

## КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ У СФЕРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З ДВОМА БЛИЗЬКО РОЗМІЩЕНИМИ КРУГОВИМИ ОТВОРАМИ

Аналітично розв'язано задачу про напружений стан пологої ізотропної сферичної оболонки з двома круговими отворами. Чисельно досліджено випадки близького розташування отворів як однакових, так і нерівних радіусів в оболонці під дією внутрішнього тиску. Виявлено значне збільшення напружень на перемичці між отворами при їх зближенні.

Дослідження концентрації напружень у пластинах і оболонках з декількома отворами, незважаючи на свою давню історію [2], залишаються затребуваними [3–8], особливо у випадках близького розташування отворів між собою [7]. Чисельні результати для ізотропної пологої сферичної оболонки під дією внутрішнього тиску з двома однаковими круговими отворами наведено в роботах [1, 2]. При цьому мінімальна ширина перемички складала 0.7 радіуса отвору. Для розтягнутої пластини з двома отворами у роботі [7] було відмічено, що значне збільшення концентрації напружень відбувається при близькому розташуванні отворів. Тому в цій роботі для сферичної оболонки дослідимо випадки близького розміщення двох кругових отворів (у тому числі й нерівних).

**Постановка та розв'язування задачі.** Розглянемо пологу ізотропну сферичну оболонку з двома нерівними круговими отворами (рис. 1). Припускаємо, що оболонка навантажена рівномірним внутрішнім тиском інтенсивності  $p = \text{const}$ .

Основний напружений стан оболонки описується безмоментним розв'язком суцільної оболонки:

$$T_r^0 = p_0 h, \quad T_\theta^0 = p_0 h, \quad S_{r\theta}^0 = 0, \quad (1)$$

де  $p_0 h = \frac{pR}{2}$ ;  $R$  – радіус серединної поверхні оболонки;  $h$  – її товщина.

Збурений напружений стан, що вноситься отворами, визначатимемо, виходячи з однорідної системи диференціальних рівнянь теорії пологої сферичної оболонки [1, 2]:

$$\nabla^2 \nabla^2 U - \nabla^2 w = 0, \quad \nabla^2 \nabla^2 w + \nabla^2 U = 0. \quad (2)$$

Тут  $U$ ,  $w$  – шукані функції зусиль і прогину;  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$  –

оператор Лапласа в полярній системі координат;  $c = h/\sqrt{12(1-\nu^2)}$ , де  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

Згідно з гіпотезою Кірхгофа – Лява необхідно, щоб на кожному контурі  $\Gamma_q$ ,  $q = 1, 2$ , вільних від напружень отворів виконувались по 4 граничних умови [1]:

$$\begin{aligned} (T_r + T_r^0)|_{\Gamma_q} &= 0, & (G_r + G_r^0)|_{\Gamma_q} &= 0, \\ (S_{r\theta} + S_{r\theta}^0)|_{\Gamma_q} &= 0, & (Q_r^* + Q_r^0)|_{\Gamma_q} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут введено полярні координати  $x_q + iy_q = r_q e^{i\theta_q}$ , де  $q = 1, 2$  – номер контуру отвору, на якому ставимо граничні умови. Приймаємо [1, 2], що отвори

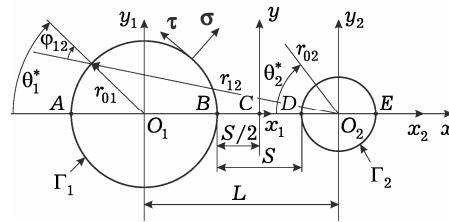


Рис. 1

закриті кришками, конструкції яких забезпечують передачу лише рівномірно розподілених уздовж контурів  $\Gamma_q$  поперечних зусиль  $Q_r^0 = \frac{Pr_{0q}}{2}$ .

**Розв'язки однорідної системи диференціальних рівнянь** (2) визначатимемо за допомогою циліндричних і полігармонічних (ступеневих) частин  $U = U_c + U_p$ ,  $w = w_c + w_p$ , які задовольняють умови симетричного розташування контурів щодо осі  $Ox$  і при  $r \rightarrow \infty$  спадають за абсолютною величиною:

$$U_c(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \operatorname{Im} \sum_{n=0}^{\infty} a_{qn} K_n(\sigma \rho_{qk}) \cos n\theta_{qk}, \quad (4)$$

$$U_p(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} D_{qn} \frac{1}{\rho_{qk}^n} \cos n\theta_{qk}, \quad (5)$$

$$w_c(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} a_{qn} K_n(\sigma \rho_{qk}) \cos n\theta_{qk}, \quad (6)$$

$$w_p(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} C_{qn} \frac{1}{\rho_{qk}^n} \cos n\theta_{qk}. \quad (7)$$

Тут  $a_{qn}$  – комплексні, а  $C_{qn}$  і  $D_{qn}$  – дійсні невідомі сталі;  $K_n(\sigma \rho_{qk})$  – функції Макдональда;  $\sigma = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ,  $i$  – уявна одиниця;  $\rho_{qk} = \frac{r_{qk}}{\sqrt{cR}}$  – відносний безрозмірний радіус-вектор, де  $r_{qk}$  – радіус-вектор із початком у центрі  $O_k$  контуру  $\Gamma_k$  і кінцем на контурі  $\Gamma_q$  (рис. 1);  $\theta_{qk}$  – кут між віссю  $Ox$  і радіусом-вектором  $r_{qk}$ ,  $k = 1, 2$ ; при  $k = q$  маємо  $\rho_{qk} = \rho_{0q}$ ,  $\theta_{qk} = \theta_q$ .

Для відокремлення змінних у функціях  $U_c$ ,  $U_p$ ,  $w_c$ ,  $w_p$  в  $q$ -й системі координат застосуємо методику, запропоновану в [2], яка базується на використанні теореми Графа для циліндричних функцій в (4), (6) і розвинень у ряд Лорана кожного з членів ступеневої частини розв'язків (5), (7). В результаті отримаємо

$$U_c(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \operatorname{Im} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ I_n(\sigma \rho_{0q}) e_n \sum_{p=0}^{\infty} e_{np} a_{3-q,p} (-1)^p \times \right. \\ \left. \times [K_{n-p}(\sigma \ell) + K_{n+p}(\sigma \ell)] + a_{qn} K_n(\sigma \rho_{0q}) \right\} \cos n\theta_q, \quad (8)$$

$$U_p(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \sum_{p=1}^{\infty} \frac{e_{np} (-1)^p (p+n-1)! \rho_{0q}^n}{(p-1)! n! \ell^{p+n}} D_{3-q,p} + \right. \\ \left. + D_{qn} \frac{f_n}{\rho_{0q}^n} \right] \cos n\theta_q. \quad (9)$$

Тут  $I_n(\sigma \rho_{0q})$  – модифікована функція Бесселя першого роду;  $\ell = \frac{L}{r_{01}}$  – відносна безрозмірна величина відстані між центрами контурів;

$$e_n = \begin{cases} 1/2, & n = 0, \\ 1, & n \neq 0, \end{cases} \quad e_{np} = \begin{cases} 1, & q = 1, \\ (-1)^{n+p}, & q = 2, \end{cases} \quad f_n = \begin{cases} 0, & n = 0, \\ 1, & n \neq 0. \end{cases}$$

Слід відмітити, що у виразах (5), (7), (9) для  $U_p$  і  $w_p$  згідно з [9] опущено доданки з  $\ln \rho$ , які наведені в роботах [1, 2].

Вирази для зусиль і моментів, що відповідають однорідним розв'язкам (4)–(9), мають вигляд [1, 2]

$$\begin{aligned} T_r &= \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \right), & T_\theta &= \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2}, & S_{r\theta} &= -\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right), \\ G_r &= -c \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2} + \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial w}{\partial \rho} + \frac{\nu}{\rho^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right), & G_\theta &= -(1+\nu)c \nabla^2 w - G_r, \\ H_{r\theta} &= -(1-\nu)c \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right), & Q_\theta &= -\sqrt{\frac{c}{R}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} \nabla^2 w, \\ Q_r &= -\sqrt{\frac{c}{R}} \frac{\partial}{\partial \rho} \nabla^2 w, & Q_r^* &= Q_r + \frac{dH_{r\theta}}{ds}, & \frac{dH_{r\theta}}{ds} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_{r\theta}}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (10)$$

Підставляючи зусилля і моменти з (10) з урахуванням (8), (9) у граничні умови (3) і порівнюючи члени при однакових гармоніках, отримуємо нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо дійсних і уявних частин невідомих  $a_{qn}$ , а також дійсних невідомих  $C_{qn}$  і  $D_{qn}$ . До цієї системи необхідно додати [1] ще умови однозначності переміщень і рівності нулевій складових головного вектора та головного моменту зовнішніх сил, прикладених до контуру:  $C_{q1} = 0$ ,  $D_{q1} = 0$ . Крім того, при побудові системи в нульовій і першій гармоніках опускаємо залежні рівняння для  $S_{r\theta}$  і  $Q_r^*$  відповідно до тотожностей [1]. Отриману систему розв'язуємо методом редукції.

Підставляючи отримані в результаті розв'язання системи значення  $a_{qn}$ ,  $C_{qn}$ ,  $D_{qn}$  у формули (4)–(7), знаходимо функції напружень  $U_p$ ,  $U_c$  і прогину  $w_p$ ,  $w_c$ . Далі за формулами (10) визначаємо зусилля і моменти, які при переході до напрямів  $\sigma$ ,  $\tau$  перетворюються за відомими формулами повороту [1] і залежатимуть ще від кутів  $\varphi_q$  (рис. 1).

**Чисельні дослідження** проведено для оболонки з коефіцієнтом Пуассона  $\nu = 0.3$  під дією внутрішнього тиску з двома круговими отворами при різних значеннях радіусів отворів і ширини перемички між ними. Були обчислені коефіцієнти концентрації мембранних і згинальних напружень, а за ними – і відносних еквівалентних напружень за енергетичною теорією міцності [1, 9]:

$$\begin{aligned} k_\theta^T &= (T_\theta + T_\theta^0)/(p_0 h), & k_r^T &= (T_r + T_r^0)/(p_0 h), & k_\theta^B &= 6G_\theta/(p_0 h^2), \\ k_r^B &= 6G_r/(p_0 h^2), & \tau_{r\theta}^T &= (S_{r\theta} + S_{r\theta}^0)/(p_0 h), & \tau_{r\theta}^B &= 6H_{r\theta}/(p_0 h^2), \quad (11) \\ k_\theta &= k_\theta^T \pm k_\theta^B, & k_r &= k_r^T \pm k_r^B, & k_{r\theta} &= \tau_{r\theta}^T \pm \tau_{r\theta}^B, \\ k_{\text{eq}} &= \sqrt{k_r^2 + k_\theta^2 - k_r k_\theta + 3k_{r\theta}^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Відносним еквівалентним напруженням  $k_{\text{eq}}^{\text{Ext}}$  на зовнішній поверхні оболонки у формулах (12) відповідає знак «+», а напруженням  $k_{\text{eq}}^{\text{Int}}$  на внутрішній поверхні – знак «-». Введемо такі позначення відносних безрозмірних величин:  $\rho_{0q} = r_{0q}/\sqrt{cR}$  – радіуси контурів,  $s = S/r_{01}$  – ширина перемички між контурами. На рис. 2, 3 наведено значення відносних еквівалентних напружень  $k_{\text{eq}}^{\text{Ext}}$  як найбільших в оболонці. Розрахунки виконано для значень  $s = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 1.0, 2.0$  (на рис. 2) і  $s = 0.05, 0.1, 0.5, 1.0$  (на рис. 3). Параметр  $\eta$ , відкладений по горизонтальній осі графіків, приймає такі значення:

1)  $\eta = 2(q - 1) + \theta_q^*/\pi$  при  $2(q - 1) \leq \eta \leq 2q - 1$ . У розглянутому тут випадку симетрії щодо осі  $Ox$  параметр  $\eta$  описує половину контуру  $\Gamma_q$  і тому  $0 \leq \theta_q^* \leq \pi$ , де  $\theta_q^* = \pi - \theta_q$  (див. рис. 1);

2)  $\eta = 1 + (x_1 - r_{01})/S$  при  $1 \leq \eta \leq 2$  – по перемичці  $S$ , тобто, коли  $r_{01} \leq x_1 \leq r_{01} + S$ .

У випадку двох однакових отворів і симетрії стосовно осей  $Ox$  і  $Oy$  (рис. 2) епюри напружень наведено тільки на першому контурі  $\Gamma_1$  і далі по перемичці до її середини, тобто для  $1 \leq \eta \leq 1.5$ .

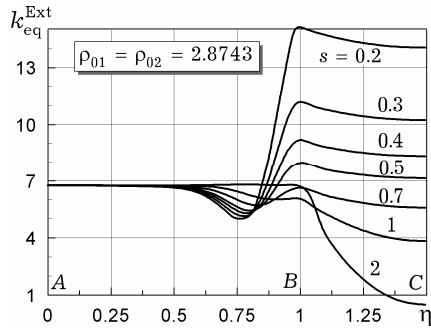


Рис. 2

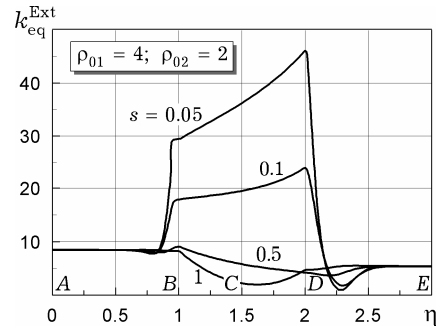


Рис. 3

Таблиця 1

|     |                | $\rho_{01} = \rho_{02} = 2.8743, \quad \ell = 2.7$ |                             |                    |                    |                             |
|-----|----------------|--|-----------------------------|--------------------|--------------------|-----------------------------|
|     |                | 1.0  |                             | 1.1                | 1.2                | 1.35                        |
| $k$ |                | точка A, $\theta_1^* = 0$                          | точка B, $\theta_1^* = \pi$ | $\theta_1^* = \pi$ | $\theta_1^* = \pi$ | точка C, $\theta_1^* = \pi$ |
|     | $k_\theta^T$   | 5.1531   | 4.7892                      | 4.1301             | 3.6966             | 3.4520                      |
|     | $k_\theta^B$   | 1.5728   | 1.8003                      | 1.3672             | 1.0614             | 0.8860                      |
|     | $k_{eq}^{Ext}$ | 6.7259   | 6.5895                      | 6.0658             | 5.7278             | 5.5407                      |

Таблиця 2

|     |                | $\rho_{01} = \rho_{02} = 2.8743, \quad s = 0.07$ |                             |                    |                    |                             |
|-----|----------------|--|-----------------------------|--------------------|--------------------|-----------------------------|
|     |                | 1.0  |                             | 1.125 (s/8)        | 1.25 (s/4)         | 1.5 (s/2)                   |
| $k$ |                | точка A, $\theta_1^* = 0$                        | точка B, $\theta_1^* = \pi$ | $\theta_1^* = \pi$ | $\theta_1^* = \pi$ | точка C, $\theta_1^* = \pi$ |
|     | $k_\theta^T$   | 5.3958   | 30.3203                     | 29.8744            | 29.5621            | 29.3158                     |
|     | $k_\theta^B$   | 1.2574   | 5.9564                      | 5.9026             | 5.8641             | 5.8332                      |
|     | $k_{eq}^{Ext}$ | 6.6532   | 36.2767                     | 35.7345            | 35.3550            | 35.0559                     |

Таблиця 3

|     |                | $\rho_{01} = 4$           |                             | $s = 0.07$              |                                  |                          | $\rho_{02} = 2$           |                             |
|-----|----------------|---------------------------|-----------------------------|-------------------------|----------------------------------|--------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| $k$ |                | точка A, $\theta_1^* = 0$ | точка B, $\theta_1^* = \pi$ | s/4, $\theta_1^* = \pi$ | точка C, s/2, $\theta_1^* = \pi$ | 3s/4, $\theta_1^* = \pi$ | точка D, $\theta_2^* = 0$ | точка E, $\theta_2^* = \pi$ |
|     | $k_\theta^T$   | 6.8840                    | 17.7080                     | 19.839                  | 22.1053                          | 24.953                   | 28.9301                   | 4.3577                      |
|     | $k_\theta^B$   | 1.4885                    | 5.0252                      | 4.828                   | 4.7081                           | 4.669                    | 4.7136                    | 0.9299                      |
|     | $k_{eq}^{Ext}$ | 8.3725                    | 22.7332                     | 24.665                  | 26.7440                          | 29.514                   | 33.6437                   | 5.2876                      |

Для порівняння з [2] для сферичної оболонки з двома однаковими круговими отворами радіусами  $\rho_{01} = \rho_{02} = 2.8743$  були проведені розрахунки, результати яких наведено на рис. 2 і в табл. 1. Показані в табл. 1 результати обчислень для значення відстані між центрами контурів  $\ell = 2.7$  (цьому значенню відповідає  $s = 0.7$ ) свідчать про те, що відмінність від результатів роботи [2] складає  $0.014\% \div 0.33\%$ . Табл. 1 доповнена стовпцем значень напружень у точці  $A$  ( $\theta_1^* = 0$ ) контуру  $\Gamma_1$ , звідки бачимо, що найбільші напруження  $k_0^T$ ,  $k_{eq}^{Ext}$  залишалися в цій точці  $A$ . У роботі [2] найменша ширина перемички, для якої було виконано обчислення, складала  $s = 0.7$ . Але, як бачимо на рис. 2 і в табл. 2, при подальшому зменшенні перемички максимальні напруження  $k_{eq}^{Ext}$  із точки  $A$  зміщуються до перемички в точку  $B$  ( $\theta_1^* = \pi$ ) і при цьому значно зростають у  $4.7 \div 5.4$  разів при  $s = 0.07$  (табл. 2).

На рис. 3 і в табл. 3 наведено результати розрахунків для випадку двох нерівних кругових отворів  $\rho_{01} = 4$  і  $\rho_{02} = 2$  при значеннях перемички  $s = 1, 0.5, 0.1, 0.05$  – на рис. 3 і  $s = 0.07$  – у табл. 3. Тут також спостерігається зміщення небезпечної точки на перемичку при її зменшенні й значне зростання найбільших напружень  $k_0^T$ ,  $k_{eq}^{Ext}$ . Зауважимо, що при  $s \leq 0.1$  у цьому випадку спостерігається цікаве явище: точки з найбільшими напруженнями перебувають вже не на контурі більшого отвору  $\Gamma_1$ , а на контурі меншого отвору в точці  $D$  перетинання  $\Gamma_2$  з перемичкою. Так, у табл. 3 бачимо, що  $k_{eq}^{Ext}$  в точці  $D$  при  $s = 0.07$  на  $48\%$  більше, ніж у точці  $B$  і на  $300\%$  більше, ніж  $k_{eq}^{Ext}$  у точці  $A$  контуру більшого отвору  $\Gamma_1$ . На рис. 3 також видно, що при зменшенні перемички від  $s = 0.5$  до  $s = 0.05$  максимальні напруження  $k_{eq}^{Ext}$  змістилися з точки  $B$  контуру більшого отвору в точку  $D$  меншого отвору й зросли в 5 разів.

#### **Вірогідність** отриманих результатів.

– Як уже було зазначено вище, спостерігається гарний збіг з результатами роботи [2]: відмінність становить  $0.014\% \div 0.33\%$ .

– Перевіряли виконання граничних умов шляхом безпосереднього обчислення заданих зусиль і моментів у точках контурів  $\Gamma_1$  і  $\Gamma_2$  з використанням рядів (4)–(7), тобто без застосування теореми Графа й ряду Лорана. Обчислення проводилися на РС у середовищі пакета Maple-10. Точність обчислень можна регулювати, задаючи значення системної змінної *Digits*, а також число гармонік  $n$  у розв'язках (4)–(7). Так, для найменшої ширини перемички  $s = 0.07$  похибка виконання граничних умов при чисельній реалізації не перевищувала  $0.002\%$  від найбільших напружень у суцільній оболонці без отвору (тобто від 1.0). При цьому у випадку двох однакових отворів (див. табл. 2) задавали  $n = 45$  і *Digits* = 57, а у випадку різних отворів (див. табл. 3) така ж точність досягалася при  $n = 80$  і *Digits* = 90.

– Для порівняння з результатами для оболонки з одним отвором [9] проведено розрахунки при  $s = 20$ , тобто, коли взаємовплив отворів відсутній. Отримано повне співпадання результатів з [9] для ізотропної оболонки при  $\delta = 0$ .

– Перевіряли точність виконання диференціальних рівнянь (2) функціями  $U$  і  $w$  з обчисленими після розв'язку системи коефіцієнтами  $a_{q,n}$ ,  $C_{q,n}$ ,  $D_{q,n}$ . Абсолютна похибка не перевищувала  $10^{-52}$  при *Digits* = 57.

**Висновки.** Наведені в роботі чисельні дослідження для сферичної оболонки показали, що при зменшенні ширини перемички між отворами напруження на ній зростають і можуть збільшитися в декілька разів (у розглянутих вище прикладах – у 3–5 разів). Проведений таким чином аналіз чисельних результатів дозволяє визначити, у якому місці сферичної оболонки виникають небезпечні зони найбільшої концентрації напружень і оцінити їх величину. Результати разом з розробленою в середовищі Maple-10 програмою розрахунку можуть бути використані в інженерній практиці.

1. Гузь А. Н., Чернышенко И. С., Чехов Вал. Н., Чехов Вик. Н., Шнеренко К. И. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1980. – 636 с. – (Методы расчета оболочек: В 5 т.; Т. 1.)
2. Гузь А. Н., Чернышенко И. С., Шнеренко К. И. Сферические днища, ослабленные отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1970. – 324 с.
3. Akbarov S. D., Yahnioğlu N., Babuscu Yesil U. Interaction between two neighboring circular holes in a prestretched simply supported orthotropic strip under bending // Mech. Compos. Materials. – 2008. – **44**. – P. 581–590.
4. Arshadnejad S., Goshtasbi K., Aghazadeh J. Stress concentration analysis between two neighboring circular holes under internal pressure of a non-explosive expansion material // Yerbilimleri: An Earth Sciences (Journal of the Application and Research Centre of Hacettepe Üniversitesi). – 2009. – **30**, No. 3. – P. 259–270.
5. Fuad Kh., Siregar R. A., Rangkuti Ch., Ariwahjoedi B., Firdaus M. Stress concentration factors of various adjacent holes configurations in a spherical pressure vessel // Proc. 5th Australasian Congr. on Appl. Mech, ACAM-2007, 10–12 Dec. 2007, Brisbane, Australia. – P. 68–73.
6. Li F., He Y., Fan C., Li H., Zhang H. Investigation on three-dimensional stress concentration of LY12-CZ plate with two equal circular holes under tension // Materials Sci. and Eng. A. – 2008. – **483–484**, No. 1-2. – P. 474–476.
7. Panasyuk V. V., Savruk M. P. On the problem of determination of stress concentration in a stretched plate with two holes // J. Math. Sci. – 2009. – **162**, No. 1. – P. 132–148.  
Те саме: Панасюк В. В., Саврук М. П. До питання про визначення концентрації напружень у розтягнутій пластині з двома отворами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – **51**, № 2. – С. 112–123.
8. Yahnioğlu N., Babuscu Yesil U. Stress concentration in two neighboring circular holes in a composite plate (English) // [J] An. Univ. Oradea, Fasc. Mat. – 2006. – 13. – P. 261–272.
9. Zakora S. V., Chekhov V. N., Shnerenko K. I. Stress concentration around a circular hole in a transversely isotropic spherical shell // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, No. 12. – P. 1391–1397.

#### КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ДВУМЯ БЛИЗКО РАСПОЛОЖЕННЫМИ КРУГОВЫМИ ОТВЕРСТИЯМИ

Аналитически решена задача о напряженном состоянии пологой изотропной сферической оболочки с двумя круговыми вырезами. Численно исследованы случаи близкого расположения вырезов как одинаковых, так и неравных радиусов в оболочке под действием внутреннего давления. Обнаружено значительное увеличение напряжений на перемычке между вырезами при их сближении.

#### STRESS CONCENTRATION IN A SPHERICAL SHELL WITH TWO NEIGHBORING CIRCULAR HOLES

The problem on stress state of a shallow isotropic spherical shell with two circular holes is solved analytically. The cases of very close location of holes both of equal and unequal radii in the shell under internal pressure are numerically investigated. The considerable increase of stresses on the bulkhead between holes is found at their approachment.

<sup>1</sup> Таврійськ. нац. ун-т  
ім. В. І. Вернадського, Сімферополь,  
<sup>2</sup> Донецьк. нац. ун-т, Донецьк

Одержано  
03.02.10