УДК 517.524

Р. І. Дмитришин

# ПРО РОЗВИНЕННЯ ДЕЯКИХ ФУНКЦІЙ У ДВОВИМІРНИЙ $g$-ДРІБ З НЕРІВНОЗНАЧНИМИ ЗМІННИМИ

*Побудовано розвинення деяких функцій у відповідний двовимірний $g$-дріб з нерівнозначними змінними та показано ефективність наближень підхідними дробами отриманого розвинення.*

**1. Вступ.** В аналітичній теорії неперервних дробів та їх багатовимірних узагальнень − гіллястих ланцюгових дробів − вивчаються різні типи функціональних дробів, які використовуються для дослідження голоморфних і мероморфних функцій. При побудові таких дробів як один із методів використовують принцип відповідності [4]. У результаті отримано різні функціональні неперервні дроби та їх узагальнення [1−11]. Одним із таких узагальнень є гіллясті ланцюгові дроби з нерівнозначними змінними, які за своєю структурою є аналогами кратних степеневих рядів [10]. Дослідженням у цьому напрямку присвячено також роботи [3, 7].

У цій статті побудовано розвинення суперпозицій гіпергеометричних функцій Ґаусса у відповідний двовимірний $g$-дріб з нерівнозначними змінними, розглянуто деякі приклади розвинення функцій, зображених подвійними степеневими рядами в такий дріб і наведено обчислення, які показують ефективність використання отриманих розвинень при наближених обчисленнях розглянутих функцій.

**2. Відповідність**. Наведемо деякі означення і твердження, необхідні для викладення основних результатів.

Нехай $P_{m_n}(\mathbf{z})$, $Q_{\ell_n}(\mathbf{z})$ − поліноми степенів $m_n$ і $\ell_n$ відповідно, $n \ge 1$, де $\mathbf{z} = (z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2$, причому $Q_{\ell_n}(\mathbf{0}) \ne 0$. Раціональну функцію

$$f_n(\mathbf{z}) = \frac{P_{m_n}(\mathbf{z})}{Q_{\ell_n}(\mathbf{z})}$$

називають відповідною до деякого формального подвійного степеневого ряду

$$f(\mathbf{z}) = \sum_{k,\ell=0}^{\infty} (-1)^{k+\ell} s_{k\ell} z_1^k z_2^\ell \,, \tag{1}$$

де $s_{k\ell} \in \mathbb{R}$, $k \ge 0$, $\ell \ge 0$, $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2$, з порядком відповідності $\nu_n$, якщо розвинення $f_n(\mathbf{z})$ у формальний подвійний степеневий ряд збігається з $f(\mathbf{z})$ за всіма однорідними поліномами до степеня $\nu_n - 1$ включно. Послідовність $\{f_n(\mathbf{z})\}$ є відповідною до ряду (1), якщо

$$\lim_{n\to\infty} \nu_n = \infty \,.$$

Відповідність двовимірного $g$-дробу з нерівнозначними змінними

$$\cfrac{s_0}{\Phi_0(z_1) + \mathop{\mathrm{D}}\limits_{n=1}^{\infty} \cfrac{g_{0n}(1-g_{0,n-1})z_2}{\Phi_n(z_1)}} \,,$$

$$\Phi_\ell(z_1) = 1 + \cfrac{g_{1\ell} z_1}{1 + \mathop{\mathrm{D}}\limits_{k=2}^{\infty} \cfrac{g_{k\ell}(1-g_{k-1,\ell})z_1}{1}} \,, \tag{2}$$

де $s_0 > 0$, $g_{00} = 0$, $0 < g_{k\ell} < 1$, $k \ge 0$, $\ell \ge 0$, $k + \ell \ge 1$, $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2$, до ряду (1) означає, що розвинення кожної його $n$-ї апроксиманти у формальний подвійний степеневий ряд збігається з цим рядом за всіма однорідними поліномами до степеня $n-1$ включно, тобто $\nu_n = n$, $n \ge 1$.

Послідовність

$$s_n = \int_0^1 u^n d\varphi(u), \qquad n \ge 0,$$

де $\varphi(u)$ − дійсна і монотонно неспадна функція із нескінченним числом точок росту, називають *цілком монотонною послідовністю, відповідною нескінченному розподілу мас*, якщо $\Delta^m s_n \ge 0$, $m \ge 0$, $n \ge 0$, де [11]

$$\Delta^m s_n = s_n - C_m^1 s_{n+1} + C_m^2 s_{n+2} - \ldots + (-1)^m C_m^m s_{n+m}.$$

Введемо послідовність $s_{k\ell}^{(m)}$, $k \ge 0$, $\ell \ge 0$, $k + \ell \ge 1$, $m \ge 0$, за допомогою рекурентних співвідношень

$$s_{k\ell}^{(0)} = -\sum_{r,s=1}^{k+\ell} s_{k-r,\ell-s}^{(0)} \frac{s_{rs}}{s_{00}}, \qquad k \ge 0, \tag{3}$$

$$s_{k\ell}^{(m)} = -\sum_{r,s=1}^{k+\ell} s_{k-r,\ell-s}^{(m)} \frac{s_{r,s+1}^{(m-1)}}{s_{01}^{(m-1)}}, \qquad k \ge 0, \qquad m \ge 1, \tag{4}$$

де $s_{00}^{(m)} = 1$ і $s_{pq}^{(m)} = 0$, якщо $p < 0$ або $q < 0$, за умови, що

$$s_{00} > 0, \qquad s_{01}^{(m)} \ne 0, \qquad m \ge 0. \tag{5}$$

**Теорема 1** [**2**]. *Двовимірний* $g$*-дріб з нерівнозначними змінними* (2) *є відповідним до заданого формального подвійного степеневого ряду* (1) *тоді й лише тоді, коли виконуються умови* (5) *і* $\{s_{k0}\}$, $\{s_{0\ell}\}$, $\{s_{k1}^{(m)}\}$, $m \ge 0$, *є цілком монотонними послідовностями, відповідними нескінченним розподілам мас, де коефіцієнти* $s_{k1}^{(0)}$, $k \ge 0$ *і* $s_{k1}^{(m)}$, $m \ge 1$, $k \ge 0$, *визначаються за формулами* (3) *і* (4) *відповідно.*

Згідно з двовимірним узагальненням $g$-алгоритму Бауера [2], коефіцієнти двовимірного $g$-дробу з нерівнозначними змінними (2), відповідного до заданого ряду (1), обчислюються таким чином:

$s_0 = s_{00}$; $g_{k\ell}$, $k \ge 1$, $\ell \ge 0$, є діагональними елементами $g_{k\ell}^{(0)}$, $k \ge 1$, $\ell \ge 0$, $g$-таблиці

$$\begin{array}{ccccccc}
 & g_{1\ell}^{(0)} & & & & & \\
g_{0\ell}^{(1)} & & g_{2\ell}^{(0)} & & & & \\
 & g_{1\ell}^{(1)} & & g_{3\ell}^{(0)} & & & \\
g_{0\ell}^{(2)} & & g_{2\ell}^{(1)} & & g_{4\ell}^{(0)} & & \\
 & g_{1\ell}^{(2)} & & g_{3\ell}^{(1)} & \vdots & \ddots & \\
g_{0\ell}^{(3)} & & g_{2\ell}^{(2)} & \vdots & & & \\
\vdots & g_{1\ell}^{(3)} & \vdots & & & & \\
 & \vdots & & & & &
\end{array} \tag{6}$$

з початковими умовами

$$g_{0\ell}^{(m)} = 0, \qquad g_{1\ell}^{(m)} = \frac{s_{m+1,1}^{(\ell-1)}}{s_{m1}^{(\ell-1)}}, \qquad m \ge 0\,, \tag{7}$$

причому

$$g_{10}^{(m)} = \frac{s_{m+1,0}}{s_{m0}}, \qquad m \ge 0\,,$$

і з правилами ромбів

$$(1-g_{2r+1,\ell}^{(m)})(1-g_{2r+2,\ell}^{(m)}) = (1-g_{2r,\ell}^{(m+1)})(1-g_{2r+1,\ell}^{(m+1)}), \qquad r \ge 0, \qquad m \ge 0\,,$$
$$g_{2r,\ell}^{(m)} g_{2r+1,\ell}^{(m)} = g_{2r-1,\ell}^{(m+1)} g_{2r,\ell}^{(m+1)}, \qquad r \ge 1, \qquad m \ge 0\,; \tag{8}$$

$g_{0\ell}$, $\ell \ge 1$, є діагональними елементами $g_{0\ell}^{(0)}$, $\ell \ge 1$, $g$-таблиці

$$\begin{array}{ccccccc}
 & g_{01}^{(0)} & & & & & \\
g_{00}^{(1)} & & g_{02}^{(0)} & & & & \\
 & g_{01}^{(1)} & & g_{03}^{(0)} & & & \\
g_{00}^{(2)} & & g_{02}^{(1)} & & g_{04}^{(0)} & & \\
 & g_{01}^{(2)} & & g_{03}^{(1)} & \vdots & \ddots & \\
g_{00}^{(3)} & & g_{02}^{(2)} & \vdots & & & \\
\vdots & g_{01}^{(3)} & \vdots & & & & \\
 & \vdots & & & & &
\end{array} \tag{9}$$

з початковими умовами

$$g_{00}^{(m)} = 0, \qquad g_{01}^{(m)} = \frac{s_{0,m+1}}{s_{0m}}, \qquad m \ge 0\,, \tag{10}$$

і з правилами ромбів

$$(1-g_{0,2r+1}^{(m)})(1-g_{0,2r+2}^{(m)}) = (1-g_{0,2r}^{(m+1)})(1-g_{0,2r+1}^{(m+1)}), \qquad r \ge 0, \qquad m \ge 0\,,$$
$$g_{0,2r}^{(m)} g_{0,2r+1}^{(m)} = g_{0,2r-1}^{(m+1)} g_{0,2r}^{(m+1)}, \qquad r \ge 1, \qquad m \ge 0\,. \tag{11}$$

**3. Розвинення.** Розглянемо подвійний степеневий ряд

$$F(a,1,c,-z_1)F\big(b,1,d,-z_2(F(a,1,c,-z_1))^2\big) =$$
$$= \sum_{\ell=0}^{\infty} (-1)^\ell \left( \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(a)_k}{(c)_k} z_1^k \right)^{2\ell+1} \frac{(b)_\ell}{(d)_\ell} z_2^\ell\,,$$

де $(a)_k$ – символ Похгамера: $(a)_k = a(a+1)(a+2)\ldots(a+k-1)$, $k \in \mathbb{N}$, $(a)_0 = 1$; $a$, $b$, $c$ і $d$ – дійсні сталі, причому $c, d \notin \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$, $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2$. Можна показати, що коефіцієнти ряду задовольняють умови теореми 1, якщо $0 < a < c$ і $0 < b < d$. Використовуючи формули (7), (8) і (10), (11), отримуємо відповідно такі $g$-таблиці:

$$\begin{array}{ccccc}
 & \frac{a}{c} & & & \\
0 & & \frac{1}{c+1} & & \\
 & \frac{a+1}{c+1} & & \frac{a+1}{c+2} & \\
0 & & \frac{1}{c+2} & & \frac{2}{c+3} \\
 & \frac{a+2}{c+2} & & \frac{a+2}{c+3} & \vdots \quad \ddots \\
0 & & \frac{1}{c+3} & \vdots & \\
\vdots & \frac{a+3}{c+3} & \vdots & & \\
 & \vdots & & &
\end{array}, \qquad
\begin{array}{ccccc}
 & \frac{b}{d} & & & \\
0 & & \frac{1}{d+1} & & \\
 & \frac{b+1}{d+1} & & \frac{b+1}{d+2} & \\
0 & & \frac{1}{d+2} & & \frac{2}{d+3} \\
 & \frac{b+2}{d+2} & & \frac{b+2}{d+3} & \vdots \quad \ddots \\
0 & & \frac{1}{d+3} & \vdots & \\
\vdots & \frac{b+3}{d+3} & \vdots & & \\
 & \vdots & & &
\end{array}.$$

Функція $F(a,1,c,-z_1)F\big(b,1,d,-z_2(F(a,1,c,-z_1))^2\big)$ розвивається у двовимірний $g$-дріб з нерівнозначними змінними вигляду (2), де $s_0 = 1$ і

$$g_{2r-1,\ell-1} = \frac{a+r-1}{c+2r-2}, \qquad g_{2r,\ell-1} = \frac{r}{c+2r-1},$$

$$g_{0,2\ell-1} = \frac{b+\ell-1}{d+2\ell-2}, \qquad g_{0,2\ell} = \frac{\ell}{d+2\ell-1}$$

при $r \ge 1$, $\ell \ge 1$:

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{\frac{a}{c}z_1}{1+\cfrac{\frac{1}{c+1}\left(1-\frac{a}{c}\right)z_1}{1+\cfrac{\frac{a+1}{c+2}\left(1-\frac{1}{c+1}\right)z_1}{1+\ddots}}}+\cfrac{\frac{b}{d}z_2}{1+\cfrac{\frac{a}{c}z_1}{1+\cfrac{\frac{1}{c+1}\left(1-\frac{a}{c}\right)z_1}{1+\ddots}}+\cfrac{\frac{1}{d+1}\left(1-\frac{b}{d}\right)z_2}{1+\cfrac{\frac{a}{c}z_1}{1+\ddots}+\cfrac{\frac{b+1}{d+2}\left(1-\frac{1}{d+1}\right)z_2}{1+\ddots}}}}.$$

***Приклад 1.*** Частковим випадком розглянутої вище функції є така функція:

$$f(\mathbf{z}) = F(1,1,2,-z_1)F(1,1,2,-z_2F(1,1,2,-z_1)^2) =$$

$$= \frac{\ln\left(1+\dfrac{z_2}{z_1}\ln^2(1+z_1)\right)}{\dfrac{z_2}{z_1}\ln(1+z_1)} = \sum_{\ell=0}^{\infty}(-1)^{\ell}\left(\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{z_1^k}{k+1}\right)^{2\ell+1}\frac{z_2^{\ell}}{\ell+1},$$

де $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2$. При цьому $g$-таблиці (6) і (9) мають однаковий вигляд:

$$\begin{array}{cccccc}
 & 1/2 & & & & \\
0 & & 1/3 & & & \\
 & 2/3 & & 1/2 & & \\
0 & & 1/4 & & 2/5 & \\
 & 3/4 & & 3/5 & \vdots & \ddots \\
0 & & 1/5 & \vdots & & \\
\vdots & 5/6 & \vdots & & & \\
 & \vdots & & & &
\end{array}$$

Функція $f(\mathbf{z})$ розвивається в двовимірний $g$-дріб з нерівнозначними змінними вигляду (2), де

$$s_0 = 1, \qquad g_{2r-\ell,\ell} = g_{0,2r-1} = \frac{1}{2}, \qquad g_{2r,\ell} = g_{0,2r} = \frac{r}{1+2r}$$

при $r \ge 1$, $\ell \ge 0$:

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{\frac{1}{2}z_1}{1+\cfrac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2}\right)z_1}{1+\cfrac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)z_1}{1+\ddots}}}+\cfrac{\frac{1}{2}z_2}{1+\cfrac{\frac{1}{2}z_1}{1+\cfrac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2}\right)z_1}{1+\ddots}}+\cfrac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2}\right)z_2}{1+\cfrac{\frac{1}{2}z_1}{1+\ddots}+\cfrac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)z_2}{1+\ddots}}}}.$$

Із цього розвинення отримуємо наближення для функції $f(\mathbf{z})$:

$$f_0(\mathbf{z}) = 1, \qquad f_1(\mathbf{z}) = \frac{2}{2 + z_1 + z_2},$$

$$f_2(\mathbf{z}) = \frac{36 + 24z_1 + 6z_2 + 3z_1^2 + z_1 z_2}{36 + 42z_1 + 24z_2 + 12z_1^2 + 7z_1 z_2}, \qquad \ldots.$$

Результати обчислення функції $f(\mathbf{z})$ і її наближень $f_i(\mathbf{z})$, $i = 1,\ldots,7$, для різних значень $z_1$, $z_2$ наведено у табл. 1.

Таблиця 1

| $(z_1, z_2)$ | (−0.05, −0.05) | (0.5, 0.5) | (1, 1) | (3, 2) | (2, 0.05) |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(\mathbf{z})$ | 1.053842281 | 0.701118825 | 0.566038704 | 0.384791581 | 0.545203702 |
| $f_1(\mathbf{z})$ | 1.052631579 | 0.666666667 | 0.5 | 0.285714286 | 0.49382716 |
| $f_2(\mathbf{z})$ | 1.053820902 | 0.705084746 | 0.578512397 | 0.425 | 0.567392584 |
| $f_3(\mathbf{z})$ | 1.053841908 | 0.700676091 | 0.563855422 | 0.373831776 | 0.541246972 |
| $f_4(\mathbf{z})$ | 1.053842276 | 0.701164648 | 0.566409377 | 0.388699103 | 0.546630096 |
| $f_5(\mathbf{z})$ | 1.053842281 | 0.701113938 | 0.565974149 | 0.383612581 | 0.544910878 |
| $f_6(\mathbf{z})$ | 1.053842281 | 0.701119319 | 0.566049601 | 0.385206691 | 0.545301088 |
| $f_7(\mathbf{z})$ | 1.053842281 | 0.701118801 | 0.566037592 | 0.384712438 | 0.545201481 |

Із аналізу результатів обчислень робимо висновок, що абсолютна похибка $\Delta_i(\mathbf{z}) = |f(\mathbf{z}) - f_i(\mathbf{z})|$ наближення функції $f(\mathbf{z})$ із ростом індексу $i$ зменшується, і в точках, близьких до нуля, якість наближення є найкращою:

$$\Delta_7(-0.05, -0.05) = 7.61613 \cdot 10^{-14}, \qquad \Delta_7(0.5, 0.5) = 7.40622 \cdot 10^{-8},$$

$$\Delta_7(1,1) = 1.11139 \cdot 10^{-6}, \qquad \Delta_7(2, 0.05) = 2.22102 \cdot 10^{-6},$$

$$\Delta_7(3,2) = 7.91427 \cdot 10^{-5}.$$

***Приклад 2.*** Розглянемо функцію

$$h(\mathbf{z}) = \frac{1}{\sqrt{1 + z_1 + z_2}} = \sum_{\ell=0}^{\infty} (-1)^{\ell} \left( \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k s_k z_1^k \right)^{2\ell+1} s_\ell z_2^\ell,$$

де $s_0 = 1$, $s_k = s_{k-1}(1 - 1/2k)$, $k \geq 1$, $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2$. Можна показати, що коефіцієнти ряду задовольняють умови теореми 1, а $g$-таблиці (6) і (9) мають вигляд

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 1/2 & & & & & \\
0 & & 1/2 & & & & \\
 & 3/4 & & 1/2 & & & \\
0 & & 1/3 & & 1/2 & & \\
 & 5/6 & & 5/8 & \vdots & \ddots & \\
0 & & 1/4 & \vdots & & & \\
\vdots & 7/8 & \vdots & & & & \\
 & \vdots & & & & &
\end{array}$$

Функція $h(\mathbf{z})$ має розвинення в двовимірний $g$-дріб з нерівнозначними змінними вигляду (2), де

$$s_0 = 1, \qquad g_{k\ell} = \frac{1}{2}, \qquad k \ge 0, \qquad \ell \ge 0, \qquad k + \ell > 0,$$

із якого отримуємо такі наближення для функції $h(\mathbf{z})$:

$$h_0(\mathbf{z}) = 1, \qquad h_1(\mathbf{z}) = \frac{2}{2 + z_1 + z_2},$$

$$h_2(\mathbf{z}) = \frac{36 + 24z_1 + 6z_2 + 3z_1^2 + z_1 z_2}{36 + 42z_1 + 24z_2 + 12z_1^2 + 7z_1 z_2}, \qquad \ldots .$$

Результати обчислення функції $h(\mathbf{z})$ і її наближень $h_i(\mathbf{z})$, $i = 1, \ldots, 7$, для різних значень $z_1$, $z_2$ наведено у табл. 2.

Таблиця 2

| $(z_1, z_2)$ | $(-0.05,\ -0.05)$ | $(0.5,\ 0.5)$ | $(1,\ 1)$ | $(3,\ 2)$ | $(2,\ 0.05)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(\mathbf{z})$ | 1.054092553 | 0.707106781 | 0.577350269 | 0.40824829 | 0.572598334 |
| $h_1(\mathbf{z})$ | 1.052631579 | 0.666666667 | 0.5 | 0.285714286 | 0.49382716 |
| $h_2(\mathbf{z})$ | 1.054063421 | 0.712230216 | 0.593220339 | 0.456521739 | 0.595561036 |
| $h_3(\mathbf{z})$ | 1.054092039 | 0.706521739 | 0.574468085 | 0.393063584 | 0.566590116 |
| $h_4(\mathbf{z})$ | 1.054092545 | 0.707170842 | 0.577864781 | 0.413403216 | 0.574218386 |
| $h_5(\mathbf{z})$ | 1.054092553 | 0.707099955 | 0.577260103 | 0.406541012 | 0.572164976 |
| $h_6(\mathbf{z})$ | 1.054092553 | 0.707107496 | 0.577365934 | 0.408818543 | 0.572714505 |
| $h_7(\mathbf{z})$ | 1.054092553 | 0.707106707 | 0.577347562 | 0.408058342 | 0.57256721 |

Як і *прикладі 1*, абсолютна похибка $\Delta_i(\mathbf{z}) = |h(\mathbf{z}) - h_i(\mathbf{z})|$ наближення функції $h(\mathbf{z})$ із ростом індексу $i$ зменшується, і в точках, близьких до нуля, якість наближення є найкращою:

$$\Delta_7(-0.05, -0.05) = 3.13083 \cdot 10^{-14}, \qquad \Delta_7(0.5, 0.5) = 7.40622 \cdot 10^{-8},$$

$$\Delta_7(1, 1) = 2.70729 \cdot 10^{-6}, \qquad \Delta_7(2, 0.05) = 3.1124 \cdot 10^{-5},$$

$$\Delta_7(3, 2) = 1.89949 \cdot 10^{-4}.$$

**4. Висновки.** Побудовані у роботі розвинення свідчать про ефективність наближення функцій, заданих подвійними степеневими рядами, відповідними двовимірними $g$-дробами з нерівнозначними змінними. Залишається відкритим питання побудови та дослідження класу функцій, що розвиваються в такі дроби.


1. *Боднар Д. И.* Ветвящиеся цепные дроби. – Киев: Наук. думка, 1986. – 176 с.
2. *Боднар Д. І., Гоєнко Н. П.* Наближення відношення функцій Лаурічелли гіллястим ланцюговим дробом // Мат. студії. – 2003. – **20**, № 2. – С. 210–214.
3. *Боднар Д. І., Дмитришин Р. І.* Двовимірне узагальнення $g$-алгоритму Бауера // Доп. НАН України. – 2006. – № 2. – С. 13–18.
4. *Джоунс У., Трон В.* Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения. – Москва: Мир, 1985. – 414 с.
5. *Bonan-Hamada C. M., Jones W. B.* Stieltjes continued fractions for polygamma functions; speed of convergence // J. Comput. and Appl. Math. – 2005. – **179**, No. 1-2. – P. 47–55.

6. *Dmytryshyn R. I.* The multidimensional generalization of $g$-fractions and their application // J. Comput. and Appl. Math. – 2004. – **164–165**. – P. 265–284.
7. *Dmytryshyn R. I.* The multidimensional $g$-fraction with nonequivalent variables corresponding to the formal multiple power series // Карпатські мат. публікації. – 2009. – **1**, № 2. – С. 145–151.
8. *Lorentzen L., Waadeland H.* Continued fractions. – Vol. 1: Convergence Theory. – Amsterdam – Paris: Atlantis Press/Word Scientific, 2008. – 308 p.
9. *Murphy J. F., O'Donohoe M. R.* A two-variable generalization of the Stieltjes-type continued fractions // J. Comput. and Appl. Math. – 1978. – **4**, No. 3. – P. 181–190.
10. *Siemaszko W.* Branched continued fractions for double power series // J. Comput. and Appl. Math. – 1980. – **6**, No. 2. – P. 121–125.
11. *Wall H. S.* Analytic theory of continued fractions. – New York: Van Nostrand, 1948. – 433 p.

**О РАЗЛОЖЕНИИ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЙ В ДВУМЕРНУЮ $g$ -ДРОБЬ С НЕРАВНОЗНАЧНЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ**

*Построено разложение некоторых функций в соответствующую двумерную $g$ -дробь с неравнозначными переменными и показана эффективность приближений подходящими дробями полученного разложения.*

**ON EXPANSION OF SOME FUNCTIONS INTO TWO-DIMENSIONAL $g$ -FRACTION WITH NON-EQUIVALENT VARIABLES**

*The expansion of some functions into corresponding two-dimensional $g$ -fraction with non-equivalent variables is constructed and efficiency of approaching by approximants of the obtained expansion is shown.*

Прикарпат. нац. ун-т
ім. В. Стефаника, Івано-Франківськ

Одержано
15.10.09