

**ТЕРМОМЕХАНІЧНА ПОВЕДІНКА ЧАСТКОВО ПРОЗОРИХ ТІЛ
З ПОРОЖНИНАМИ ЗА ТЕПЛООВОГО ОПРОМІНЕННЯ**

Математичну модель опису зв'язаних процесів теплообміну випромінюванням, теплопровідності та деформації в частково прозорих тілах за теплового опромінення узагальнено на випадок таких тіл із замкнутими конструкційними порожнинами. Модель ґрунтується на феноменологічній теорії випромінювання та теорії квазістатичної термодинаміки при описі радіаційних властивостей матеріалів спектральними характеристиками та врахуванні властивостей середовища в порожнинах. Як приклад досліджено термонапружений стан порожнистої газонаповненої кулі за однорідного опромінення від зовнішньої нагрітої сферичної поверхні.

Значна кількість елементів сучасних пристроїв електронної, електровакуумної та енергетичної техніки мають порожнини чи включення конструкційного і функціонального призначення. Вони часто в процесі виготовлення і експлуатації зазнають комплексних дій, найважливішою з яких є тепла. Тому в останні роки зросла увага дослідників до проблем математичного моделювання теплових і механічних процесів в тілах з порожнинами і включеннями з урахуванням властивостей середовища у них. Тут, зокрема, необхідно відзначити роботи школи члена-кореспондента НАН України, професора Г. С. Кіта з математичної постановки задач термомеханіки тіл з наявними концентраторами типу включень і тріщин, які можуть бути термоактивними [11–13].

Елементи з конструкційними чи функціональними порожнинами, які можуть бути заповнені газовим середовищем або вакуумованими, часто виготовляють з частково прозорих матеріалів відносно електромагнітного випромінювання різного частотного діапазону, зокрема, теплового. При цьому при виготовленні чи подальшій експлуатації вони зазнають дії такого випромінювання [2, 4, 8, 10, 18, 23]. За такої дії в розглядуваних елементах виникають зв'язані теплові і механічні процеси. Залежно від рівнів зовнішніх електромагнітних, теплових і механічних чинників параметри цих процесів можуть ставати більшими від допустимих і мати істотний вплив на функціональні і міцнісні властивості відповідних виробів [18, 22–25].

У літературі практично не досліджено вплив на викликану тепловим опроміненням термомеханічну поведінку частково прозорих тіл з порожнинами можливого нагрівання газового середовища в них [4, 10, 18, 22, 23]. Прогноз такої поведінки є необхідний для опрацювання раціональних режимів експлуатації пристроїв з такими елементами в залежності від властивостей середовища в порожнинах.

У роботі узагальнено запропоновану раніше авторами математичну модель, яка описує температурні і механічні поля у частково прозорих тілах при зовнішньому тепловому опроміненні на випадок елементів, які мають конструкційні порожнини, з урахуванням різних властивостей середовища в них. При цьому використано також різні способи опису радіаційних властивостей випромінювачів (спектральними чи інтегральними радіаційними характеристиками). Як приклад досліджено термонапружений стан порожнистої газонаповненої кулі за однорідного опромінення від зовнішньої нагрітої сферичної поверхні.

Більшість частково прозорих матеріалів з огляду на механічні властивості належать до крихких, для яких залежність між напруженнями та деформаціями практично до руйнування визначається за законом Гука. Як правило, значення допустимих напружень для таких матеріалів є малими порівняно з аналогічними для металічних.

За радіаційними властивостями частково прозорі тіла розглядаємо в наближенні не випромінювальних і нерозсіювальних, а поверхні, між якими відбувається теплообмін випромінюванням, – дифузними [4, 10]. Відповідні радіаційні, теплові та механічні характеристики приймаємо сталими, які дорівнюють середнім значенням на проміжку нагрівання [2, 4, 10, 18, 20]. Максимальну температуру нагрівання частково прозорих тіл приймаємо меншою від температури трансформації (розм'якшення) матеріалу та значно меншою від температур, при яких інтегральна інтенсивність їх власного випромінювання є одного порядку з інтегральною інтенсивністю випромінювання джерел випромінювання [4, 21].

Розглянемо частково прозоре ізотропне пружне тіло, яке займає в тривимірному евклідовому просторі область V , обмежену границею S (рис. 1). Тіло має замкнуті порожнини (області V_C^i , $i = 1, \dots, M_c$, обмежені поверхнями Γ_i , $i = 1, \dots, M_c$). Віднесемо тіло до декартової системи координат $\{x_1, x_2, x_3\}$. Тіло перебуває під дією стороннього теплового опромінення, вплив якого на процеси теплопровідності та деформації враховуємо через тепловиділення внаслідок поглинання матеріалом електромагнітної енергії. При цьому приймаємо, що рівні напружень, зумовлені силовою дією поля випромінювання на тіло, при розглядуваних величинах інтенсивностей випромінювання є нехтовними [6, 9].

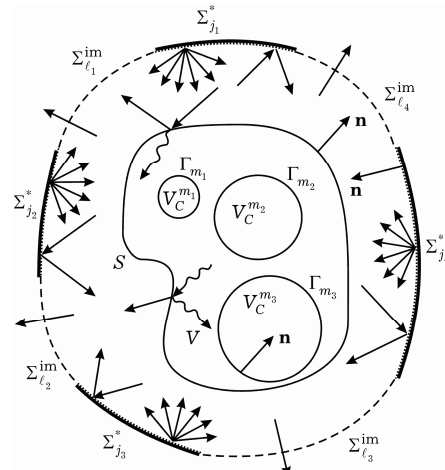


Рис. 1

Джерелом опромінення є нагріті поверхні чи інші випромінювачі (галогенні або іншого типу) енергії випромінювання (які моделюємо поверхнями Σ_i^* , $i = 1, \dots, N_*$).

Приймаємо, що поверхня S тіла V повністю оточена замкнутою оболонкою Σ_{shell} , яка є кусково-гладкою двосторонньою поверхнею, орієнтованою однією стороною до поверхні тіла [10, 23]. Складовими частинами цієї оболонки (яка є замкнутою і випуклою поверхнею відносно тіла, тобто охоплює всі напрямки, що відходять від поверхні S цього тіла) в загальному випадку є механічно між собою незв'язані поверхні випромінювачів Σ_i^* , $i = 1, \dots, N_*$, та відкриті області, які моделюємо уявними поверхнями Σ_j^{im} , $j = 1, \dots, N_{im}$, наділеними певними радіаційними властивостями.

У реальних випромінювальних системах, як правило, джерела випромінювання, маючи конкретні геометричні розміри, розміщені в просторі дискретно. Розглядаємо джерела випромінювання, у яких випромінювальним елементом є тіло розжарювання. Тоді випромінювачі моделюємо або конкретними просторовими геометричними фігурами (області яких займають елементи розжарювання) з поверхнями $\Sigma_{i_1}^*$, $i_1 \in \mathcal{I}_1$, або поверхнями $\Sigma_{i_2}^*$, $i_2 \in \mathcal{I}_2$ ($\mathcal{I}_1 \cup \mathcal{I}_2 = \{1, \dots, N_*\}$, $\mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2 = \emptyset$), отриманими за допомогою сплайн-інтерполяції [2] просторових гладких кривих, якими позначаємо розташування джерел випромінювання в просторі. Такі поверхні для однотипних джерел випромінювання наділяємо певними радіаційними характеристиками, притаманними матеріалу елементів розжарювання реальних випромінювачів. До таких характеристик відносимо спектральну ступінь чорноти та температуру випромінювача, а також поглинальну та відби-

вальну здатності [10, 16]. З огляду на дискретність заповнення поверхонь Σ_i^* , $i = 1, \dots, N_*$, випромінювальними елементами для опису їх випромінювальних і відбивальних властивостей для кожної поверхні Σ_j^* у розгляд вводимо коефіцієнт ефективного випромінювання $k_{ef,j}$, який означимо як відношення сумарної площі проєкцій реальних випромінювальних елементів на поверхню Σ_j^* до площі всієї поверхні. Значення $k_{ef,j} = 1$ еквівалентне суцільному заповненню поверхні Σ_j^* випромінювальним матеріалом.

Вектори нормалей на гладких частинах поверхні тіла мають напрям, зовнішній відносно тіла, обмеженого цією поверхнею, на поверхні порожнини – напрямлені всередину порожнини, на інших поверхнях – до області тіла.

Середовище, в умовах конвективного теплообміну з яким перебуває тіло, приймаємо прозорим для випромінювання. Силове навантаження на тіло здійснюється через тиск газу як на поверхню тіла (атмосферний тиск), так і на поверхні порожнин (у випадку їх газонаповненості). Поверхні порожнин можуть бути вільні від силового навантаження (у випадку їх вакуумованості).

Ставиться задача про знаходження параметрів зумовленого тепловим опроміненням термонапруженого стану розглядуваного частково прозорого тіла за наявних теплових і механічних крайових умов.

Тоді з огляду на сформульовані прийняті вище допущення розрахункова схема задачі зводиться до такої [6, 9]:

- із задачі теорії випромінювання, у якій вихідним є рівняння переносу в наближенні невивромінювального матеріалу, визначаємо в області тіла спектральну інтенсивність випромінювання і відповідні їй тепловиділення [10, 18];

- із задачі теплопровідності, в якій окреслені на першому етапі тепловиділення є питомою потужністю неперервно розподілених теплових джерел, знаходимо температурне поле [3, 16];

- за відомим температурним полем із квазістатичної задачі термодружності з урахуванням тиску газу в порожнині визначаємо параметри напружено-деформованого стану тіла [9, 14].

Теплове випромінювання характеризується спектральною інтенсивністю випромінювання $I_\lambda(\lambda, M, \mathbf{s})$, яка є функцією довжини хвилі λ , координат розглядуваної точки M та одиничного вектора \mathbf{s} , що вказує напрям поширення променя [10, 18]. Поширення (послаблення) випромінювання в частково прозорому середовищі (тілі) описуємо рівнянням переносу (в наближенні невивромінювального та нерозсіювального матеріалу)

$$\frac{dI_\lambda(\lambda, M, \mathbf{s})}{d\ell} = -a_\lambda(\lambda, M)I_\lambda(\lambda, M, \mathbf{s}), \quad (1)$$

розв'язком якого є закон Бугера

$$I_\lambda(\lambda, \mathbf{r}_M + \ell \mathbf{s}, \mathbf{s}) = I_\lambda(\lambda, \mathbf{r}_M, \mathbf{s}) \exp(-\chi_\lambda(\ell, \lambda, \mathbf{r}_M, \mathbf{s})),$$

де $\lambda \in]0, \infty [$; $a_\lambda(\lambda, M)$ – коефіцієнт поглинання матеріалу середовища; ℓ – віддаль, на яку в напрямку \mathbf{s} від точки M поширилось випромінювання;

\mathbf{r}_M – радіус-вектор точки M ; $\chi_\lambda(\ell, \lambda, \mathbf{r}_M, \mathbf{s}) = \int_0^\ell a_\lambda(\lambda, \mathbf{r}_M + \ell' \mathbf{s}) d\ell'$ – оптична

товщина або непрозорість шару середовища товщини ℓ від точки \mathbf{r}_M уздовж напрямку \mathbf{s} [10, 23]. Оскільки для дифузних поверхонь інтенсивність випромінювання, що відходить від них, не залежить від напрямку поширення, перейдемо від спектральної інтенсивності випромінювання

$I_\lambda(\lambda, \mathbf{r}_M, \mathbf{s})$ до спектральної густини потоку енергії випромінювання $E_\lambda(\lambda, \mathbf{r}_M)$, використовуючи співвідношенням [10]

$$I_\lambda(\lambda, \mathbf{r}_M, \mathbf{s}) = \frac{1}{\pi} E_\lambda(\lambda, \mathbf{r}_M), \quad \lambda \in [0, \infty[, \quad \mathbf{s} \in \Omega_{4\pi} = \{\mathbf{s} : \mathbf{s} \in \mathbb{R}^3, |\mathbf{s}| = 1\}. \quad (2)$$

На кожній поверхні розділу середовищ має місце рівняння балансу потоків енергії випромінювання, на основі якого падаюче випромінювання виражаємо через суму відбитого та пропущеного через поверхню:

$$E_{\lambda, \text{inc}}(\lambda, N) = E_{\lambda, \text{refl}}(\lambda, N) + \tilde{E}_{\lambda, \text{abs}}(\lambda, N). \quad (3)$$

Тут N – точка поверхні; $E_{\lambda, \text{inc}}$, $E_{\lambda, \text{refl}}$, $\tilde{E}_{\lambda, \text{abs}}$ – відповідно спектральні густини потоків енергії падаючого, відбитого та пропущеного через поверхню розділу середовищ випромінювання. Параметри, що описують поле випромінювання на поверхні, та характеристики поверхонь розрізняємо на кожній із сторін поверхні – границі розділу середовищ. Символом « \sim » тут позначено величини для середовища, суміжного до розглядуваного.

Надалі за ключові функції вибираємо спектральні густини $E_{\lambda, \text{ef}}$ потоків енергії ефективного випромінювання на кожній із сторін поверхонь. Складовими густин $E_{\lambda, \text{ef}}$ є як відбита частина потоку енергії випромінювання, що падає на поверхню, так і власне випромінювання з поверхні непрозорого тіла (для випромінювача) чи випромінювання, яке проходить через поверхню частково прозорого тіла:

$$E_{\lambda, \text{ef}}(\lambda, M) = \begin{cases} E_{\lambda, \text{emis}}^*(\lambda, M) + E_{\lambda, \text{refl}}(\lambda, M), & M \in \Sigma^*, \\ E_{\lambda, \text{abs}}(\lambda, M) + E_{\lambda, \text{refl}}(\lambda, M), & M \in S \cup \Gamma_c. \end{cases} \quad (4)$$

Тут $\Sigma^* = \bigcup_{j=1}^{N_*} \Sigma_j^*$, $\Gamma_c = \bigcup_{i=1}^{M_c} \Gamma_i$; N_* і M_c – відповідно кількість випромінювачів і порожнин (у тілі); $E_{\lambda, \text{emis}}^*(\lambda, M)$ – спектральна густина потоку енергії власного випромінювання з поверхні випромінювача, яка виражається як

$$E_{\lambda, \text{emis}}^*(\lambda, M) = E_{\lambda, \text{emis}}^{*,j}(\lambda), \quad M \in \Sigma_j^*, \quad j \in \{1, \dots, N_*\}. \quad (5)$$

Тут $E_{\lambda, \text{emis}}^{*,j}(\lambda)$ – спектральна густина потоку енергії власного випромінювання з поверхні Σ_j^* випромінювача.

Тоді величина спектральної густини потоку енергії власного випромінювання $E_{\lambda, \text{emis}}^{*,j}(\lambda)$ з поверхні Σ_j^* визначається таким чином:

– при врахуванні радіаційних властивостей випромінювача інтегральним ступенем чорноти

$$E_{\lambda, \text{emis}}^{*,j}(\lambda) = k_{\text{ef},j} \mathcal{E}_{\text{int}}^{*,j}(T_j^{\text{rad}}) E_\lambda^{\mathbf{B}}(\lambda, T_j^{\text{rad}}), \quad j \in \{1, \dots, N_*\},$$

– при врахуванні радіаційних властивостей випромінювача спектральним ступенем чорноти

$$E_{\lambda, \text{emis}}^{*,j}(\lambda) = k_{\text{ef},j} \mathcal{E}_\lambda^{*,j}(\lambda, T_j^{\text{rad}}) E_\lambda^{\mathbf{B}}(\lambda, T_j^{\text{rad}}), \quad j \in \{1, \dots, N_*\}, \quad (6)$$

де $\mathcal{E}_{\text{int}}^{*,j}(T_j^{\text{rad}})$, $\mathcal{E}_\lambda^{*,j}(\lambda, T_j^{\text{rad}})$ – інтегральний та спектральний ступені чорноти матеріалу випромінювача, який змодельований поверхнею Σ_j^* відповідно; $E_\lambda^{\mathbf{B}}(\lambda, T_j^{\text{rad}})$ – спектральна густина потоку енергії випромінювання абсолютно чорного тіла з температурою T_j^{rad} поверхні Σ_j^* [10, 18].

Для поверхні Σ^* вводимо узагальнений коефіцієнт ефективного випромінювання $k_{\text{ef}}(M)$, $M \in \Sigma^*$, таким чином:

$$k_{\text{ef}}(M) = k_{\text{ef},j}, \quad M \in \Sigma_j^*, \quad j \in \{1, \dots, N_*\}. \quad (7)$$

Відбивальні властивості поверхонь (як непрозорого, так і частково прозорого тіла) описуємо спектральним коефіцієнтом спрямовано-півсферичного відбивання ρ'_λ [10, 17].

Поглиняльні та відбивальні властивості поверхонь [10, 17] Σ_j^* , $j = 1, \dots, N_*$, визначаємо шляхом домноження відповідних характеристик матеріалів тіл розжарювання випромінювачів на коефіцієнт ефективного випромінювання $k_{\text{ef},j}$.

Поверхні Σ_j^{im} , $j = 1, \dots, N_{\text{im}}$, якими моделюємо відкриті області навколо тіла, в розглядуваному випадку пропускають все випромінювання, що виходить із замкнутої оболонкою Σ_{shell} системи. Тому приймаємо таке співвідношення:

$$E_{\lambda, \text{refl}}(\lambda, M) = 0, \quad \lambda \in]0, \infty[, \quad M \in \Sigma^{\text{im}}, \quad (8)$$

де $\Sigma^{\text{im}} = \bigcup_{k=1}^{N_{\text{im}}} \Sigma_k^{\text{im}}$. Коли притік енергії випромінювання іззовні в замкнуту систему через відкриті області відсутній, співвідношення для спектральної густини потоку енергії ефективного випромінювання для цих областей буде

$$E_{\lambda, \text{ef}}(\lambda, M) = 0, \quad \lambda \in]0, \infty[, \quad M \in \Sigma^{\text{im}}. \quad (9)$$

Остаточно з урахуванням (2) і (4)–(6) отримаємо таку систему інтегральних рівнянь (в загальному випадку типу Вольтерра 2-го роду), що описує ключові функції $E_{\lambda, \text{ef}}^*$, $E_{\lambda, \text{ef}}^{(+)}$, $E_{\lambda, \text{ef}}^{(-)}$, $E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma^{(+)}}$, $E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma^{(-)}}$:

$$\begin{aligned} E_{\lambda, \text{ef}}^*(\lambda, M) &= E_{\lambda, \text{emis}}^*(\lambda, M) + \\ &+ \frac{k_{\text{ef}}(M)}{\pi} \int_{\Omega^{(-)}(M, \Sigma^*)} \rho_\lambda'^*(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^*(\lambda, N^*) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\ &+ \frac{k_{\text{ef}}(M)}{\pi} \int_{\Omega^{(-)}(M, S)} \rho_\lambda'^*(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^{(+)}(\lambda, N^S) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}), \\ &M \in \Sigma^*; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E_{\lambda, \text{ef}}^{(+)}(\lambda, M) &= \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(-)}(M, \Sigma^*)} \rho_\lambda'^{(+)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^*(\lambda, N^*) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(-)}(M, S)} \rho_\lambda'^{(+)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^{(+)}(\lambda, N^S) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(+)}(M, S)} (1 - \rho_\lambda'^{(-)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}})) E_{\lambda, \text{ef}}^{(-)}(\lambda, N^S) \exp(-\chi_\lambda(r_{N^S M}, \lambda, \mathbf{r}_{N^S}, \mathbf{s}_{\text{inc}})) \times \\ &\times |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(+)}(M, \Gamma_c)} (1 - \rho_\lambda'^{(-)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}})) E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma^{(-)}}(\lambda, \tilde{N}) \times \\ &\times \exp(-\chi_\lambda(r_{\tilde{N} M}, \lambda, \mathbf{r}_{\tilde{N}}, \mathbf{s}_{\text{inc}})) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{\lambda, \text{ef}}^{(-)}(\lambda, M) &= \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(+)}(M, S)} \rho_{\lambda}^{\prime(-)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^{(-)}(\lambda, N^S) \times \\
&\times \exp(-\chi_{\lambda}(r_{N^S M}, \lambda, \mathbf{r}_{N^S}, \mathbf{s}_{\text{inc}})) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(+)}(M, \Gamma_c)} \rho_{\lambda}^{\prime(-)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(-)}(\lambda, \tilde{N}) \times \\
&\times \exp(-\chi_{\lambda}(r_{\tilde{N} M}, \lambda, \mathbf{r}_{\tilde{N}}, \mathbf{s}_{\text{inc}})) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(-)}(M, \Sigma^*)} (1 - \rho_{\lambda}^{\prime(+)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}})) E_{\lambda, \text{ef}}^*(\lambda, N^*) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(-)}(M, S)} (1 - \rho_{\lambda}^{\prime(+)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}})) E_{\lambda, \text{ef}}^{(+)}(\lambda, N^S) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}), \\
&M \in S; \tag{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(+)}(\lambda, M) &= \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(-)}(M, \Gamma_c)} \rho_{\lambda}^{\Gamma(+)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(+)}(\lambda, \tilde{N}) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(+)}(M, S)} (1 - \rho_{\lambda}^{\prime\Gamma(-)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}})) E_{\lambda, \text{ef}}^{(-)}(\lambda, N^S) \times \\
&\times \exp(-\chi_{\lambda}(r_{N^S M}, \lambda, \mathbf{r}_{N^S}, \mathbf{s}_{\text{inc}})) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(+)}(M, \Gamma_c)} (1 - \rho_{\lambda}^{\prime\Gamma(-)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}})) E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(-)}(\lambda, \tilde{N}) \times \\
&\times \exp(-\chi_{\lambda}(r_{\tilde{N} M}, \lambda, \mathbf{r}_{\tilde{N}}, \mathbf{s}_{\text{inc}})) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}), \\
E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(-)}(\lambda, M) &= \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(+)}(M, S)} \rho_{\lambda}^{\Gamma(-)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^{(-)}(\lambda, N^S) \times \\
&\times \exp(-\chi_{\lambda}(r_{N^S M}, \lambda, \mathbf{r}_{N^S}, \mathbf{s}_{\text{inc}})) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(+)}(M, \Gamma_c)} \rho_{\lambda}^{\prime\Gamma(-)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}}) E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(-)}(\lambda, \tilde{N}) \times \\
&\times \exp(-\chi_{\lambda}(r_{\tilde{N} M}, \lambda, \mathbf{r}_{\tilde{N}}, \mathbf{s}_{\text{inc}})) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}) + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_{\Omega^{(-)}(M, \Gamma_c)} (1 - \rho_{\lambda}^{\prime\Gamma(+)}(\lambda, M, \mathbf{s}_{\text{inc}})) E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(+)}(\lambda, \tilde{N}) |\cos(\mathbf{s}_{\text{inc}}, \mathbf{n}(M))| d\omega(\mathbf{s}_{\text{inc}}), \\
&M \in \Gamma_c, \tag{12}
\end{aligned}$$

де $\lambda \in]0, \infty[$; ω – тілесний кут; $N^* \in S_{\text{vis}}^{\text{dir}}(M, \mathbf{s}_{\text{inc}}, \Sigma^*)$; $N^S \in S_{\text{vis}}^{\text{dir}}(M, \mathbf{s}_{\text{inc}}, S)$; $\tilde{N} \in S_{\text{vis}}^{\text{dir}}(M, \mathbf{s}_{\text{inc}}, \Gamma_c)$, $\Omega^{(\pm)}(M, S') = \Omega_{2\pi}^{(\pm)}(\mathbf{n}(M)) \cap \Omega^{\text{in}}(M, S_{\text{vis}}(M, S'))$; $\Omega_{2\pi}^{(+)}(\mathbf{n}) = \{\mathbf{s} : \mathbf{s} \in \mathbb{R}^3, |\mathbf{s}| = 1, \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} \geq 0\}$; $\Omega_{2\pi}^{(-)}(\mathbf{n}) = \{\mathbf{s} : \mathbf{s} \in \mathbb{R}^3, |\mathbf{s}| = 1, \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} \leq 0\}$; $\Omega^{\text{in}}(M, S') = \{\mathbf{s} : \mathbf{s} \in \mathbb{R}^3, |\mathbf{s}| = 1, \exists N \in S', \mathbf{r}_{NM}/r_{NM} = \mathbf{s}\}$ – множина одиничних векторів на напрямках, утворених точками поверхні S' та точкою M ; $S_{\text{vis}}(M, S') = \{N : N \in S',]M, N[\cap S_{\text{all}} = \emptyset\}$ – множина точок поверхні S' , видимих з

точки M ; $S_{\text{all}} = S \cup \Sigma^* \cup \Gamma_c$; $S_{\text{vis}}^{\text{dir}}(M, \mathbf{s}, S') = \{P : P \in S_{\text{vis}}(M, S'), \exists \xi \geq 0, \mathbf{r}_{PM} = \xi \mathbf{s}\}$ – множина видимих з точки M у напрямку $(-\mathbf{s})$ точок поверхні S' ; $E_{\lambda, \text{ef}}^*$, $E_{\lambda, \text{ef}}^{(\pm)}$, $E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(\pm)}$ – спектральні густини потоків енергії ефективного випромінювання на поверхнях Σ^* , S , Γ_c відповідно; ρ_{λ}^* , $\rho_{\lambda}^{(\pm)}$, $\rho_{\lambda}^{\Gamma(\pm)}$ – спектральні коефіцієнти спрямовано-півсферичного відбивання енергії випромінювання на поверхнях Σ^* , S , Γ_c відповідно; $E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(\pm)}(\lambda, M) = E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(\pm), k}(\lambda, M)$ при $M \in \Gamma_k$, $k \in \{1, \dots, M_c\}$. Тут і надалі символом « $(+)$ » позначено величини на стороні поверхні S чи Γ_c з додатним напрямком нормалі, а « $(-)$ » – зі зворотним напрямком.

Отримана система інтегральних рівнянь (10)–(12) з відомими спектральними густинами потоків енергії власного випромінювання випромінювачів $E_{\lambda, \text{emis}}^{*, j}(\lambda)$, $j \in \{1, \dots, N_*\}$, є вихідною для знаходження невідомих спектральних густин шуканих потоків енергії випромінювання. Кількість рівнянь цієї системи визначається кількістю сторін поверхонь, що беруть участь в теплообміні випромінюванням. Області інтегрування в інтегралах, які входять у систему рівнянь, визначаються тілесними кутами, що окреслюють поверхні чи їх частини, видимі з точки спостереження.

Об'ємне поглинання тілом енергії випромінювання спричинює в ньому тепловиділення, об'ємна густина яких виражається формулою [6, 9]

$$Q_*(M) = \int_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda}(\lambda, M) \int_{\omega=\Omega_{4\pi}} I_{\lambda}^*(\lambda, M, \mathbf{s}) d\omega(\mathbf{s}) d\lambda, \quad M \in \bar{V}, \quad (13)$$

де

$$I_{\lambda}^*(\lambda, M, \mathbf{s}) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} e^{-\chi_{\lambda}(r_{NSM}, \lambda, \mathbf{r}_{NS}, \mathbf{s})} E_{\lambda, \text{ef}}^{(-)}(\lambda, N^S), & \mathbf{s} \in \Omega^{\text{in}}(M, S_{\text{vis}}(M, S)), \\ & N^S \in S_{\text{vis}}^{\text{dir}}(M, \mathbf{s}, S), \\ \frac{1}{\pi} e^{-\chi_{\lambda}(r_{\tilde{N}M}, \lambda, \mathbf{r}_{\tilde{N}}, \mathbf{s})} E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(-)}(\lambda, \tilde{N}), & \mathbf{s} \in \Omega^{\text{in}}(M, S_{\text{vis}}(M, \Gamma_c)), \\ & \tilde{N} \in S_{\text{vis}}^{\text{dir}}(M, \mathbf{s}, \Gamma_c), \end{cases} \quad (14)$$

$$\Omega^{\text{in}}(M, S_{\text{vis}}(M, S)) \cup \Omega^{\text{in}}(M, S_{\text{vis}}(M, \Gamma_c)) = \Omega_{4\pi}.$$

Вираз (13) для об'ємної густини тепловиділень з урахуванням співвідношення (14) та подання $\Gamma_c = \bigcup_{i=1}^{M_c} \Gamma_i$ набуде вигляду

$$Q_*(M) = \frac{1}{\pi} \int_{\lambda=0}^{\infty} a_{\lambda}(\lambda, M) \left\{ \int_{\Omega^{\text{in}}(M, S_{\text{vis}}(M, S))} e^{-\chi_{\lambda}(r_{NSM}, \lambda, \mathbf{r}_{NS}, \mathbf{s})} E_{\lambda, \text{ef}}^{(-)}(\lambda, N^S) d\omega(\mathbf{s}) + \sum_{i=1}^{M_c} \int_{\Omega^{\text{in}}(M, S_{\text{vis}}(M, \Gamma_i))} e^{-\chi_{\lambda}(r_{\tilde{N}_iM}, \lambda, \mathbf{r}_{\tilde{N}_i}, \mathbf{s})} E_{\lambda, \text{ef}}^{\Gamma(-), i}(\lambda, \tilde{N}_i) d\omega(\mathbf{s}) \right\} d\lambda, \quad M \in \bar{V}, \quad (15)$$

де $N^S \in S_{\text{vis}}^{\text{dir}}(M, \mathbf{s}, S)$, $\tilde{N}_i \in S_{\text{vis}}^{\text{dir}}(M, \mathbf{s}, \Gamma_i)$, $i \in \{1, \dots, M_c\}$.

Температурне поле в частково прозорому тілі \bar{V} , зумовлене джерелами тепла $Q_*(M)$, у випадку постійних теплових характеристик матеріалу описується неоднорідним рівнянням теплопровідності [3, 16]

$$\Delta T(M, t) + \frac{Q_*(M)}{\lambda_T} - \frac{1}{a_T} \frac{\partial T(M, t)}{\partial t} = 0, \quad M \in V, \quad t \in]0, t_*], \quad (16)$$

при початковій

$$T(M, 0) = T_0, \quad M \in \bar{V}, \quad (17)$$

і крайових умовах як на поверхні S тіла, так і на поверхнях Γ_k , $k \in \{1, \dots, M_c\}$, порожнин. Тут $T(M, t)$ – температура в точці M тіла \bar{V} в момент часу t ; λ_T , a_T – коефіцієнти тепло- та температуропровідності; Δ – оператор Лапласа; T_0 – початкова температура тіла; t_* – час нагріву.

Приймаємо, що тіло перебуває в умовах конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем. Тоді теплові крайові умови на поверхні S тіла запишемо як

$$-\lambda_T \nabla T(M, t) \cdot \mathbf{n}(M) = \alpha_T (T(M, t) - T_c(t)), \quad M \in S, \quad t \in [0, t_*]. \quad (18)$$

На поверхнях Γ_k , $k \in \{1, \dots, M_c\}$, крайові теплові умови відповідають тепловим умовам, у яких перебувають порожнини. При цьому отримуємо

– для негерметизованої газонаповненої порожнини:

$$-\lambda_T \nabla T(M, t) \cdot \mathbf{n}(M) = \alpha_T^{c,i} (T(M, t) - T_c^i(t)), \quad M \in \Gamma_i, \quad i \in \{1, \dots, M_c\}; \quad (19)$$

– для герметизованої газонаповненої порожнини:

$$-\lambda_T \nabla T(M, t) \cdot \mathbf{n}(M) = \alpha_T^{cg,k} (T(M, t) - T_g^k(t)), \quad M \in \Gamma_k, \quad k \in \{1, \dots, M_c\}; \quad (20)$$

– для герметизованої вакуумованої порожнини:

$$\lambda_T \nabla T(M, t) \cdot \mathbf{n}(M) = 0, \quad M \in \Gamma_j, \quad j \in \{1, \dots, M_c\}. \quad (21)$$

Тут $t \in [0, t_*]$; ∇ – оператор Гамільтона; α_T – коефіцієнт тепловіддачі з поверхні S тіла в зовнішнє середовище; $\alpha_T^{c,i}$, $\alpha_T^{cg,k}$ – коефіцієнти тепловіддачі відповідно з поверхонь Γ_i , Γ_k , $i, k \in \{1, \dots, M_c\}$; $T_c(t)$ – температура зовнішнього середовища; $T_c^i(t)$ – температура середовища в порожнині V_C^i , $i \in \{1, \dots, M_c\}$; $T_g^k(t)$ – температура газу в герметизованій порожнині V_C^k , $k \in \{1, \dots, M_c\}$; $\mathbf{n}(M)$ – вектор нормалі до поверхні в точці M .

Функцію $T_g^k(t)$, $k \in \{1, \dots, M_c\}$, визначаємо таким чином. Припускаємо, що енергія в газовому середовищі порожнини встановлюється миттєво, а температура газу в момент часу t у всій порожнині V_C^k однорідна і дорівнює середній $T_g^k(t)$. Вважаємо, що зміна температури газового середовища в порожнині зумовлена потоком $q_T(M, t) = -\lambda_T \nabla T(M, t) \cdot \mathbf{n}(M)|_{M \in \Gamma_k}$ тепла через поверхню Γ_k . При цьому тепловим потоком q_T через поверхню Γ_k у напрямку нормалі $\mathbf{n}(M)$ за час t переноситься кількість тепла [5]

$$\begin{aligned} \Delta Q_T(t) &= \int_0^t \int_{\Gamma_k} q_T(M, t') dS(M) dt' = \\ &= -\lambda_T \int_0^t \int_{\Gamma_k} \nabla T(M, t') \cdot \mathbf{n}(M) dS(M) dt'. \end{aligned} \quad (22)$$

Кількість тепла, необхідну для зміни температури газу в замкнутій порожнині від T_0 до $T_g^k(t)$ у наближенні незмінного об'єму порожнини, визначаємо як

$$\Delta Q_g(t) = c_g^k m_g^k (T_g^k(t) - T_0), \quad (23)$$

де c_g^k – питома теплоємність газу при постійному об'ємі; m_g^k – маса газу, T_0 – початкова температура газу ($T_0 = T_g^k(0)$).

Вважаючи, що приріст кількості тепла $\Delta Q_g(t)$, отриманого газом в порожнині, дорівнює теплу, привнесеному тепловим потоком q_T через поверхню Γ_k , запишемо рівняння балансу

$$\Delta Q_g(t) + \Delta Q_T(t) = 0. \quad (24)$$

З цього співвідношення, використовуючи залежності (22) і (23), отримаємо такий вираз для середньої температури газу в порожнині тіла:

$$T_g^k(t) = T_0 - \frac{\lambda_T}{c_g^k \rho_g^k \mathcal{V}_g^k} \int_0^t \int_{\Gamma_k} \nabla T(M, t') \cdot \mathbf{n}(M) dS(M) dt'. \quad (25)$$

Тут ρ_g^k – густина газу при атмосферному тиску та температурі T_0 ; \mathcal{V}_g^k – об'єм порожнини V_C^k , що визначається співвідношенням [15] $\mathcal{V}_g^k = \iiint_{(V_C^k)} dV$.

Вищенаведені співвідношення (16)–(21), (25) утворюють повну та замкнуту систему, що описує температуру в тілі.

За вихідну систему рівнянь для визначення термонапруженого стану тіла приймаємо рівняння незв'язаної квазістатичної задачі термопружності [1, 14]:

$$\Delta \mathbf{u}(M, t) + \frac{1}{1-2\nu} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}(M, t)) = \frac{2\alpha_M(1+\nu)}{1-2\nu} \nabla T(M, t), \quad (26)$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}(M, t) = [\lambda e(M, t) - (3\lambda + 2\mu)\alpha_M(T(M, t) - T_0(M))] \hat{\mathbf{I}} + 2\mu \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(M, t), \quad (27)$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(M, t) = \frac{1}{2}(\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t) + (\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t))^\top), \quad M \in V, \quad t \in [0, t_*], \quad (28)$$

де \mathbf{u} – вектор переміщень; $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ – тензори деформацій і напружень відповідно; $\hat{\mathbf{I}}$ – одиничний тензор; ν – коефіцієнт Пуассона; α_M – коефіцієнт лінійного температурного розширення; μ, λ – параметри Ляме; $e = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$; ε_{ii} – компоненти тензора деформацій.

Підставляючи в співвідношення (27) формулу (28), отримаємо вираз для тензора напружень через вектор переміщень і температуру:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}(M, t) = \mu(\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t) + (\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t))^\top) + [\lambda \nabla \cdot \mathbf{u}(M, t) - (3\lambda + 2\mu)\alpha_M(T(M, t) - T_0(M))] \hat{\mathbf{I}}. \quad (29)$$

Крайові механічні умови можна формулювати як у переміщеннях

$$\mathbf{u}(M, t) = \mathbf{u}^*(M, t), \quad M \in S_u, \quad t \in [0, t_*], \quad (30)$$

так і в напруженнях

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}(M, t) \cdot \mathbf{n}(M) = \mathbf{p}_*(M, t), \quad M \in S_\sigma, \quad t \in [0, t_*], \quad (31)$$

де S_u, S_σ – ті частини поверхні S , на яких задано переміщення і напруження відповідно; $S = S_u \cup S_\sigma$; $\mathbf{u}^*(M, t)$ – задані значення переміщень; $\mathbf{p}_*(M, t)$ – задані значення поверхневих зусиль.

На поверхні Γ_c порожнини залежно від стану середовища в ній приймаємо одну з граничних умов:

– поверхня Γ_k вільна від силового навантаження (вакуумована порожнина V_C^k)

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}(M, t) \cdot \mathbf{n}(M) = 0, \quad M \in \Gamma_k, \quad k \in \{1, \dots, M_c\}, \quad t \in [0, t_*]; \quad (32)$$

– порожнина V_C^i наповнена газом

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}(M, t) \cdot \mathbf{n}(M) = \mathbf{p}_*^{c,i}(M, t), \quad M \in \Gamma_i, \quad i \in \{1, \dots, M_c\}, \quad t \in [0, t_*]. \quad (33)$$

Тут $\mathbf{p}_*^{c,i}(M, t)$ – задані зусилля на поверхні Γ_i , які визначаються тиском газу.

Ріст температури $T_g^j(t)$ газу в герметизованій порожнині спричинює підвищення тиску на поверхню Γ_j , $j \in \{1, \dots, M_c\}$, який у наближенні ідеального газу для ізохорних процесів визначається співвідношеннями [17]

$$P_g^j(t) = \frac{P_0}{T_0} T_g^j(t), \quad t \in [0, t_*], \quad (34)$$

$$\mathbf{p}_*^{c,j}(M, t) = -P_g^j(t) \mathbf{n}(M) = -\frac{P_0}{T_0} T_g^j(t) \mathbf{n}(M), \quad M \in \Gamma_j, \quad t \in [0, t_*], \quad (35)$$

а механічна крайова умова на поверхні Γ_j для газонаповненої герметизованої порожнини з врахуванням (25), (33) запишеться як

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}(M, t) \cdot \mathbf{n}(M) = -\frac{P_0}{T_0} \left\{ T_0 - \frac{\lambda_T}{c_g^j \rho_g^j \mathcal{V}_g^j} \int_0^t \int_{\Gamma_j} \nabla T(M, t') \cdot \mathbf{n}(M) dS(M) dt' \right\} \mathbf{n}(M), \quad M \in \Gamma_j, \quad t \in [0, t_*]. \quad (36)$$

Крайові умови (31) при відомій температурі і з врахуванням подання (29) тензора напружень набудуть вигляду

$$\begin{aligned} & \{ \mu(\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t) + (\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t))^T) + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}(M, t) \hat{\mathbf{I}} \} \cdot \mathbf{n}(M) = \\ & = \mathbf{p}_*(M, t) + (3\lambda + 2\mu) \alpha_M (T(M, t) - T_0(M)) \mathbf{n}(M), \\ & \quad M \in S_{\boldsymbol{\sigma}}, \quad t \in [0, t_*]. \end{aligned} \quad (37)$$

Запишемо також з врахуванням подання (29) тензора напружень крайові умови на поверхні Γ_c , які відповідають крайовим умовам (32) і (33):

– для вільної від силового навантаження поверхні

$$\begin{aligned} & \{ \mu(\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t) + (\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t))^T) + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}(M, t) \hat{\mathbf{I}} \} \cdot \mathbf{n}(M) = \\ & = (3\lambda + 2\mu) \alpha_M (T(M, t) - T_0(M)) \mathbf{n}(M), \\ & \quad M \in \Gamma_k, \quad k \in \{1, \dots, M_c\}, \quad t \in [0, t_*]; \end{aligned} \quad (38)$$

– для газонаповненої порожнини

$$\begin{aligned} & \{ \mu(\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t) + (\nabla \otimes \mathbf{u}(M, t))^T) + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}(M, t) \hat{\mathbf{I}} \} \cdot \mathbf{n}(M) = \\ & = \mathbf{p}_*^{c,i}(M, t) + (3\lambda + 2\mu) \alpha_M (T(M, t) - T_0(M)) \mathbf{n}(M), \\ & \quad M \in \Gamma_i, \quad i \in \{1, \dots, M_c\}, \quad t \in [0, t_*]. \end{aligned} \quad (39)$$

Рівняння (26) разом з крайовими умовами (30), (37), (38) (або (39)) при відомій температурі в тілі становлять повну систему рівнянь, що описує переміщення в тілі. При цьому деформації і напруження визначаються відповідно залежностями (28) і (29).

Як приклад використання вищенаведеної моделі досліджено термомеханічну поведінку порожнистої скляної кулі (рис. 2) $V = \{(r, \varphi, \theta) : R_1 \leq r \leq R_2, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi\}$ зі скла IR-11 [8] при сторонньому тепловому опроміненні. Джерелом опромінення є вольфрамовий випромінювач у вигляді сфери $\Sigma^* = \{(r, \varphi, \theta) : r = R_3, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi\}$, зовнішньої до скляної кулі і концентричної до неї. Обчислення виконано для $R_1 = 0.206$ м, $R_3 = 0.5$ м і різних значень товщин h , де $h = R_2 - R_1$. На випромінювальній поверхні підтримується температура $T^{\text{rad}} = 3000$ К. Радіаційні властивості випромінювача враховано спектральним ступенем чорноти або інтегральним ступенем чорноти. Інтегральний потік енергії випромінювання визначається коефіцієнтом ефективного випромінювання джерела k_{ef} , який вибрано таким, щоб температура на поверхні кулі $r = R_2$ при $h = 3 \cdot 10^{-3}$ м за час нагріву $t_* = 1500$ с досягла значення 400°C ($k_{\text{ef}} = 0.02314$). Розглянуто випадки вакуумованої і газонаповненої герметизованої порожнини. Куля знаходиться в умовах конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем температури $T_c = 20^\circ\text{C}$ при дії силового навантаження, спричиненого тиском газу зовні кулі і в порожнині (внаслідок нагріву газу в порожнині).

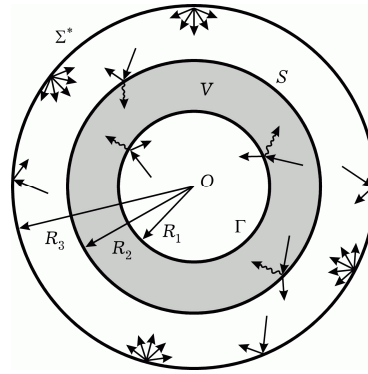


Рис. 2

Вихідні співвідношення сформульованої задачі отримано з системи інтегральних рівнянь (10)–(12), записаних у сферичній системі координат [15], з урахуванням однорідності за просторовими координатами стороннього теплового випромінювання, а її розв'язок – методом скінченних різниць [7, 19] з використанням неявної різницевої схеми та квадратурних формул чисельного інтегрування [7].

Розподіли за товщинною координатою тепловиділень Q , температури T і напружень $\sigma_{\varphi\varphi}$ у кулі зі скла IR-11 [8] наведено на рис. 3–6. Виходячи з аналізу відбивальних властивостей поверхні скла IR-11, значення спектральних коефіцієнтів ρ'_λ спрямовано-півсферичного відбивання для дифузних поверхонь кулі приймали рівними величині 0.1 на всій спектральній осі. Розподіл тепловиділень і температури в момент часу $t_* = 1500$ с розраховано для товщин $h = \{3.0, 6.0, 12.0\} \cdot 10^{-3}$ м кулі. Суцільні та пунктирні лінії на рис. 3–6 відповідають розрахункам з урахуванням спектрального ступеня чорноти, а штрихові – інтегрального (для товщини $h = 6 \cdot 10^{-3}$ м).

Зі збільшенням товщини кулі значення тепловиділень Q на поверхні порожнини $r = R_1 = 0.206$ м спадає (див. рис. 3), в результаті чого їх перепад за товщиною зростає. Зі зменшенням товщини зростає максимальна температура нагрівання (рис. 4). Значення тепловиділень і температури суттєво відрізняються за двох способів урахування радіаційних властивостей випромінювача спектральним чи інтегральним ступенем.

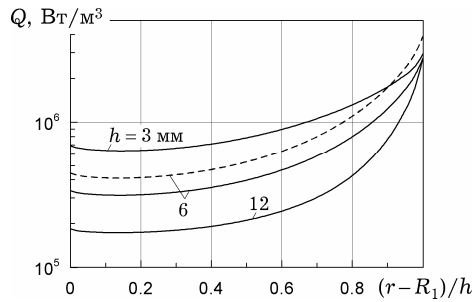


Рис. 3

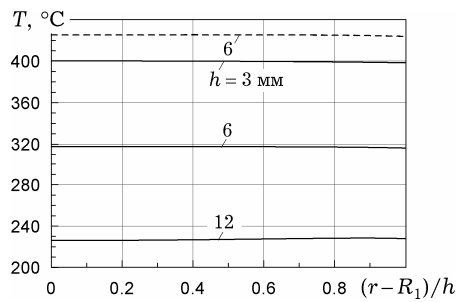


Рис. 4

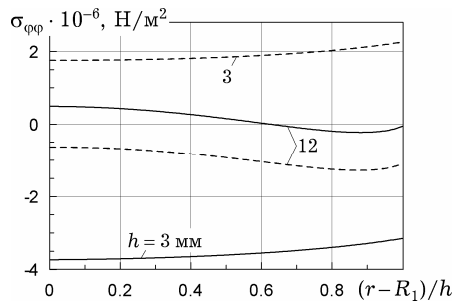


Рис. 5

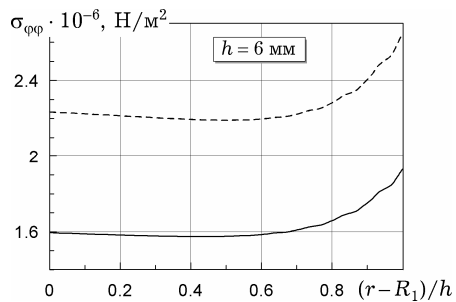


Рис. 6

Розподіли за товщиною координатою напружень $\sigma_{\phi\phi}$ у момент часу $t_* = 1500$ с для товщин $h = \{3.0, 12.0\} \cdot 10^{-3}$ м наведено на рис. 5 у випадках вакуумованої порожнини (суцільні лінії) та газонаповненої герметизованої порожнини (пунктирні лінії). Температурні поля у цих двох випадках практично співпадають. Значення напружень більші для менших товщин стінки. Тиск газу в герметизованій порожнині в момент часу $t_* = 1500$ с досягає величини $1.6 \cdot 10^5$ Н/м² (внаслідок нагрівання газу до температури 190°С (при початкових значеннях температури 20°С і тиску $1.013 \cdot 10^5$ Н/м²). Він є причиною зростання значень розтягувальних напружень. Істотну відмінність між значеннями напружень $\sigma_{\phi\phi}$ в порожнистій кулі з герметизованою газонаповненою порожниною для товщини $h = 6 \cdot 10^{-3}$ м при двох способах опису радіаційних властивостей випромінювача: спектральним (суцільна крива) чи інтегральним (штрихова крива) ступенями чорноти, ілюструє рис. 6. Напруження, обчислені з урахуванням інтегрального ступеня чорноти, є значно більшими.

Отже, в роботі розвинуто відому методику дослідження термонапруженого стану частково прозорих тіл за теплового опромінення (що орієнтована на джерела випромінювання, які за спектральним складом енергії випромінювання близькі до випромінювання абсолютно чорного тіла) шляхом врахування як радіаційних властивостей матеріалів спектральними характеристиками, так і властивостей середовища в наявних порожнинах таких тіл. З аналізу термомеханічної поведінки порожнистої кулі за однорідного опромінення встановлено, що:

- за теплового опромінення порожнистих скляних тіл тиск газу в герметизованій порожнині (внаслідок його нагріву від скла) може призводити до суттєвого перерозподілу напружень і зміни їх значень;

- значення тепловиділень, температури і напружень в частково прозорому тілі, розрахованих з урахуванням опису радіаційних властивостей матеріалів двома способами (спектральними та інтегральними характеристиками) можуть істотно відрізнятися за рахунок різних спектральних залежностей радіаційних характеристик відповідно випромінювача і розглядуваного частково прозорого тіла.

Проведені дослідження термомеханічної поведінки частково прозорих тіл з замкнутими порожнинами при сторонньому тепловому опроміненні вказують на необхідність опису радіаційних властивостей матеріалів спектральними характеристиками та врахування властивостей середовища в замкнутих порожнинах, особливо за наявності тонкостінних внутрішніх підобластей тіл.

1. *Амензаде Ю. Ф.* Теория упругости. – Москва: Высш. шк., 1976. – 272 с.
2. *Арендарчук А. В., Слободской А. П.* Электротермическое оборудование направленного излучения. – Москва: Энергоатомиздат, 1991. – 80 с.
3. *Беллев Н. М., Рядно А. А.* Методы теории теплопроводности: В 2 ч. – Москва: Высш. шк., 1982. – Ч. 1. – 327 с.
4. *Блох А. Г., Журавлев Ю. А., Рыжков Л. Н.* Теплообмен излучением: Справочник. – Москва: Энергоатомиздат, 1991. – 432 с.
5. *Будз С. Ф., Бурак Я. И., Ирза Е. М.* Оптимизация по напряжениям режимов нагрева сферической оболочки при переменном во времени коэффициенте теплоотдачи // *Мат. методы и физ.-мех. поля.* – 1978. – Вып. 8. – С. 67–71.
6. *Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф.* Термомеханіка тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання інфрачервоного діапазону частот // *Доп. АН УРСР. Сер. А.* – 1990. – № 6. – С. 39–43.
7. *Волков Е. А.* Численные методы. – Москва: Наука, 1982. – 256 с.
8. *Воронкова Е. М., Гречушников Б. Н., Дистлер Г. И., Петров И. П.* Оптические материалы для инфракрасной техники. – Москва: Наука, 1965. – 335 с.
9. *Гачкевич А. Р.* Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. – Киев: Наук. думка, 1992. – 192 с.
10. *Зигель Р., Хауелл Дж.* Теплообмен излучением. – Москва: Мир, 1975. – 935 с.
11. *Kit G. S.* Задачі стаціонарної теплопровідності та термопружності для тіла з тепловиділенням на круговій області (тріщині) // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2008. – **51**, № 4. – С. 120–128.
 Te same: *Kit H. S.* Problems of stationary heat conduction and thermoelasticity for a body with heat release on a circular domain (crack) // *J. Math. Sci.* – 2010. – **167**, No. 2. – P. 141–153.
12. *Kit G. S., Сушко О. П.* Термопружний стан півпростору з перпендикулярною до його межі теплоактивною еліптичною тріщиною // *Фіз.-хім. мех. матеріалів.* – 2006. – **42**, № 2. – С. 45–52.
 Te same: *Kit H. S., Sushko O. P.* Thermoelastic state of a half space containing a thermally active elliptic crack perpendicular to its boundary // *Materials Sci.* – 2006. – **42**, No. 2. – P. 189–199.
13. *Kit G. S., Черняк М. С.* Напружений стан безмежного і півбезмежного тіл з термічними сферичними включеннями за рівномірного нагріву // *Прикл. проблеми механіки і математики.* – 2009. – Вип. 7. – С. 105–110.
14. *Коваленко А. Д.* Термоупругость. – Киев: Вища шк., 1975. – 216 с.
15. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Москва: Наука, 1978. – 832 с.
16. *Крейт Ф., Блэк У.* Основы теплопередачи. – Москва: Мир, 1983. – 512 с.
17. *Кухлинг Х.* Справочник по физике. – Москва: Мир, 1983. – 520 с.
18. *Рубцов Н. А.* Теплообмен излучением в сплошных средах. – Новосибирск: Наука, 1984. – 277 с.
19. *Самарский А. А., Гулин А. В.* Численные методы. – Москва: Наука, 1989. – 432 с.
20. *Шульц М. М.* Стекло: структура, свойства, применение // *Соросовский образов. журн.* – 1996. – № 3. – С. 49–55.
21. *Эспе В.* Технология электровакуумных приборов: В 3 т. – Москва: Энергия, 1968. – Т. 2. – 448 с.
22. *Burka L., Likhanskii P. M.* Transient radiative-conductive heating of plexiglas // *J. of Appl. Mech. and Techn. Phys.* – 2001. – **42**, No. 3. – P. 469–474.
23. *Modest M. F.* Radiative heat transfer. – San Diego: Acad. Press, 2003. – 822 p.
24. *Siedow N., Grosan T., Lochegnies D., Romero E.* Application of a new method for radiative heat transfer to flat glass tempering // *J. Am. Ceram. Soc.* – 2005. – **88**, No. 8. – P. 2181–2187.
25. *Siegel R.* Transient heat transfer in a semitransparent radiating layer with boundary convection and surface reflections // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* – 1996. – **39**, No. 1. – P. 69–79.

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЧАСТИЧНО ПРОЗРАЧНЫХ ТЕЛ С ПОЛОСТЯМИ ПРИ ТЕПЛОМ ОБЛУЧЕНИИ

Математическая модель, описывающая связанные процессы теплообмена излучением, теплопроводности и деформации в частично прозрачных телах при тепловом облучении, обобщена на случай таких тел с замкнутыми конструктивными полостями. Модель базируется на феноменологической теории излучения и теории квазистатической термоупругости при описании радиационных свойств материалов спектральными характеристиками и учете свойств среды в полостях. В качестве примера исследовано термонапряженное состояние полого газонаполненного шара при однородном облучении от внешней нагретой сферической поверхности.

THERMOMECHANICAL BEHAVIOR OF SEMITRANSSPARENT SOLIDS WITH CAVITIES AT THERMAL RADIATION

A refined mathematical model of coupled processes of heat exchange by radiation, heat conduction and deformation in semitransparent solids with closed structural cavities has been proposed. The model is based on the phenomenological theory of radiation and the quasi-static thermoelasticity theory with describing the radiative properties of materials by the spectral characteristics and taking into account the medium properties in the cavities. As an example, we have studied the thermal stress state of a hollow gas-filled sphere under uniform radiation from an external heated spherical surface.

¹ Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

² Політехніка Опольська, Ополье, Польща

Одержано

28.11.09