

ТЕРМОПРУЖНИЙ СТАН БЕЗМЕЖНОГО ТЕРМОЧУТЛИВОГО ТІЛА З ЦИЛІНДРИЧНОЮ ПОРОЖНИНОЮ ЗА УМОВИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ

Знайдено розв'язок незв'язаної квазістатичної задачі термопружності для безмежного термочутливого тіла з циліндричною порожниною, поверхня якої навантажена сталим тиском і через неї відбувається конвективний теплообмін з середовищем постійної температури. Досліджено вплив термочутливості матеріалу тіла на величину і характер розподілу температури, переміщень і компонент тензора напружень.

Дослідження надійності, міцності та раціональних теплових режимів багатьох функціонально важливих елементів конструкцій сучасної техніки, які в процесі виготовлення та експлуатації зазнають теплових і силових навантажень, пов'язані з визначенням розподілу в них температури та викликаного нею і прикладеними зусиллями напружено-деформованого стану. Актуальними є такі розрахунки для безмежних областей, що містять порожнини за різних умов теплообміну з зовнішнім середовищем через поверхню порожнини [7, 16].

Важливим фактором, що впливає на адекватність визначення теплової і термопружної поведінки елементів конструкцій, є врахування залежності характеристик матеріалу від температури чи координати при розгляді неоднорідних структур [8, 17–20]. У роботах [12, 13, 15] досліджено температурне поле і термопружний стан простору зі сферичною порожниною при врахуванні залежності від температури (термочутливості) характеристик матеріалу за різних умов теплообміну з навколишнім середовищем.

У цій роботі на основі моделі термочутливого тіла визначено температурне поле простору з циліндричною порожниною за умови конвективного теплообміну з зовнішнім середовищем сталої температури через поверхню порожнини, а також компоненти спричиненого ним та прикладеним до поверхні порожнини сталим тиском напружено-деформованого стану. Досліджено вплив термочутливості матеріалу і дії силового навантаження на термопружний стан тіла.

Постановка задачі. Розглянемо пружне однорідне ізотропне безмежне тіло з циліндричною порожниною кругового $r = r_0$ перетину. Вважаємо, що модуль зсуву G , коефіцієнт Пуассона ν , температурний коефіцієнт лінійного розширення α_t , коефіцієнт теплопровідності λ_t та об'ємна теплоємність c_v його матеріалу залежать від температури t . Нехай таке тіло має сталу початкову температуру t_p і, починаючи з часу $\tau = 0$, через поверхню $r = r_0$, на якій задано сталий тиск p , конвективно обмінюється теплом із середовищем сталої температури t_c , яке заповнює порожнину. Необхідно визначити температурне поле і викликаний ним і прикладеним зовнішнім силовим навантаженням термопружний стан тіла.

Температурне поле визначаємо з нелінійного рівняння теплопровідності [3, 4, 6]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial r} \right) = c_v(t) \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (1)$$

за граничних

$$\left(\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial r} - \alpha(t - t_c) \right) \Big|_{r=r_0} = 0, \quad t \Big|_{r \rightarrow \infty} = t_p, \quad (2)$$

та початкової умов

$$t|_{\tau=0} = t_p, \quad (3)$$

де r – радіальна координата, α – коефіцієнт теплообміну з поверхні циліндричної порожнини.

Введемо безрозмірні координату $\rho = r/r_0$ і температуру $T = t/t_c$, де r_0 – радіус циліндричної порожнини, t_c – температура середовища, що омиває її поверхню.

Коефіцієнт теплопровідності $\lambda_t(t)$ і об'ємну теплоємність $c_v(t)$ подамо у вигляді

$$\lambda_t(t) = \lambda_{t0} \lambda_t^*(\bar{T}), \quad c_v(t) = c_{v0} c_v^*(\bar{T}), \quad (4)$$

де $\lambda_{t0} = \lambda_t(T_p)$, $\lambda_t^*(T_p) = 1$; $c_{v0} = c_v(T_p)$, $c_v^*(T_p) = 1$; $\bar{T} = T - T_p$, $T_p = \frac{t_p}{t_c}$.

Якщо, крім цього, введемо безрозмірні час $Fo = \frac{a_0 \tau}{r_0^2}$ ($a_0 = \frac{\lambda_{t0}}{c_{v0}}$) – число

Фур'є, критерій Біо $Bi = \frac{\alpha r_0}{\lambda_{t0}}$, то з крайової задачі (1)–(3) отримаємо таку

крайову задачу на приріст безрозмірної температури \bar{T} :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \lambda_t^*(\bar{T}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \rho} \right) = c_v^*(\bar{T}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial Fo}, \quad (5)$$

$$\left(\lambda_t^*(\bar{T}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \rho} - Bi(\bar{T} - \bar{T}_c) \right) \Big|_{\rho=1} = 0, \quad \bar{T} \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \quad (6)$$

$$\bar{T} \Big|_{Fo=0} = 0, \quad (7)$$

де $\bar{T}_c = T_c - T_p$, $T_c = t_c/t_c = 1$.

До задачі (5)–(7) застосуємо перетворення Кірхгофа

$$\theta = \int_0^{\bar{T}} \lambda_t^*(\bar{T}) d\bar{T}. \quad (8)$$

У результаті отримаємо таку крайову задачу на змінну θ :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) = \frac{1}{a^*(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial Fo}, \quad (9)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} - Bi(\bar{T}(\theta) - \bar{T}_c) \right] \Big|_{\rho=1} = 0, \quad \theta \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \quad (10)$$

$$\theta \Big|_{Fo=0} = 0, \quad (11)$$

де $a^*(\theta) = \frac{\lambda_t^*(\bar{T}(\theta))}{c_v^*(\bar{T}(\theta))}$, $\bar{T}(\theta)$ – нелінійний вираз приросту температури, який

для конкретної залежності коефіцієнта теплопровідності від температури знаходимо з інтегрального рівняння (8).

Після заміни нелінійного виразу $\bar{T}(\theta)$ в умові (10) комплексом $(1 + \mu)\theta$ [9–11] і за припущення, що $a^*(\bar{T}(\theta))$ – стала величина (має місце для багатьох теплоізоляційних матеріалів, графіту, шамоту, чистих металів у певних інтервалах температури), отримуємо таку лінійну крайову задачу на змінну Кірхгофа:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \frac{\partial \theta}{\partial Fo}, \quad (12)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} - \text{Bi}^* (\theta - \bar{T}_c^*) \right] \Big|_{\rho=1} = 0, \quad \theta \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \quad (13)$$

$$\theta \Big|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad (14)$$

де $\text{Bi}^* = (1 + \mu)\text{Bi}$, $\bar{T}_c^* = \bar{T}_c / (1 + \mu)$.

Розв'язок задачі (12)–(14), побудований за допомогою інтегрального перетворення Ганкеля нульового порядку, має вигляд [1]

$$\theta(\rho, \text{Fo}) = \text{Bi}^* \bar{T}_c^* \int_0^\infty K_0(\sigma, \rho) K_0(\sigma, 1) (1 - e^{-\sigma^2 \text{Fo}}) \frac{d\sigma}{\sigma}, \quad (15)$$

де

$$K_0(\rho, \sigma) = \frac{J_0(\sigma \rho) Z_Y(\sigma) - Y_0(\sigma \rho) Z_J(\sigma)}{\sqrt{Z_J^2(\sigma) + Z_Y^2(\sigma)}},$$

$$Z_Y(\sigma) = -Y_1(\sigma) \sin(\sigma A_s) - \frac{\text{Bi}^*}{\sqrt{1 + \text{Bi}^{*2}}} Y_0(\sigma),$$

$$Z_J(\sigma) = -J_1(\sigma) \sin(\sigma A_s) - \frac{\text{Bi}^*}{\sqrt{1 + \text{Bi}^{*2}}} J_0(\sigma),$$

$$A_s = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \text{Bi}_1^{*2}}}, \quad \text{Bi}_1^* = \text{Bi}^* + \frac{1}{2}, \quad (16)$$

$J_n(x)$, $Y_n(x)$ – функції Бесселя.

У випадку лінійної залежності коефіцієнта теплопровідності від температури $\lambda^*(T) = 1 - k\bar{T}$ із рівняння (8) отримуємо формулу для обчислення приросту температури

$$\bar{T} = k^{-1} (1 - \sqrt{1 - 2k\theta}). \quad (17)$$

При обчисленні температури за формулою (17), де змінна Кірхгофа має вигляд (15), невідомий параметр μ (який входить у вирази Bi^* і \bar{T}_c^*) підбираємо таким чином, щоб із заданою нами точністю виконувалася умова $T(\theta) = (1 + \mu)\theta$.

З метою перевірки достовірності розв'язку задачі теплопровідності (1)–(3), отриманого методом «лінеаризуючого параметра» із застосуванням інтегрального перетворення Ганкеля, знайдемо розв'язок задачі (9)–(11) чисельно. Для розв'язування задачі (9)–(11) на змінну Кірхгофа використаємо метод прямих. При побудові напівдискретної моделі цієї задачі похідні за радіальною координатою заміняємо скінченнорізнцевими співвідношеннями і застосовуємо спосіб підвищення порядку апроксимації [2]. Внаслідок цього отримуємо задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{d\theta_0}{d\text{Fo}} = \text{Bi} [\bar{T}(\theta_0) - \bar{T}_c] \left(1 - \frac{2}{h} \right) + \frac{2}{h^2} (\theta_1 - \theta_0),$$

$$\frac{d\theta_i}{d\text{Fo}} = \frac{1}{1 + ih} \left(\frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2h} \right) + \frac{\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}}{h^2}, \quad i = 1, \dots, n-1,$$

$$\frac{d\theta_n}{d\text{Fo}} = \frac{2}{h^2} (\theta_{n-1} - \theta_n),$$

$$\theta_i \Big|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad (18)$$

де $\theta_i = \theta(\rho_i, \text{Fo})$, $\rho_i = ih$ ($i = 0, \dots, n$; $h = 1/n$, h – крок рівномірної сітки, n – кількість точок розбиття відрізка $[1, \rho_n]$).

Розв'язок системи (18) знаходимо за допомогою формул диференціювання назад (методи Гіра зі стрічковою структурою матриці Якобі). Приріст температури в тілі знаходимо з (8) після знаходження значень змінної Кірхгофа $\theta_i = \theta(\rho_i, F_0)$, $i = 0, \dots, n$, знаючи конкретну залежність коефіцієнта теплопровідності від температури. Так, у розглянутому вище випадку його лінійної залежності від температури прирости температури \bar{T}_i обчислюємо за формулою (17).

Розв'язок відповідної задачі теплопровідності для безмежного нетермочутливого тіла з циліндричною порожниною співпадає з розв'язком задачі (18) при $\bar{T}(\theta) = \theta_0$.

Термопружний стан тіла з циліндричною порожниною завдяки симетрії тіла та температурного поля описується радіальним переміщенням і трьома відмінними від нуля компонентами тензора напружень, які знаходимо із розв'язку осесиметричної задачі термопружності для порожнистого циліндра [5], спрямувавши його зовнішній радіус до безмежності:

$$\{\bar{u}; \sigma_\rho; \sigma_\phi; \sigma_\zeta\} = \sum_{k=0}^{\infty} \{\bar{u}_k; \sigma_{\rho k}; \sigma_{\phi k}; \sigma_{\zeta k}\},$$

де відповідні складові переміщень і напружень є такими:

$$\bar{u}_0 = c_{10}\rho + \frac{c_{20}}{\rho} + \frac{1}{\rho}H^*(\rho) + \frac{1}{2}\left[\rho H_\psi^{(0)}(\rho) - \frac{1}{\rho}H_\psi^{(2)}(\rho)\right], \quad (19)$$

$$\sigma_{\rho 0} = \bar{G}(T)\left[c_{10} - \frac{1-2\nu(T)}{\rho^2}(c_{20} + H^*(\rho)) + H_\psi^+(\rho)\right], \quad (20)$$

$$\sigma_{\phi 0} = \bar{G}(T)\left[c_{10} + \frac{1-2\nu(T)}{\rho^2}(c_{20} + H^*(\rho)) - (1-2\nu(T))\Phi^*(T) + H_\psi^-(\rho)\right], \quad (21)$$

$$\sigma_{\zeta 0} = \bar{G}(T)\left[2c_{10}\nu(T) - (1-2\nu(T))\Phi^*(T) + \nu(T)H_\psi^{(0)}(\rho)\right], \quad (22)$$

$$\bar{u}_k = c_{1k}\rho + \frac{c_{2k}}{\rho} - \frac{1}{2}\left[\rho H_{k-1}^{(0)}(\rho) - \frac{1}{\rho}H_{k-1}^{(2)}(\rho)\right], \quad (23)$$

$$\sigma_{\rho k} = \bar{G}(T)\left[c_{1k} - c_{2k}\frac{1-2\nu(T)}{\rho^2} - H_{k-1}^+(\rho)\right], \quad (24)$$

$$\sigma_{\phi k} = \bar{G}(T)\left[c_{1k} + c_{2k}\frac{1-2\nu(T)}{\rho^2} - H_{k-1}^-(\rho)\right], \quad (25)$$

$$\sigma_{\zeta k} = \bar{G}(T)\left[2c_{1k}\nu(T) - \nu(T)H_{k-1}^{(0)}(\rho)\right], \quad k = 1, 2, \dots \quad (26)$$

Тут

$$H^*(\rho) = \int_1^\infty \xi^2 \Phi^*(\xi, F_0) d\xi, \quad \Phi^*(T) = \frac{1+\nu(T)}{1-\nu(T)} \int_{T_p}^T \alpha_t^*(T) dT \quad (T = T(\rho, F_0)),$$

$$H_\psi^{(m)}(\rho) = \int_1^\infty \xi^m \psi(T) \Phi^*(\xi, F_0) d\xi, \quad H_{k-1}^{(m)}(\rho) = \int_1^\infty \xi^m f_{k-1}(\xi, F_0) d\xi,$$

$$H_\eta^\pm(\rho) = \frac{1}{2}\left[H_\eta^{(0)}(\rho) \pm \frac{1-2\nu(T)}{\rho^2}H_\eta^{(2)}(\rho)\right], \quad \eta \in \{\psi, k-1\},$$

$$\psi(T) = \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\ln(\bar{G}(T)(1-\nu(T))) \right),$$

$$f_{k-1}(\rho, F_0) = \psi(T) \left(\frac{\partial \bar{u}_{k-1}}{\partial \rho} + m(T) \frac{\bar{u}_{k-1}}{\rho} \right),$$

$$m(T) = \frac{\frac{\partial}{\partial \rho}(\bar{G}(T)v(T))}{\frac{\partial}{\partial \rho}(\bar{G}(T)(1-v(T)))}, \quad \bar{G}(T) = \frac{G^*(T)}{1-2v(T)}.$$

Модуль зсуву G і температурний коефіцієнт лінійного розширення α_t подано у вигляді (4).

Сталі інтегрування c_{ik} , $i = 1, 2$, $k \geq 0$, визначаємо з умов задання на поверхні циліндричної порожнини $\rho = 1$ сталого тиску \bar{p} і зникання на безмежності радіальних напружень:

$$\sigma_{\rho k} \Big|_{\rho=1} = -\bar{p}\delta_{0k}, \quad \sigma_{\rho k} \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \quad (27)$$

де $\bar{p} = \frac{p}{2G_0\alpha_{t0}t_0}$, δ_{0k} – символ Кронекера.

Враховуючи, що $\lim_{\rho \rightarrow \infty} \Phi^*(T) = 0$ і $\lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{H^*(\rho)}{\rho^2} = 0$, знаходимо

$$c_{10} = -H_{\Psi}^+(\rho) \Big|_{\rho=\infty}, \quad c_{20} = \frac{1}{1-2v_1} \left[\frac{\bar{p}}{\bar{G}_1(T)} - H_{\Psi}^+(\rho) \Big|_{\rho=\infty} \right],$$

$$c_{1k} = H_{k-1}^+(\rho) \Big|_{\rho=\infty}, \quad c_{2k} = \frac{1}{1-2v_1} H_{k-1}^+(\rho) \Big|_{\rho=\infty}, \quad k = 1, 2, \dots,$$

де $v_1 = v(T) \Big|_{\rho=1}$, $\bar{G}_1(T) = \bar{G}(T) \Big|_{\rho=1}$.

Переміщення і температурні напруження в аналогічному нетермочутливому тілі з циліндричною порожниною обчислюємо за формулами

$$\bar{u}_{nt} = \frac{1+v_0}{1-v_0} \frac{1}{\rho} \int_1^{\infty} \rho \bar{T}_{nt} d\rho + c_1 \frac{\rho}{2} + \frac{c_2}{\rho}, \quad (28)$$

$$\sigma_{\rho} = \frac{1}{1-2v_0} \left[(1-v_0) \frac{\partial \bar{u}_{nt}}{\partial \rho} + v_0 \frac{\bar{u}_{nt}}{\rho} - (1+v_0) \bar{T}_{nt} \right], \quad (29)$$

$$\sigma_{\phi} = \frac{1}{1-2v_0} \left[v_0 \frac{\partial \bar{u}_{nt}}{\partial \rho} + (1-v_0) \frac{\bar{u}_{nt}}{\rho} - (1+v_0) \bar{T}_{nt} \right], \quad (30)$$

$$\sigma_{\zeta} = \frac{1}{1-2v_0} \left[v_0 \left(\frac{\partial \bar{u}_{nt}}{\partial \rho} + \frac{\bar{u}_{nt}}{\rho} \right) - (1+v_0) \bar{T}_{nt} \right], \quad (31)$$

де v_0 – значення коефіцієнта Пуассона при початковій температурі T_p , \bar{T}_{nt} – приріст температури в тілі за сталих теплофізичних характеристик матеріалу, які дорівнюють характеристикам матеріалу термочутливого тіла при температурі T_p . Сталі інтегрування c_1 , c_2 , визначені з умов $\sigma_{\rho} \Big|_{\rho=1} = -\bar{p}$, $\sigma_{\rho} \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = 0$, відповідно дорівнюють $c_1 = 0$ і $c_2 = \bar{p}$.

Числові дослідження. Досліджено напружено-деформований стан термочутливого простору з циліндричною порожниною, через поверхню якої відбувається конвективний теплообмін з середовищем сталої температури $t_c = 873$ К. Початкова температура тіла $t_p = 373$ К. За матеріал вибрано сталь У12, теплофізичні і механічні характеристики якої подано у вигляді $\chi(t) = \chi_0 \chi^*(T)$ в [14].

Проведені числові дослідження за допомогою створеного комплексу програм подано у вигляді графіків на рис. 1–5, де суцільні лінії відповідають залежним від температури характеристикам, штрихові – сталим, які дорівнюють їхнім значенням при заданій початковій температурі.

На рис. 1а наведено розподіл безрозмірної температури T уздовж радіальної координати в моменти часу $Fo = 0.1, 1$, а на рис. 1б – приріст температури \bar{T} на поверхні $\rho = 1$ циліндричної порожнини і при $\rho = 1.5$ в залежності від безрозмірного часу Fo . Обчислення показали повне співпадіння значень температури, отриманих методом «лінеаризуючого параметра» з використанням інтегрального перетворення Ганкеля, зі значеннями температури, отриманими чисельним методом, що свідчить про достовірність отриманих результатів.

Поряд з цим проведено числовий аналіз температурного поля в аналогічному нетермочутливому просторі. Максимальна розбіжність між значеннями температури в термочутливому і нетермочутливому просторах зі сталі У12 при $Bi = 1$ становить приблизно 8% і досягається на поверхні циліндричної порожнини при $Fo = 2$.

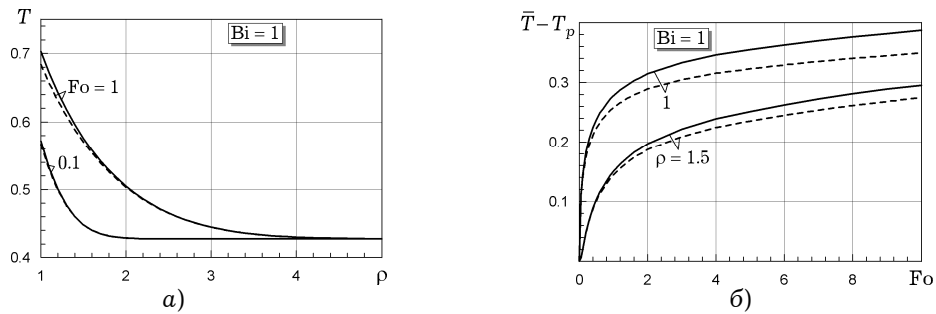


Рис. 1

Обчислені за формулами (19)–(26) перші три складові переміщення \bar{u} та напружень σ_ρ , σ_ϕ , σ_ζ показали добру практичну збіжність розв'язку задачі термопружності. При цьому встановили, що у випадку термочутливого матеріалу переміщення \bar{u} за відсутності силових навантажень приймає на поверхні циліндричної порожнини (рис. 2а) від'ємне значення, аналогічно як і для простору зі сферичною порожниною [13]. Для такого ж нетермочутливого простору, напружено-деформований стан якого обчислено за формулами (28)–(31), переміщення \bar{u}_{nt} на поверхні порожнини за відсутності силових навантажень приймає нульове значення.

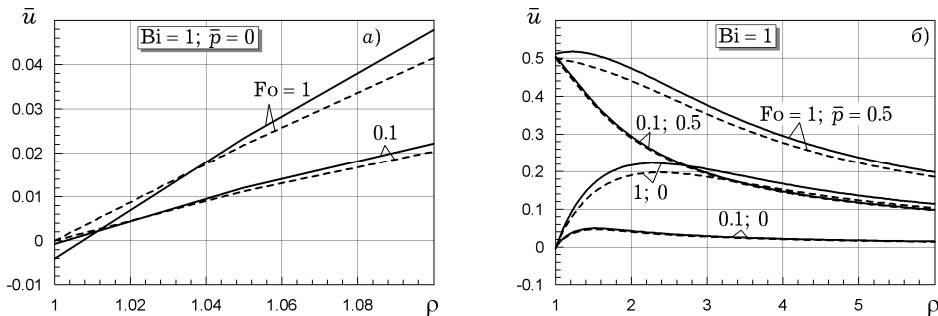


Рис. 2

На рис. 2б показано розподіли переміщень \bar{u} і \bar{u}_{nt} у термочутливому і нетермочутливому просторах (за відсутності ($\bar{p} = 0$) та наявності ($\bar{p} = 0.5$) силового навантаження) вздовж радіальної координати в моменти часу $Fo = 0.1, 1$. Для взятого матеріалу розбіжність між значеннями переміщень \bar{u} і \bar{u}_{nt} досягає максимального значення при $\rho \in [1.2, 2]$ і становить 2% для $Fo = 0.1$ при наявності тиску ($\bar{p} = 0.5$) на поверхні порожнини і 8% при його відсутності ($\bar{p} = 0$); для $Fo = 1$ – 7% за наявності ($\bar{p} = 0.5$) і 16% – за відсутності ($\bar{p} = 0$) тиску на поверхні циліндричної порожнини $\rho = 1$.

Аналогічно за відсутності ($\bar{p} = 0$) і наявності ($\bar{p} = 0.5$) тиску на поверхні порожнини проведено аналіз розподілу компонент тензора напружень σ_ρ , σ_ϕ , σ_ζ вздовж радіальної координати в моменти часу $Fo = 0.1, 1$, а також на поверхні $\rho = 1$ циліндричної порожнини і при $\rho = 1.5$ в залежності від безрозмірного часу Fo при врахуванні і неврахуванні термочутливості матеріалу, графіки яких зображено на рис. 3–5. Максимальна розбіжність між значеннями напружень σ_ρ в термочутливому і нетермочутливому просторах становить 55% за відсутності силового навантаження і 29% – при силовому навантаженні.

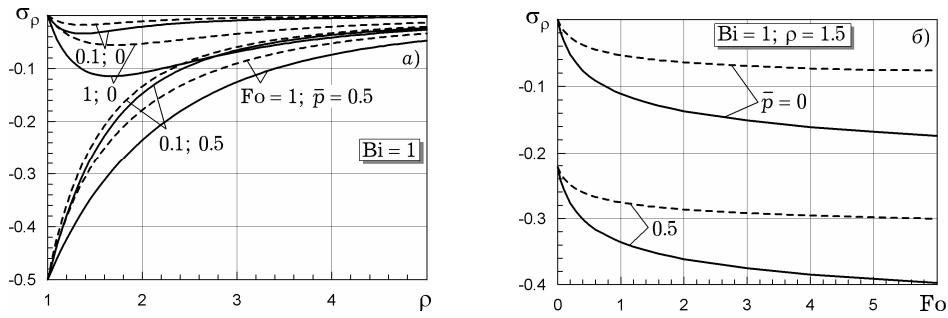


Рис. 3

На поверхні циліндричної порожнини максимальна розбіжність між значеннями напружень σ_ϕ в термочутливому і нетермочутливому просторах становить 20% за відсутності силового навантаження і 70% – при його наявності.

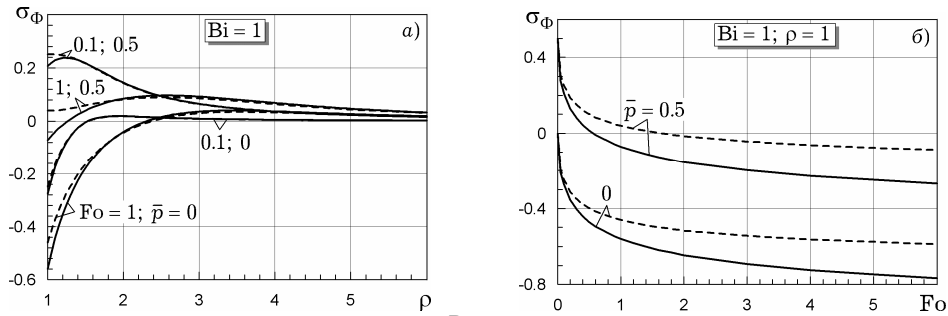


Рис. 4

Компонента σ_ζ тензора напружень уздовж радіальної координати приймає від'ємні значення. Встановлено, що максимальна розбіжність між значеннями напружень σ_ζ у термочутливому і нетермочутливому просторах з циліндричною порожниною становить 20% на поверхні циліндричної порожнини.

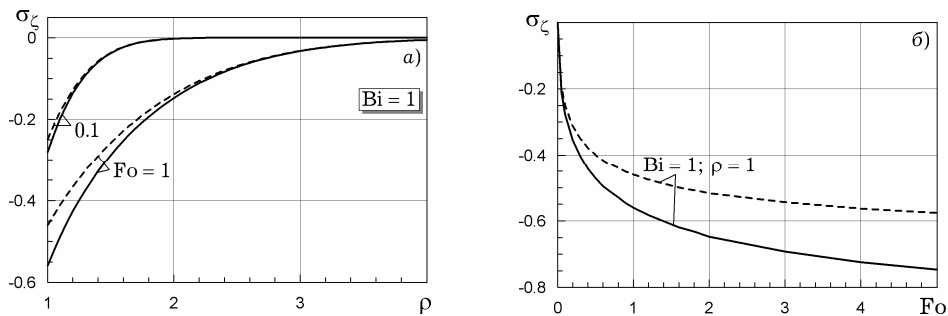


Рис. 5

Проведені дослідження показали важливість врахування залежності від температури характеристик матеріалу при визначенні напружено-деформованого стану тіла. При цьому встановлено також, що розбіжність між значеннями компонент напружено-деформованого стану, визначеними при врахуванні температурної залежності характеристик матеріалу, і без такого врахування, залежить від прикладених зовнішніх зусиль.

Дослідження частково підтримані в рамках наукових проектів за спільними конкурсами НАН України і РФФД (№ держреєстрації 0108U006250) та ДФФД України і Білоруського РФФД (проект № 29.2/009).

1. *Галицын А. С., Жуковский А. Н.* Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. – Киев: Наук. думка, 1976. – 282 с.
2. *Гарматій Г. Ю., Кутнів М. В., Попович В. С.* Числове розв'язування нестационарних задач теплопровідності термочутливих тіл при конвективному теплообміні // *Машинознавство*. – 2002. – № 1(55). – С. 21–25.
3. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. – Москва: Наука, 1964. – 487 с.
4. *Коляно Ю. М.* Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – Киев: Наук. думка, 1992. – 280 с.
5. *Кушнір Р. М., Попович В. С.* Напружений стан термочутливого тіла обертання при плоскому осесиметричному температурному полі // *Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер. Механіка*. – 2006. – № 2/2. – С. 91–96.
6. *Ломакин В. А.* Теория упругости неоднородных тел. – Москва: Изд-во МГУ, 1976. – 367 с.
7. *Паркус Г.* Неустановившиеся температурные напряжения. – Москва: Физматгиз, 1963. – 252 с.
8. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М.* Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. – Киев: Наук. думка, 1972. – 308 с.
9. *Попович В. С.* О решении задач теплопроводности термочувствительных тел, нагреваемых путем конвективного теплообмена // *Мат. методы и физ.-мех. поля*. – 1988. – Вып. 28. – С. 83–86.
10. *Попович В. С.* О решении нестационарных задач теплопроводности термочувствительных тел, нагреваемых путем конвективного теплообмена // *Инж.-физ. журн.* – 1987. – **53**, № 4. – С. 675–676.
11. *Попович В. С.* О решении стационарных задач теплопроводности контактирующих термочувствительных тел // *Мат. методы и физ.-мех. поля*. – 1989. – Вып. 29. – С. 51–55.
12. *Попович В. С., Гарматій Г. Ю.* Нестационарна задача теплопровідності для термочутливого простору зі сферичною порожниною // *Мат. методи и физ.-мех. поля*. – 1994. – Вып. 37. – С. 100–104.
13. *Попович В. С., Гарматій Г. Ю., Вовк О. М.* Термопружний стан термочутливого простору зі сферичною порожниною за умов конвективно-променевого теплообміну // *Мат. методи та физ.-мех. поля*. – 2006. – **49**, № 3. – С. 168–176.
14. *Попович В. С., Гарматій Г. Ю., Вовк О. М.* Термопружний стан термочутливої порожнистої кулі за умов конвективно-променевого теплообміну з довкіллям // *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. – 2006. – **42**, № 6. – С. 39–48.
15. *Попович В. С., Сулим Г. Т.* Центральна-симетрична квазістатична задача термопружності термочутливого тіла // *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. – 2004. – **40**, № 3. – С. 62–68.
16. *Тимошенко С. П., Гудьер Дж.* Теория упругости. – Москва: Наука, 1975. – 575 с.
17. *Argeso H., Eraslan A. N.* A simple computational model for unified treatment of a class of plane strain thermoplastic stress problems // *Proc. 6th Int. Congr. Therm. Stresses (26–29 May 2005, Vienna, Austria)* / Eds. F. Ziegler, R. Heuer, C. Adam. – Vienna: Vienna University of Technology, 2005. – Vol. 1. – P. 203–206.
18. *Duda P., Taler J.* Stabilization of solution of an inverse heat conduction problem // *Proc. 6th Int. Congr. Therm. Stresses (26–29 May 2005, Vienna, Austria)* / Eds. F. Ziegler, R. Heuer, C. Adam. – Vienna: Vienna University of Technology, 2005. – Vol. 2. – P. 485–488.
19. *Skrzypek J., Egnér H., Kula M.* Numerical analysis of a plane-stress tbc-fgm-substrate system under thermal loading // *Proc. 7th Int. Congr. Therm. Stresses (4–7 June 2007, Taipei, Taiwan)* / Eds. C. K. Chao and C. Y. Lin. – Taiwan: National Taiwan University of Science and Technology, 2007. – Vol. 1. – P. 93–100.
20. *Zhang X. Z., Kitipornchai S., Liew K. M., Lim C. W., Peng L. X.* Thermal stresses around a circular hole in a functionally graded plate // *J. Thermal Stresses*. – 2003. – **26**. – P. 379–390.

**ТЕРМОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ БЕСКОНЕЧНОГО
ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ТЕЛА С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ
ПОЛОСТЬЮ ПРИ УСЛОВИИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА**

Найдено решение несвязанной квазистатической задачи термоупругости для безграничного термочувствительного тела с цилиндрической полостью, поверхность которой нагружена постоянным давлением и через нее происходит конвективный теплообмен со средой постоянной температуры. Исследовано влияние термочувствительности материала тела на величину и характер распределения температуры, перемещений и компонент тензора напряжений.

**THERMOELASTIC STATE OF UNBOUNDED
THERMOSENSITIVE BODY WITH CYLINDRICAL CAVITY
UNDER CONDITION OF CONVECTIVE HEAT EXCHANGE**

The solution to quazistatic uncoupled problem of thermoelasticity for unbounded thermosensitive body with cylindrical cavity, the surface of which is loaded by constant pressure and through it the convective heat exchange with the environment of constant temperature takes place, is obtained. The influence of thermosensitive body material on the value of temperature and character of its distribution, displacements and stress tensor components is studied.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
09.04.09