпфування суттєво залежить від електромеханічних властивостей п'єзоактивних матеріалів, геометричних розмірів п'єзовключень, їх розміщень у структурі тонкостінного елемента та механічних граничних умов [3–5].

Значний вплив на ефективність активного демпфування мають температурні ефекти, спричинені гістерезисними втратами пасивного (без п'єзо ефекту) і п'єзоактивного матеріалів або теплообміном із зовнішнім середовищем. Перші дослідження впливу температури на ефективність роботи сенсорів та актуаторів при демпфуванні вимушених коливань круглих і прямокутних пластин наведено в роботах [3–6, 9–17] та ін. Побудові термомеханічних моделей тонкостінних шаруватих оболонок з розподіленими п'єзоелектричними актуаторами і сенсорами для контролю вимушених стаціонарних і нестаціонарних коливань присвячено роботи [6–8] та ін. Числові результати отримано в основному для тонкостінних елементів симетричної структури з розподіленими актуаторами або сенсорами, в яких реалізуються чисто згинальні коливання [9–12, 14–16].

У пропонованій статті розглядаються вимушені моногармонічні згинальні коливання круглої тришарової пластини несиметричної будови, в якій один із зовнішніх п'єзоелектричних шарів виконує роль сенсора, а другий – актуатора. Модальний контроль коливань пластини реалізується

за допомогою лінійного співвідношення між електричним потенціалом актуатора, який потрібно підвести до його електродів для компенсації дії механічного гармонічного навантаження, і потенціалом сенсора, що виникає на електродах при вимушених коливаннях. Досліджується вплив граничних умов закріплення пластини та дисипативного розігріву на ефективність демпфування вимушених згинальних коливань в'язкопружної пластини.

2. Постановка задачі. Розглянемо тришарову круглу пластину радіуса R , внутрішній шар товщини h_3 якої виготовлений із пасивного (без п'єзо-ефекту) матеріалу, а її зовнішні поверхні $z = \pm h_3/2$ жорстко скріплені з поляризованими по товщині п'єзокерамічними шарами – накладками радіуса $r_0 \leq R$ і товщинами h_2 і h_1 відповідно. Матеріали пасивного і п'єзоактивного шарів вважаються в'язкопружними. На зовнішні поверхні п'єзос шарів, а також на поверхні, які контактують з пасивним шаром, нанесено суцільні нескінченно тонкі електроди. Внутрішні електроди підтримуються при нульовому потенціалі. Приймаємо, що п'єзоактивний шар товщини h_1 є актуатором, а п'єзос шар товщини h_2 виконує роль сенсора. Пластина навантажена поверхневим тиском $\tilde{P} = P(r) \cos \omega t$, що гармонічно змінюється за часом t з круговою частотою ω , близькою до резонансної. До електродів актуатора підводиться різниця електричних потенціалів $\varphi_1(-h_3/2) - \varphi_1(-h_3/2 - h_1) = \operatorname{Re}(V_A e^{i\omega t})$ з тією ж частотою, що й механічне навантаження. Розглядаємо випадок розімкнутих електродів сенсора. Внаслідок дії на пластину гармонічного навантаження на розімкнутих електродах сенсора виникає різниця електричних потенціалів комплексної амплітуди $V_S = V'_S + iV''_S$, яку необхідно визначити шляхом чисельних розрахунків або заміряти приладом.

Відповідно до [5] в'язкопружну поведінку пасивного і п'єзоактивного матеріалів при моногармонічному деформуванні будемо описувати згідно з концепцією комплексних модулів, складові яких залежать від температури дисипативного розігріву. При математичному моделюванні електромеханічних коливань пластини відносно механічних змінних приймаємо гіпотези Кірхгофа – Лява, які виконуються уздовж товщини пакету шарів. Відносно електричних польових величин припускаємо, що складовими векторів індукції D_r, D_θ і напруженості E_r, E_θ електричного поля у площині кожного п'єзос шару можна знехтувати. При таких припущеннях із рівнянь електростатики випливає, що нормальна складова вектора індукції є постійною величиною по товщині п'єзос шару, так що ${}^m D_z = C_m(r)$, $m = 1, 2$. При цьому на поверхнях розімкнутих електродів сенсора ($m = 2$) електростатичну індукцію наближено вважаємо рівною нулеві [8, 21]. Внаслідок малої відносної товщини п'єзонакладок і великої теплопровідності їх матеріалу порівняно з матеріалом пасивного шару температуру дисипативного розігріву приймаємо постійною по всій товщині.

На основі прийнятих припущень відносно електромеханічних змінних тривимірні рівняння стану поляризованої уздовж координати z п'єзокераміки [5], які описують моногармонічну осесиметричну деформацію в п'єзо-електричних шарах відносно комплексних амплітудних величин, набувають вигляду

$$\begin{aligned} {}^m \sigma_r &= {}^m c_{11}^E \varepsilon_r + {}^m c_{12}^E \varepsilon_\theta - {}^m b_{31} {}^m E_z, \\ {}^m \sigma_\theta &= {}^m c_{12}^E \varepsilon_r + {}^m c_{11}^E \varepsilon_\theta - {}^m b_{31} {}^m E_z, \end{aligned} \quad (1)$$

$${}^m D_z = {}^m b_{31} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + {}^m b_{33} E_z, \quad {}^m E_z = -\frac{d\varphi_m}{dz}, \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned}
{}^m c_{11}^E &= \frac{1}{m s_{11}^E (1 - m v_E^2)}, & {}^m v_E &= -\frac{m s_{12}^E}{m s_{11}^E}, & {}^m c_{12}^E &= m v_E {}^m c_{12}^E, \\
{}^m b_{31} &= \frac{m d_{31}}{m s_{11}^E (1 - m v_E^2)}, & {}^m k_p^2 &= \frac{2^m d_{31}^2}{m s_{11}^E m \varepsilon_{33}^T (1 - m v_E^2)}, \\
{}^m b_{33} &= m \varepsilon_{33}^T (1 - m k_p^2),
\end{aligned} \tag{3}$$

$s_{k\ell}^E = s'_{k\ell} (1 - i\delta_{k\ell}^s)$, $d_{k\ell} = d'_{k\ell} (1 - i\delta_{k\ell}^d)$, $\varepsilon_{k\ell}^T = \varepsilon'_{k\ell} (1 - i\delta_{k\ell}^\varepsilon)$ – відповідно комплексні податності, п'єзомодулі та діелектричні проникності в п'єзоелектричних шарах (індекс m пропущено); $\sigma_r = \sigma'_r + i\sigma''_r$, $\sigma_\theta = \sigma'_\theta + i\sigma''_\theta$, $\varepsilon_r = \varepsilon'_r + i\varepsilon''_r$, $\varepsilon_\theta = \varepsilon'_\theta + i\varepsilon''_\theta$ – комплексні амплітуди радіальних і колових напружень та аналогічних деформацій в шарах. Тут і надалі використовуємо стандартні позначення комплексних величин: $a = a' + ia''$, $|a| = (a'^2 + a''^2)^{1/2}$.

Для ізотропного пасивного матеріалу внутрішнього шару пластини справджуються співвідношення (1), у яких коефіцієнти c_{11}^E , c_{12}^E і b_{31} необхідно замінити відповідно на

$$c_{11} = E/(1 - \nu^2), \quad c_{12} = \nu c_{11}, \quad b_{31} = 0, \tag{4}$$

де $E = E' + iE''$ – залежний від температури модуль в'язкопружності; $\nu = \text{const}$ – коефіцієнт Пуассона, який приймаємо постійною і дійсною величиною.

Амплітудні параметри деформацій у співвідношеннях (1), (2) через комплексні амплітуди радіальних переміщень u і прогинів w середньої площини пластини виражаються такими залежностями:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_r &= e_r + z\alpha_r, & e_\theta &= z\alpha_\theta, \\
e_r &= \frac{du}{dr}, & e_\theta &= \frac{u}{r}, & \alpha_r &= \frac{d\vartheta}{dr}, & \alpha_\theta &= \frac{\vartheta}{r}, & \vartheta &= -\frac{dw}{dr}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Електростатичні співвідношення (2) після визначення сталих C_m з урахуванням електричних граничних умов для актуатора і сенсора зводяться до виразів

$$\begin{aligned}
{}^1 D_z &= -{}^1 b_{33} \frac{V_A}{h_1} + {}^1 b_{31} \left(e + \frac{h_1 + h_3}{2} \alpha \right), & e &= e_r + e_\theta, & \alpha &= \alpha_r + \alpha_\theta, \\
{}^1 E_z &= -\frac{V_A}{h_1} - \frac{{}^1 b_{31}}{{}^1 b_{33}} \left(z + \frac{h_1 + h_3}{2} \right) \alpha, & -\frac{h_3}{2} - h_1 &\leq z \leq -\frac{h_3}{2}, \\
{}^2 E_z &= -\frac{{}^2 b_{31}}{{}^2 b_{33}} (e + z\alpha), & \frac{h_3}{2} + h_2 &\leq z \leq \frac{h_3}{2}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Ввівши замість компонент тензора напружень (1) статично еквівалентні їм інтегральні характеристики вздовж товщини пакету шарів з урахуванням залежностей (4)–(6), для комплексних амплітуд зусиль і моментів одержуємо такі співвідношення:

$$\begin{aligned}
N_r &= C_{11} e_r + C_{12} e_\theta + K_{11} \alpha_r + K_{12} \alpha_\theta + N_E, \\
N_\theta &= C_{12} e_r + C_{11} e_\theta + K_{12} \alpha_r + K_{11} \alpha_\theta + N_E, \\
M_r &= K_{11} e_r + K_{12} e_\theta + D_{11} \alpha_r + D_{12} \alpha_\theta + M_E, \\
M_\theta &= K_{12} e_r + K_{11} e_\theta + D_{12} \alpha_r + D_{11} \alpha_\theta + M_E.
\end{aligned} \tag{7}$$

Тут

$$\begin{aligned}
C_{1m} &= {}^1 c_{1m}^E h_1 + ({}^2 c_{1m}^E + {}^2 \gamma_{33}) h_2 + c_{11} h_3, \\
K_{1m} &= {}^1 c_{1m}^E h_{12} + ({}^2 c_{1m}^E + {}^2 \gamma_{33}) h_{22},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{1m} &= {}^1c_{1m}^E h_{13} + ({}^2c_{1m}^E + {}^2\gamma_{33})h_{23} + \frac{1}{12}(c_{11}h_3^3 + {}^1\gamma_{33}h_1^3), \quad {}^m\gamma_{33} = \frac{m b_{31}^2}{m b_{33}}, \\
h_{m2} &= \mp h_m(h_m + h_3), \quad h_{m3} = \frac{1}{12}(4h_m^3 + 6h_m^2 h_3 + 3h_m h_3^2), \quad m = 1, 2, \\
N_E &= {}^1b_{31}V_A, \quad M_E = -\frac{1}{2}(h_1 + h_3){}^1b_{31}V_A, \quad (8)
\end{aligned}$$

N_r, N_θ і M_r, M_θ – комплексні амплітуди радіальних та колових зусиль і моментів відповідно.

Рівняння осесиметричних гармонічних згинальних коливань круглої пластини мають вигляд (множник $e^{i\omega t}$ пропущено)

$$\begin{aligned}
\frac{dN_r}{dr} + \frac{1}{r}(N_r - N_\theta) + \hat{\rho}\omega^2 u &= 0, \quad \frac{dQ_r}{dr} + \frac{1}{r}Q_r + \hat{\rho}\omega^2 w + P(r) = 0, \\
\frac{dM_r}{dr} + \frac{1}{r}(M_r - M_\theta) - Q_r &= 0, \quad (9)
\end{aligned}$$

де $\hat{\rho} = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$, $\rho_{1,2,3}$ – питомі густини матеріалів п'єзонакладок і пасивного шару; $P(r)$ – зовнішнє навантаження.

Оскільки вимушені коливання тонкостінних елементів із в'язкопружних матеріалів супроводжуються дисипативним розігрівом через гістерезисні втрати у матеріалі, співвідношення електромеханіки (5)–(9) необхідно доповнити рівнянням енергії [5]. Усереднене за цикл коливань і уздовж товщини пластини рівняння енергії, що описує осесиметричний розподіл температури вібророзігріву, має вигляд

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2\alpha_s}{\lambda h} (T - T_s) + \frac{1}{\lambda h} \hat{W}, \quad (10)$$

де $h = h_1 + h_2 + h_3$; $\alpha_s = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$; α_1, α_2 – коефіцієнти теплообміну на поверхнях $z = -(h_3/2 + h_1)$ і $z = h_3/2 + h_2$ відповідно; λ – усереднений коефіцієнт теплопровідності; a – коефіцієнт температуропровідності; T_s – температура зовнішнього середовища. Дисипативна функція для в'язкопружної пластини з зовнішніми п'єзоелектричними сенсором і актуатором розраховується за формулою

$$\begin{aligned}
\bar{W} &= \frac{\omega}{2} (N_r'' e_r' - N_r' e_r'' + N_\theta'' e_\theta' - N_\theta' e_\theta'' + M_r'' x_r' - M_r' x_r'' + M_\theta'' x_\theta' - M_\theta' x_\theta'' + \\
&\quad + {}^1D_z'' V_A' - {}^1D_z' V_A'') = \frac{\omega}{2} \left\{ C_{11}'' (e_r'^2 + e_r''^2 + e_\theta'^2 + e_\theta''^2) + \right. \\
&\quad + 2C_{12}'' (e_r' e_\theta' + e_r'' e_\theta'') + 2K_{11}'' (e_r' x_r' + e_r'' x_r'' + e_\theta' x_\theta' + e_\theta'' x_\theta'') + \\
&\quad + 2K_{12}'' (e_r' x_\theta' + e_r'' x_\theta'' + e_\theta' x_r' + e_\theta'' x_r'') + \\
&\quad + D_{11}'' (x_r'^2 + x_r''^2 + x_\theta'^2 + x_\theta''^2) + 2D_{12}'' (x_r' x_\theta' + x_r'' x_\theta'') + \\
&\quad + 2{}^1b_{31}'' \left[V_A' \left(e' - \frac{h_1 + h_3}{2} x' \right) + V_A'' \left(e'' - \frac{h_1 + h_3}{2} x'' \right) \right] + \\
&\quad \left. + {}^1b_{33}'' (V_A'^2 + V_A''^2)/h_1 \right\}. \quad (11)
\end{aligned}$$

Поставлену задачу електротермомеханіки про резонансні згинальні коливання і вібророзігрів круглої пластини необхідно доповнити граничними і початковими умовами. Оскільки для круглої суцільної пластини центральна точка є особливою, то при чисельному розв'язанні задачі розглядаємо пластину з достатньо малим отвором радіуса ε , на контурі якого приймаємо умови регулярності та симетрії [2] для рівнянь електромеханіки і теплопровідності, так що

$$N_r = 0, \quad Q_r = 0, \quad \vartheta = 0, \quad r = \varepsilon, \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = \varepsilon. \quad (13)$$

На зовнішньому радіальному торці пластини виконуються умови шарнірного опирання

$$u = 0, \quad w = 0, \quad M_r = 0, \quad r = R, \quad (14)$$

або жорсткого защемлення

$$u = 0, \quad w = 0, \quad \vartheta = 0, \quad r = R. \quad (15)$$

Гранична умова на радіальному торці та початкова умова для рівняння теплопровідності мають вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\alpha_r}{\lambda}(T - T_s), \quad r = R, \quad T = T_0, \quad t = 0. \quad (16)$$

3. Побудова розв'язку задачі. У випадку зв'язаної постановки задачі електротермомеханіки про вимушені згинальні коливання і вібророзігрів пластини, коли в'язкопружні властивості матеріалів залежать від температури, для розв'язання нелінійної системи рівнянь (5)–(16) застосовуємо метод покрокового інтегрування [5] за часом. З цією метою рівняння електромеханіки (5), (7), (9) після деяких перетворень записуємо у формі звичайних диференціальних рівнянь нормального вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{dN_r}{dr} &= \frac{1}{r}(E_{13} - 1)N_r + \frac{E_{14}}{r}M_r + \left(\frac{E_{11}}{r^2} - \hat{\rho}\omega^2\right)u + \frac{E_{12}}{r^2}\vartheta + \frac{1}{r}\tilde{N}_E, \\ \frac{dQ_r}{dr} &= -\frac{1}{r}Q_r - \hat{\rho}\omega^2w - P(r), \\ \frac{dM_r}{dr} &= \frac{E_{23}}{r}N_r + \frac{1}{r}(E_{24} - 1)M_r + \frac{E_{21}}{r^2}u + \frac{E_{22}}{r^2}\vartheta + \frac{1}{r}\tilde{M}_E, \\ \frac{du}{dr} &= A_{13}N_r + A_{14}M_r + \frac{A_{11}}{r}u + \frac{A_{12}}{r}\vartheta + F_1, \\ \frac{dw}{dr} &= -\vartheta, \quad \frac{d\vartheta}{dr} = A_{23}N_r + A_{24}M_r + \frac{A_{21}}{r}u + \frac{A_{22}}{r}\vartheta + F_2. \end{aligned} \quad (17)$$

Тут прийнято такі позначення:

$$\begin{aligned} A_{11} &= (K_{11}K_{12} - D_{11}C_{12})\frac{1}{\Delta}, \quad A_{12} = (K_{11}D_{12} - K_{12}D_{11})\frac{1}{\Delta}, \quad A_{13} = \frac{D_{11}}{\Delta}, \\ A_{14} &= -\frac{K_{11}}{\Delta}, \quad A_{21} = (K_{11}C_{12} - K_{12}C_{11})\frac{1}{\Delta}, \quad A_{22} = (K_{11}K_{12} - C_{11}D_{12})\frac{1}{\Delta}, \\ A_{23} &= A_{14}, \quad A_{24} = \frac{C_{11}}{\Delta}, \quad F_1 = (K_{11}M_E - D_{11}N_E)\frac{1}{\Delta}, \\ F_2 &= (K_{11}N_E - C_{11}M_E)\frac{1}{\Delta}, \quad \Delta = C_{11}D_{11} - K_{11}^2, \\ E_{11} &= C_{11} + C_{12}A_{11} + K_{12}A_{21}, \quad E_{12} = K_{11} + C_{12}A_{12} + K_{12}A_{22}, \\ E_{13} &= C_{12}A_{13} + K_{12}A_{23}, \quad E_{14} = C_{12}A_{14} + K_{12}A_{24}, \\ E_{21} &= K_{11} + K_{12}A_{11} + D_{12}A_{21}, \quad E_{22} = D_{11} + K_{12}A_{21} + D_{12}A_{22}, \\ E_{23} &= K_{12}A_{13} + D_{12}A_{23}, \quad E_{24} = K_{12}A_{14} + D_{12}A_{24}, \\ \tilde{N}_E &= N_E + C_{12}F_1 + K_{12}F_2, \quad \tilde{M}_E = M_E + K_{12}F_1 + D_{12}F_2. \end{aligned}$$

Комплекснозначні рівняння електромеханіки (17) з граничними умовами (12), (14) або (15) на кожному часовому кроці інтегруються чисельним методом дискретної ортогоналізації [1] з використанням типової програми для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь [2]. При цьому на першому кроці розв'язується задача для ізотермічних електромеханічних

характеристик матеріалів. Після обчислення дисипативної функції (11) задача теплопровідності (10), (13), (15) розв'язується методом скінченних різниць із застосуванням явної схеми. Потім залежно від розподілу температури обчислюються жорсткісні характеристики в коефіцієнтах (8) і процес повторюється.

Для контролю вимушених коливань пластини за допомогою сенсорів і актуаторів необхідно за величиною амплітуди різниці електричних потенціалів V_s на електродах сенсора, зумовленої зовнішнім тиском P , визначити величину потенціалу V_A , яку необхідно підвести до електродів актуатора, щоб компенсувати це навантаження. З цією метою використаємо найбільш характерну для модальної форми демпфування коливань лінійну залежність оберненого зв'язку [9]

$$V_A = G_{as} V_s, \quad (18)$$

в якій G_{as} – параметр керування або коефіцієнт оберненого зв'язку.

Для розімкнутих електродів сенсора різниця потенціалів V_s визначається з умови рівності нулю електричного струму $I = i\omega \iint_F {}^2D_z dF$ (F – площа сенсора), так що з урахуванням співвідношень (2) при $m = 2$ після інтегрування по товщині і площі сенсора маємо

$$V_s = h_2 \int_0^{r_0} {}^2b_{31} \left[\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \frac{h_2 + h_3}{2} (x_r + x_\theta) \right] r dr \cdot \left(\int_0^{r_0} {}^2b_{33} r dr \right)^{-1}. \quad (19)$$

У розглядуваному випадку у пластині реалізуються переважно згинальні коливання, а максимальні прогини досягаються на резонансній частоті найбільш енергоємної першої моди коливань. Тому нижче всі розрахунки в залежності від величини радіуса r_0 п'езонакладок проводились на частотах першого резонансу згинальної моди.

Для чисельного визначення коефіцієнта оберненого зв'язку G_{as} розглянемо випадок ізотермічних вимушених згинальних коливань пластини, навантаженої рівномірним поверхневим тиском одиничної амплітуди $P = 1$ Па при $V_A = 0$ (електроди актуатора коротко замкнуті) і спочатку обчислимо за формулою (19) показник сенсора V_s^1 . Тоді для довільної амплітуди P показник сенсора $V_s = V_s^1 P$. Звідси отримуємо амплітуду механічного тиску:

$$P = \frac{V_s}{V_s^1}. \quad (20)$$

Потім згідно з [3, 13, 23] розраховуємо амплітуду потенціалу V_A^1 , який необхідно підвести до актуатора для компенсації навантаження одиничної амплітуди $P = 1$ Па. Тоді для компенсації механічного навантаження довільної амплітуди до актуатора необхідно підвести різницю потенціалів

$$V_A = V_A^1 P. \quad (21)$$

Після підстановки значення P із рівності (20) у співвідношення (21) отримуємо залежність (18), у якій необхідно покласти

$$G_{as} = \frac{|V_A^1(r_0)|}{|V_s^1(r_0)|}. \quad (22)$$

Показник $|V_A^1|$, згідно з [13, 23], визначається розрахованим на резонансній частоті відношенням максимальної амплітуди прогину $|w_{p \max}^1|$ при одиничному механічному навантаженні ($P = 1$ Па, $V_A = 0$) до максимального

прогину $|w_{E_{\max}}^1|$ при підведенні до актуатора одиничного електричного потенціалу ($V_A = 1 \text{ В}$, $P = 0$), так що

$$|V_A^1| = \frac{|w_{P_{\max}}^1|}{|w_{E_{\max}}^1|}. \quad (23)$$

Таким чином, для обчислення коефіцієнта оберненого зв'язку G_{as} на основі еталонних показників сенсора V_s^1 і актуатора V_A^1 необхідно окремо розв'язати задачу про вимушені коливання пластини, зумовлені лише механічним навантаженням одиничної амплітуди, та коливання при підведенні до актуатора лише одиничного електричного потенціалу. Потім для довільного навантаження за показником сенсора V_s за формулами (18), (22) розраховується показник електричного потенціалу V_A , який необхідно підвести до електродів актуатора в протифазі з механічним навантаженням для компенсації останнього.

4. Результати розрахунків і їх аналіз. Числові розрахунки проводились для пластини з в'язкопружного полімеру [20] з такими залежними від температури складовими комплексного модуля зсуву:

$$G' = 968 - 8.69 T \text{ [МПа]},$$

$$G'' = 87.1 - 0.7 T \text{ [МПа]},$$

$\{E', E''\} = 2(1 + \nu)\{G', G''\}$ – складові в'язкопружного модуля Юнга; $\nu = 0.3636$ – коефіцієнт Пуассона; $\rho_3 = 929 \text{ кг/м}^3$, $\lambda = 0.47 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°С)}$. П'єзо-накладки актуатора і сенсора виготовлені з однієї й тієї ж п'єзокераміки типу ЦТСтБС-2 [21] і відрізняються протилежним напрямком товщинної поляризації, яка характеризується знаком п'єзомодуля. Для конкретності прийнято, що п'єзомодуль ${}^1d_{31} = d_{31}$, а ${}^2d_{31} = -d_{31}$. На основі експериментальних даних [21] температурні залежності електромеханічних модулів характеризуються такими співвідношеннями:

$$s'_{11} = s_{11}^0 (1 + 0.3077 \cdot 10^{-3} \bar{T}),$$

$$\delta_{11} = \delta_{11}^0 (1 + 0.6155 \cdot 10^{-3} \bar{T} + 0.41575 \cdot 10^{-4} \bar{T}^2),$$

$$d'_{31} = d_{31}^0 (1 + 0.219 \cdot 10^{-2} \bar{T}),$$

$$\delta_{31} = \delta_{31}^0 (1 + 1.198 \cdot 10^{-2} \bar{T} + 1.823 \cdot 10^{-4} \bar{T}^2),$$

$$\varepsilon'_{33} = \varepsilon_{33}^0 (1 + 1.11 \cdot 10^{-4} \bar{T} + 8.4256 \cdot 10^{-5} \bar{T}^2),$$

$$\delta_{33} = \delta_{33}^0 (1 + 1.19 \cdot 10^{-2} \bar{T} + 1.19 \cdot 10^{-4} \bar{T}^2),$$

де

$$s_{11}^0 = 12.5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}, \quad d_{31}^0 = -1.6 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}, \quad \varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м},$$

$$\varepsilon'_{33} = 21 \cdot 10^2 \varepsilon_0, \quad \delta_{11}^0 = 0.16 \cdot 10^{-2}, \quad d_{31}^0 = 0.4 \cdot 10^{-2}, \quad \delta_{33}^0 = 0.35 \cdot 10^{-2},$$

$$\nu_E = \nu'_E = 0.37, \quad \nu''_E = 0, \quad \bar{T} = T - T_r, \quad T_r = 20^\circ \text{С}.$$

Для розв'язування задач електромеханіки і теплопровідності використовувались безрозмірні параметри просторової $x = (r - \varepsilon)/L$, $L = R - \varepsilon$, і часової $\tau = at/L^2$ координат і коефіцієнтів теплообміну $\gamma_s = \alpha_s L/\lambda$, $\gamma_r = \alpha_r L/\lambda$, $\alpha_s = \alpha_r = 2 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{°С)}$, $T_0 = T_s = 20^\circ \text{С}$.

Розміри пластинки та густина п'єзокераміки такі:

$$R = 0.2 \text{ м}, \quad \varepsilon = 10^{-4} \text{ м}, \quad h_3 = 0.04 \text{ м}, \quad h_1 = h_2 = 10^{-4} \text{ м},$$

$$\rho_1 = \rho_2 = 0.752 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3.$$

На рис. 1 наведено залежності від безрозмірного радіуса $x_0 = (r_0 - \varepsilon)/L$ п'єзошарів, які виконують роль сенсора і актуатора, розподілів першої резонансної частоти згинальних коливань пластинки $\tilde{\omega} = \omega \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ (штрихпунктирні криві), розрахованих на цих частотах максимальних амплітуд прогинів $w_E = |w_E^1(x=0)| \cdot 10^5 \text{ м}$ при підведенні до актуатора електричного потенціалу $V'_A = 1 \text{ В}$, $V''_A = 0$, $P = 0$ і $w_p = |w_p^1(x=0)| \cdot 10^6 \text{ м}$ при механічному навантаженні з амплітудою $P = 1 \text{ Па}$, $V'_A = V''_A = 0$ (штрихові криві), а також при цьому навантаженні криві еталонних значень потенціалу V_A^1 , $\tilde{V}_A = V_A^1 \cdot 10 \text{ В}$ актуатора і значень потенціалу V_s^1 , $\tilde{V}_s = V_s^1 \cdot 10 \text{ В}$ сенсора (суцільні криві), розраховані за формулами (23) і (19) відповідно.

Суцільна крива \tilde{G}_{as} характеризує залежність від параметра x_0 коефіцієнта керування $\tilde{G}_{as} = G_{as} \cdot 10^{-1}$ у співвідношенні оберненого зв'язку.

Наведені на рис. 1а результати характеризують пластину з шарнірно закріпленим краєм, а на рис. 1б – при жорсткому його защемленні.

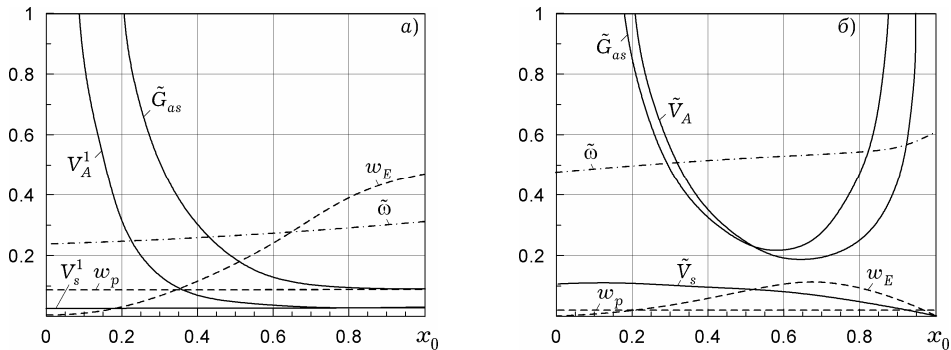


Рис. 1

Аналіз кривих w_p (штрихові лінії) показує, що максимальні амплітуди прогинів пластини при механічному навантаженні слабо залежить від параметра x_0 , що характеризує площу п'єзонакладок. За винятком достатньо малого околу точки $x_0 = 0$, показники сенсора V_s^1 мало змінюються зі збільшенням параметра x_0 при шарнірному та монотонно зменшуються – при жорсткому закріпленні краю пластини. У той же час при електричному навантаженні актуатора залежності максимальної амплітуди прогину w_E пластини і еталонного показника актуатора V_A^1 є немонотонними функціями параметра x_0 . При цьому w_E досягає максимального, а V_A^1 – мінімального значень при повному покритті п'єзонакладками зовнішніх площин пластини ($x_0 = 1$) у випадку шарнірного закріплення і частковому покритті ($x_0 = 0.67$) – при жорсткому защемленні радіального краю. Для розглядуваної пластини розміри актуатора і сенсора є найбільш оптимальними з параметрами $0.7 \leq x_0 \leq 1$ при шарнірному і $0.5 \leq x_0 < 0.7$ при жорсткому закріпленні радіального краю відповідно. При таких розмірах п'єзоактивних складових підведена до актуатора різниця електричних потенціалів V_A викликає максимальні прогини w_E пластини, а коефіцієнт оберненого зв'язку буде мінімальним (криві \tilde{G}_{as}). У випадку шарнірного опирання пластини коефіцієнт $G_{as} \approx 1$.

На рис. 2 для пластини розглядуваних розмірів і умов закріплення радіального краю в залежності від параметра x_0 показано криві 1, 2 максимальних амплітуд прогинів $\tilde{w} = |w(0)| \cdot 10^3$ м (штрихові лінії) і температур вібророзігріву $T_m = T_{\max}(0) \cdot 10^{-3}$ °C (штрихпунктирні лінії), розрахованих на резонансних частотах першої форми згинальних коливань.

При цьому криві 1 розраховані при механічному навантаженні з амплітудою $P = 0.25 \cdot 10^4$ Па, а криві 2 – при сумісній протифазній дії на пластину цього навантаження і підведених до електродів актуатора амплітудних значень потенціалу $V_A = |V_A| \cdot 10^{-3}$ В (суцільні криві), розрахованих на основі показників сенсора за формулою (18) з урахуванням значень коефіцієнта G_{as} , представлених кривою на рис. 1.

Порівнюючи криві 1 і 2 (штрихові лінії) бачимо, що при компенсації гармонічного механічного навантаження за допомогою протифазно підведеної до актуатора різниці електричного потенціалу має місце значне зменшення прогинів (криві 2) в усьому діапазоні зміни параметра x_0 площі кругового п'єзоактуатора. При цьому зменшення максимальної температури вібророзігріву (штрихпунктирні криві 2) до рівня початкової температури пластини має місце лише для оптимальних параметрів $x_0 > 0.4$ шарнірно опертої (рис. 2а) і $0.3 \leq x_0 \leq 0.9$ – у випадку жорсткого защемлення її краю (рис. 2б). Для актуаторів, розміри яких виходять за розміри оптимальних, активне демпфування механічних коливань пластини може викликати температуру розігріву, яка значно перевищує температурний режим недемпфованої пластини. Останнє зумовлене необхідністю підведення до електродів актуатора великих значень електричного потенціалу V_A .

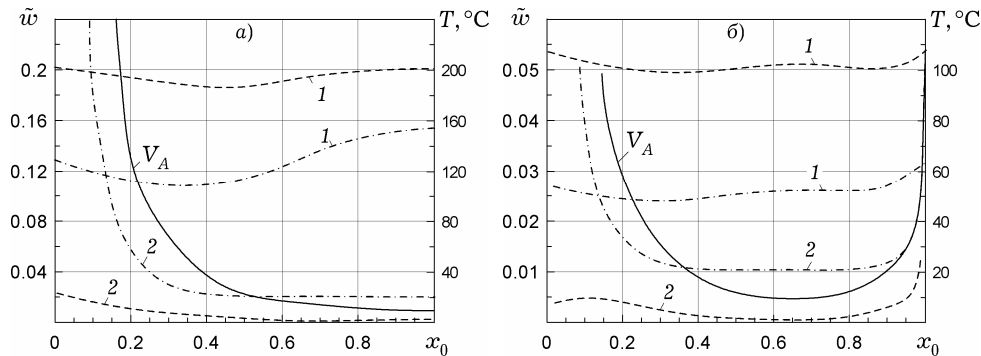


Рис. 2

На рис. 3 показано розподіли усталеної ($\tau = 0.5$) температури дисипативного розігріву вздовж радіальної координати пластини, розраховані при наступних значеннях відносного розміру x_0 п'єзонакладок, резонансної частоти ω_p і амплітуди потенціалу $V_A = |V_A|$, підведеного до актуатора з протилежною до механічного навантаження фазою,

у випадку шарнірного закріплення краю (рис. 3а):

криві 1: $x_0 = 0.1$, $\omega_p = 2390$ с⁻¹, $V_A = 2670$ В;

криві 2: $x_0 = 0.2$, $\omega_p = 2430$ с⁻¹, $V_A = 700$ В;

криві 3: $x_0 = 0.4$, $\omega_p = 2580$ с⁻¹, $V_A = 183$ В;

криві 4: $x_0 = 1.0$, $\omega_p = 3030$ с⁻¹, $V_A = 43.1$ В;

у випадку жорстко заземленого краю (рис. 3б):

криві 1: $x_0 = 0.1$, $\omega_p = 4350 \text{ с}^{-1}$, $V_A = 1103 \text{ В}$;

криві 2: $x_0 = 0.2$, $\omega_p = 4930 \text{ с}^{-1}$, $V_A = 298.4 \text{ В}$;

криві 3: $x_0 = 0.4$, $\omega_p = 5170 \text{ с}^{-1}$, $V_A = 82.6 \text{ В}$;

криві 4: $x_0 = 0.7$, $\omega_p = 5370 \text{ с}^{-1}$, $V_A = 47.46 \text{ В}$.

Тут суцільні криві 1–4 відповідають випадку тільки механічного гармонічного навантаження з амплітудою $P = 0.25 \cdot 10^4 \text{ Па}$ ($V_A = 0$). Штрихові криві 1–4 розраховані при сумісній дії на пластину механічного навантаження P і компенсуючого це навантаження відповідного значення потенціалу V_A . Штрихові криві 1'–4' відповідають випадку, коли в дисипативній функції (11) не враховуються складові з п'єзоелектричними і діелектричними втратами в п'єзоматеріалі.

Розподіл потужності дисипативної функції уздовж радіальної координати для вказаних варіантів показано кривими 1–4 на рис. 4.

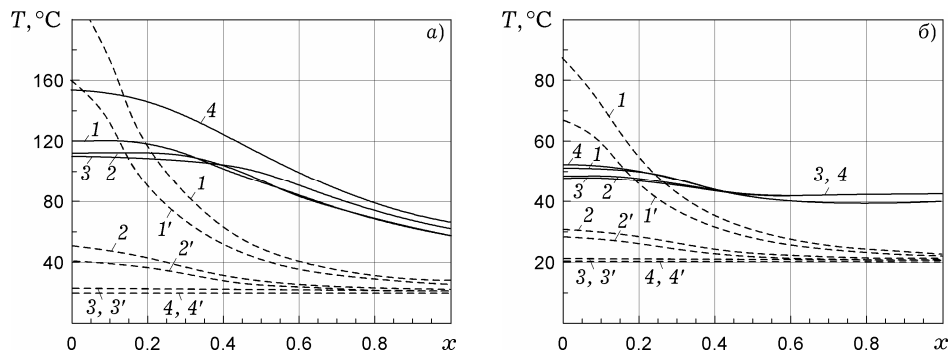


Рис. 3

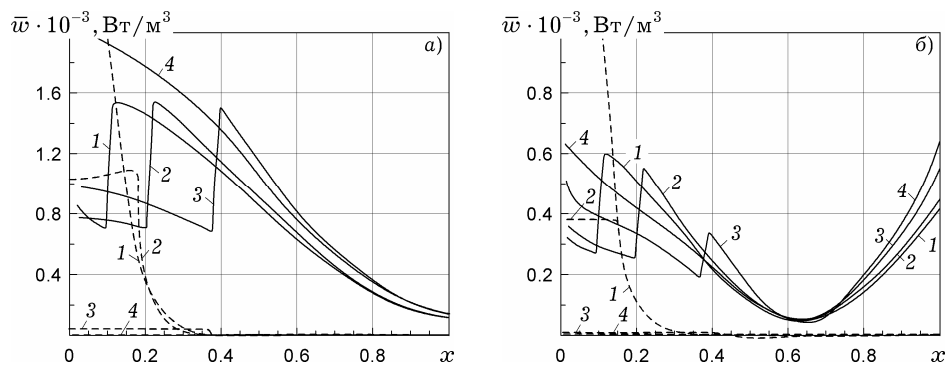


Рис. 4

З аналізу кривих на рис. 3 випливає, що радіальна нерівномірність температури механічного розігріву (суцільні криві) і її рівень суттєво залежать від величини площі п'єзонакладок, що виконують роль сенсора і актуатора, та граничних умов закріплення пластини. При активному демпфунні механічних коливань пластини шляхом протифазного підведення до електродів актуатора різниці електричних потенціалів, що компенсує дію механічного навантаження, для оптимальних розмірів сенсора і актуатора радіальний розподіл температури вібророзігріву стає однорідним і за величиною – близьким до початкової температури (штрихові криві 3, 4). Проте для параметрів, що виходять за розміри оптимальних, має місце значне підвищення температури дисипативного розігріву в області розміщення п'єзонакладок (штрихові криві 1, 2). Порівняння між собою кривих 1, 2 і 1', 2' показує, що процес різкого підвищення температури саморозігріву в зоні

розміщення п'єзоактуаторів значною мірою зумовлений необхідністю підведення до електродів актуатора малої площі великих амплітуд електричного потенціалу. При цьому в дисипативній функції (11) членами, які включають п'єзо- і діелектричні втрати, не можна нехтувати (криві 1, 2 на рис. 4). Ця обставина свідчить про те, що при активному демпфуванні розглядуваних в'язкопружних пластин контроль вимушених коливань необхідно проводити не тільки за величиною амплітуд прогинів, а й за рівнем вібророзігріву, який при деяких неоптимальних розмірах п'єзонакладок та умовах експлуатації об'єкта може досягати температури точки Кюрі, при якій п'єзоелемент втрачає працездатність через деполяризацію п'єзоматеріалу.

На рис. 5 криві 1–3 ілюструють частотні залежності амплітуд максимальних прогинів $\tilde{w} = |w(0)| \cdot 10^4$ м (суцільні лінії) і показника потенціалу сенсора $\tilde{V}_s = |V_s| \cdot 10^{-2}$ В (штрихпунктирні лінії) механічно навантаженої з амплітудою $P = 0.25 \cdot 10^4$ Па пластини з п'єзонакладками безрозмірного радіуса $x_0 = 0.2, 0.4, 1.0$ при шарнірному (рис. 5а) і $x_0 = 0.2, 0.4, 0.7$ при жорсткому (рис. 5б) закріпленнях краю пластини відповідно. При цьому електроди актуатора коротко замкнуті ($V_A = 0$). Частотні залежності максимального значення ($x = 0$) усталеної ($\tau = 0.5$) температури дисипативного розігріву з указаними розмірами п'єзонакладок суцільними кривими показано на рис. 6. Штрихові криві 1–3 характеризують амплітудно-частотні (рис. 5) і температурно-частотні (рис. 6) залежності при сумісній дії механічного навантаження $P = 0.25 \cdot 10^4$ Па і значень амплітуд електричного потенціалу $V_A = 700$ В, 183 В, 43.1 В при шарнірному і $V_A = 298$ В, 82.6 В, 47.5 В при жорсткому закріпленнях краю пластини. Значення V_A для кожного параметра x_0 розраховували за формулами (18), (22) з використанням відповідних показників V_s сенсора (штрихпунктирні лінії на рис. 5) і коефіцієнта оберненого зв'язку G_{as} , наведеного суцільними кривими на рис. 1.

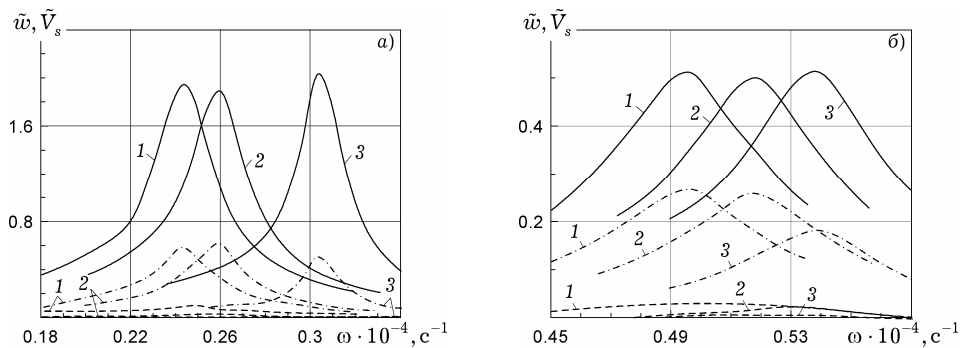


Рис. 5

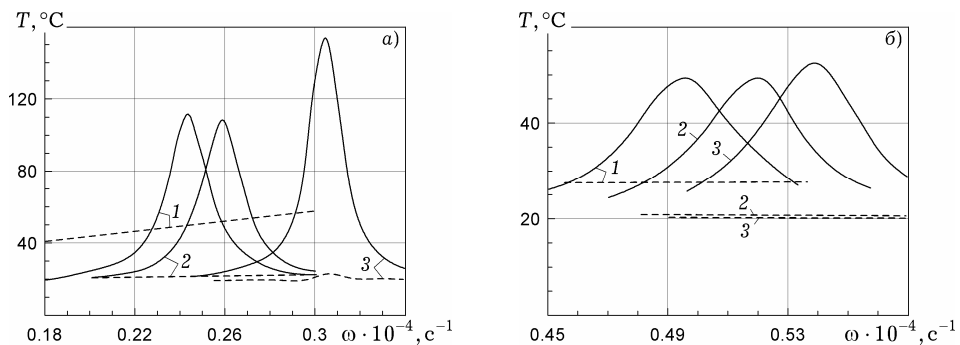


Рис. 6

Вплив температурної залежності в'язкопружних модулів пасивного і п'єзоактивного матеріалів механічно навантаженої ($P = 0.25 \cdot 10^4$ Па) пластини на частотні характеристики амплітуди максимального прогину $\tilde{w} = |w(0)| \cdot 10^4$ м і потенціалу $\tilde{V}_s = |V_s| \cdot 10^{-2}$ В на електродах сенсора демонструють криві 1 і 2 на рис. 7. Розрахунки виконано для параметрів $x_0 = 1.0$ і $x_0 = 0.7$, що відповідають оптимальним розмірам сенсора та актуатора при шарнірному (рис. 7а) і жорсткому (рис. 7б) закріпленні краю пластини. Штрихпунктирні лінії відповідають ізотермічним ($T = T_0$), а суцільні – залежним від температури значенням в'язкопружних модулів. Штрихові лінії 1' характеризують амплітудно-частотну залежність прогинів \tilde{w} при сумісній протифазній дії механічного навантаження і підведеної до актуатора різниці потенціалів $V_A = 43.1$ В для шарнірного і $V_A = 47.5$ В – для жорсткого закріплення краю пластини.

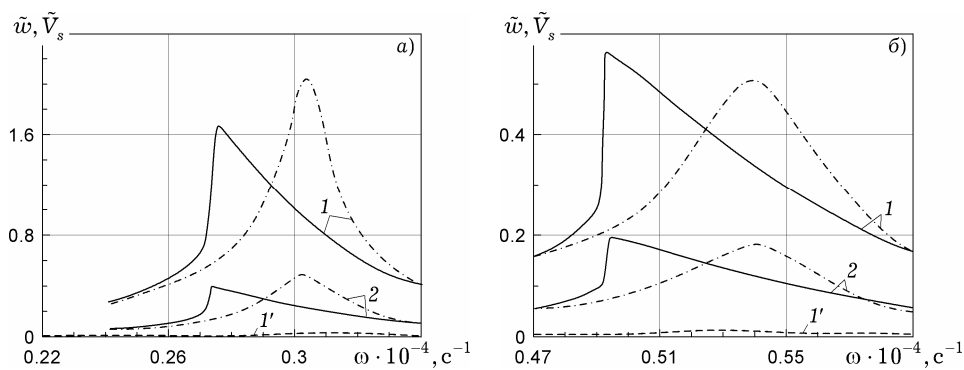


Рис. 7

Аналіз кривих на рис. 7 показує, що вплив термомеханічної зв'язаності полів деформації і температури в задачі про вимушені коливання розглядуваної пластини зводиться до відомого ефекту [5] зменшення резонансної частоти і трансформації амплітудно-частотних характеристик прогинів w і показників V_s сенсора в нелінійні характеристики «м'якого» типу. У той же час числові значення максимальних амплітуд w і V_s на ізотермічному і термомеханічному резонансах близькі між собою. Тому при розрахунках показника електричного потенціалу актуатора для компенсації механічного навантаження можна використовувати показники сенсора V_s , обчислені на резонансі ізотермічної системи. Порівняння між собою результатів, показаних на рис. 7а і рис. 7б, приводять до висновку, що граничні умови суттєво впливають на кількісні значення частоти резонансу, амплітуд прогинів, температури розігріву та оптимальні розміри сенсора і актуатора.

Із проведених розрахунків і порівняння між собою показаних суцільними і штриховими кривими амплітудно-частотних (рис. 5) і температурно-частотних (рис. 6) залежностей випливає, що при активному демпфуванні вимушених коливань розглянутих пластин за допомогою протифазного підведення до електродів актуатора електричного потенціалу, розрахованого на ізотермічному резонансі за формулами (18), (22), амплітуди вимушених механічних коливань в околі основної резонансної частоти зменшуються на два порядки (рис. 5), а дисипативний розігрів пластини з оптимальними параметрами п'єзоаккладок практично відсутній (рис. 6). Це свідчить про те, що при невідомому навантаженні залежності (18), (20) дають задовільні результати для визначення компенсуючої це навантаження амплітуди електричного потенціалу актуатора за відомим значенням потенціалу на електродах сенсора.

1. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. – 1961. – **16**, № 3. – С. 171–174.
2. Григоренко Я. М., Мукоєд А. П. Розв'язування лінійних і нелінійних задач теорії оболонок на ЕОМ. – Київ: Либідь, 1992. – 148с.
3. Карнаушов В. Г., Карнаушова Т. В., П'ятецька О. В. Вплив температури дисипативного розігріву на активне демпфірування вимушених осесиметричних коливань круглої пластини за допомогою п'єзоелектричного актуатора // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2004. – Вип. 3. – С. 107–114.
4. Карнаушов В. Г., Карнаушова Т. В., П'ятецька О. В. Вплив температури дисипативного розігріву на показники п'єзоелектричного сенсора при вимушених осесиметричних коливаннях круглої пластини // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2004. – Вип. 1. – С. 107–113.
5. Карнаушов В. Г., Киричок И. Ф. Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек. – Киев: Наук. думка, 1986. – 222 с.
6. Карнаушов В. Г., Козлов В. І., Карнаушова Т. В. Уточнена термомеханічна модель композитних оболонок типу Тимошенка з розподіленими трансверсально-ізотропними сенсорами при моногармонічному навантаженні // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – **49**, № 4. – С. 119–132.
7. Карнаушов В. Г., Козлов В. І., Карнаушова Т. В. Уточнена термомеханічна модель композитних оболонок типу Тимошенка з розподіленими трансверсально-ізотропними актуаторами при моногармонічному навантаженні // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2006. – Вип. 4. – С. 84–95.
8. Карнаушов В. Г., Козлов В. І., Жук Я. О., Карнаушова Т. В. Термомеханічна зв'язана теорія шаруватих оболонок з пасивними фізично нелінійними непружними шарами та розподіленими п'єзоелектричними включеннями для контролю нестационарних коливань // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2001. – **44**, № 3. – С. 96–106.
9. Карнаушов В. Г., Михайленко В. В. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении. – Житомир: Житомир. інж.-технолог. ін-т, 2005. – 426 с.
10. Карнаушов В. Г., Козлов А. В., П'ятецька Е. В. Активное демпфирование осесимметричных колебаний круглой пластины при помощи распределенных сенсоров и актуаторов // Системні технології. Вип. «Математичні проблеми технічної механіки». – Дніпропетровськ, 2003. – С. 145–151.
11. Карнаушов В. Г., Козлов В. І., П'ятецька Е. В. Активное демпфирование колебаний прямоугольной пластины при помощи распределенных сенсоров и актуаторов // Теорет. и прикл. механика. – 2003. – Вип. 37. – С. 137–140.
12. Карнаушов В. Г., Козлов В. І., П'ятецька О. В. Активне демпфірування осесиметричних коливань круглої пластини за допомогою п'єзоелектричних включень // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2003. – Вип. 2. – С. 81–85.
13. Киричок И. Ф. Об изгибных колебаниях и виброразогреве кольцевой пластинки с пьезоэлектрическими тонкими накладками при электромеханическом одночастотном нагружении // Прикл. механика. – 2008. – **44**, № 2. – С. 99–108.
Te same: Kirichok I. F. Flexural vibrations and vibrational heating of a ring plate with thin piezoceramic pads under single-frequency electromechanical loading // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, No. 2. – P. 200–207.
14. Киричок И. Ф. Резонансные колебания и разогрев электромеханически нагруженных кольцевых пластин с пьезоактуаторами при учете деформации сдвига // Прикл. механика. – 2009. – **45**, № 2. – С. 124–132.
Te same: Kirichok I. F. Resonant vibration and heating of ring plates with piezoactuators under electromechanical loading and shear deformation // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, No. 2. – P. 215–222.
15. Киричок И. Ф., Карнаушов М. В. Моногармонические колебания и виброразогрев электромеханически нагруженной круглой пластинки с пьезоэлектрическими актуаторами при учете деформации сдвига // Прикл. механика. – 2008. – **44**, № 9. – С. 104–114.
Te same: Kirichok I. F., Karnaukhov M. V. Monoharmonic vibrations and vibrational heating of an electromechanically loaded circular plate with piezoelectric actuators subject to shear strain // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, No. 9. – P. 1041–1049.

16. Киричок И. Ф., Карнаухов М. В. Одночастотные колебания и виброразогрев трехслойной пьезоактивной круглой пластины при электромеханическом моногармоническом нагружении // Прикл. механика. – 2008. – 44, № 1. – С. 79–89.
The same: Kirichok I. F., Karnaukhov M. V. Single-frequency vibrations and vibrational heating of a piezoelectric circular sandwich plate under monoharmonic electromechanical loading // Int. Appl. Mech. – 2008. – 44, No. 1. – P. 65–72.
17. Киричок И. Ф., Пятецька О. В., Карнаухов М. В. Згинні коливання та дисипативний розігрів кільцевої в'язкопружної пластинки з п'єзоелектричними актуаторами при електромеханічному моногармонічному навантаженні // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2006. – Вип. 2. – С. 84–92.
18. Матвеев В. В. Демпфирование колебаний деформируемых тел. – Киев: Наук. думка, 1985. – 264 с.
19. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний. – Москва: Мир, 1988. – 448 с.
20. Нестеренко Н. П., Червинко О. П., Сенченков И. К. Моделирование ультразвукового разогрева структурных элементов полимерных волокнистых композитов при нормальном нагружении // Вест. Нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2002. – № 9. – С. 3–8.
21. Шульга Н. А., Болкисев А. М. Колебания пьезоэлектрических тел. – Киев: Наук. думка, 1990. – 228 с.
22. Gabbert U., Tzou H. S. Smart structures and structronic systems. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2001. – 384 p.
23. Karnaukhov V. G., Kirichok I. F., Karnaukhov M. V. The influence of dissipative heating on active vibration damping of viscoelastic plates // J. Eng. Math. – 2008. – 61, No. 2-4. – P. 399–411.
24. Tzou H. S. Piezoelectric shells (Distributed sensing and control of continua). – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1993. – 400 p.
25. Tzou H. S., Bergman L. A. Dynamics and control of distributed systems. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998. – 400 p.

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ И ТЕМПЕРАТУРЫ ДИССИПАТИВНОГО РАЗОГРЕВА НА АКТИВНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЗОНАНСНЫХ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ КРУГЛЫХ ВЯЗКОПРУГИХ ПЛАСТИН ПРИ ПОМОЩИ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕНСОРОВ И АКТУАТОРОВ

Рассматривается задача о вынужденных моногармонических осесимметричных изгибных колебаниях и диссипативном разогреве круглой вязкоупругой пластины с пьезоэлектрическими сенсорами и актуаторами. Вязкоупругое поведение пассивного (без пьезоэффекта) и пьезоактивного материалов описывается концепцией комплексных модулей, зависящих от температуры. Нелинейная связанная задача электротермовязкоупругости решается численными методами. Исследовано влияние механических граничных условий и температуры диссипативного разогрева на активное демпфирование вынужденных резонансных колебаний круглых вязкоупругих пластин при помощи пьезоэлектрических сенсоров и актуаторов.

INFLUENCE OF BOUNDARY CONDITIONS AND TEMPERATURE OF DISSIPATIVE HEATING ON ACTIVE DAMPING OF FORCED AXISYMMETRIC BENDING VIBRATIONS OF CIRCULAR VISCOELASTIC PLATES BY PIEZOELECTRIC SENSORS AND ACTUATORS

A problem on the forced monoharmonic axisymmetric bending vibrations and dissipative heating of circular viscoelastic plates with the piezoelectric sensors and actuators is considered. Viscoelastic behavior of passive (without piezoeffect) and piezoactive materials is described using the concept of complex moduli which depend on temperature. The nonlinear coupled problem of electrothermoviscoelasticity is solved by numerical methods. Influence of the boundary conditions and temperature of dissipative heating on active damping of forced resonant vibrations of circular viscoelastic plates by piezoelectric sensors and actuators is investigated.

¹ Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка
НАН України, Київ,

² Нац. техн. ун-т України «ХПИ», Київ,

Одержано
10.03.09