

ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ ШАРУ З ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ ЗА УМОВ ДІЇ ЗОВНІШНЬОГО ТЕПЛОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

На підставі виразу для індикатриси розсіяння окремого волокна отримано співвідношення, що моделюють радіаційні властивості волокнистих композитів. Розраховано температурний стан шару з такого матеріалу за умов дії теплового випромінювання. Досліджено залежності розподілів температури від об'ємної частки волокон у композиті, їхньої відбивальної здатності та розміру.

1. Вступ. Композитні матеріали широко використовуються в сучасній техніці для різноманітних цілей. Зауважимо, що під терміном композитний розуміємо матеріал, що є «внутрішньо» неоднорідним, тобто таким, що складається з твердого каркасу (матриці), в якому знаходяться макроскопічні включення іншого матеріалу, переважно у формі волокон (циліндричних об'єктів) чи об'єктів сферичної форми. Найбільш поширеного застосування композити набули як теплоізоляційні матеріали, а також як матеріали, що витримують значні температурні навантаження, наприклад, у котлах, бойлерах, елементах космічної техніки [7–9]. Крім того, композитні матеріали зараз успішно замінюють метали як традиційні матеріали з високими механічними характеристиками, оскільки, маючи принаймні не гірші механічні властивості, композити переважно є легшими, що зазвичай є безсумнівною перевагою.

Відомо, що в нагрітих тілах значний внесок у перенос енергії належить переносу випромінюванням. Проте в композитних матеріалах, створених для теплоізоляції, перенос енергії випромінюванням є суттєвим при помірних і навіть кімнатних температурах. Останні дослідження свідчать про те, що внесок випромінювання в перенос енергії у композитах при 300–400 К становить до 50% [8]. Таким чином, у композитних матеріалах, поряд з розглядом енергообміну теплопровідністю і конвекцією, необхідним є також дослідження і врахування переносу енергії випромінюванням. Крім того, важливим є також більш детальне дослідження механізмів переносу випромінювання в композитах як суттєво неоднорідних матеріалах.

Для випромінювання композитний матеріал є неоднорідним поглинаючим і розсіюючим середовищем. У літературі існує два основних напрями дослідження та опису взаємодії випромінювання з композитними матеріалами. В рамках одного з них розробляються методи розв'язування задач переносу випромінювання в поглинаючих, розсіюючих і випромінюючих середовищах. Індикатриса розсіяння та інші характеристики розсіяння вважаються відомими, причому переважно індикатриса береться для релеївського розсіяння [5, 6], що спрощує процес отримання розв'язку. У рамках іншого напрямку зусилля дослідників спрямовані на моделювання радіаційних характеристик композитів залежно від їхньої внутрішньої будови, тобто залежно від матеріалу, форми та об'ємної частки макровключень [7–12]. Існує незначна кількість робіт [3, 11, 12], у яких перенос випромінювання в розсіюючому середовищі (яким є композит) досліджується з урахуванням конкретної внутрішньої будови середовища і відповідно змодельованих його радіаційних характеристик. Але і в цих роботах дослідники обмежуються лише розв'язуванням рівняння переносу випромінювання, тобто отримують розподіли інтенсивності та потоків випромінювання в композиті.

З огляду на згаданий вище вплив випромінювання на перенос енергії в композитному матеріалі, а також на значні температурні навантаження, при яких часто використовуються композити, доцільно було б також дослі-

дити температурний стан композитного матеріалу за умов дії випромінювання. Ця робота присвячена моделюванню радіаційних характеристик волокнистих композитів та розрахунку розподілів інтенсивності випромінювання і температури в композиті залежно від об'ємної частки волокон у ньому.

2. Моделювання радіаційних характеристик волокнистих композитів.

Загальний підхід до моделювання радіаційних властивостей волокнистих композитів зводиться до двох етапів. Спочатку моделюється індикатриса розсіяння окремого волокна. На другому етапі шляхом врахування внесків від окремих волокон отримується вираз для індикатриса розсіяння елементарного об'єму волокнистого середовища, а також вирази для інших характеристик розсіяння, таких як коефіцієнт, переріз та ефективність розсіяння. При отриманні виразу для індикатриса розсіяння волокнистого середовища враховується розподіл волокон за розміром і напрямками.

2.1. Розсіяння випромінювання окремим волокном. Якщо довжина волокна значно перевищує його діаметр, то з погляду взаємодії з випромінюванням таке волокно можна моделювати нескінченним циліндром [3]. Традиційний підхід до опису розсіяння випромінювання нескінченним циліндром полягає у застосуванні розв'язків рівнянь Пуассона в циліндричних координатах для напруженостей електричного й магнітного полів (ці рівняння отримуються з рівнянь Максвелла). Невідомі коефіцієнти в розв'язку отримуються з умов збереження енергії і неперервності складових напруженостей полів на поверхні циліндра. Зокрема, розв'язок скалярного хвильового рівняння у циліндричних координатах має вигляд [2]

$$\psi_n = \exp(in\eta) J_n \left(r \sqrt{m^2 k^2 - h^2} \right) \exp(i(\omega t - hz)). \quad (1)$$

Тут J_n – функція Бесселя n -го порядку; r – координата в площині, перпендикулярній до осі циліндра, а η – кут у цій площині; z – координата вздовж циліндра; ω – циклічна частота; m – комплексний показник заломлення; $k = |\mathbf{k}|$ – модуль хвильового вектора в напрямі поширення електромагнітної хвилі; $h = k_z = |\mathbf{k}| \sin \alpha_0$ – проекція хвильового вектора на вісь z , де α_0 – кут падіння на циліндр. Переходячи відомим чином [2] від розв'язку скалярного хвильового рівняння в циліндричних координатах до розв'язку векторного рівняння при нормальному падінні електромагнітної хвилі на циліндр, для компоненти E_z розв'язок отримаємо у вигляді

$$E_z = mk \exp(i(\omega t - k_z z)) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \exp(in\eta) b_n H_n(kr), \quad (2)$$

$$b_n = \frac{m J'_n(y) J_n(x) - J_n(y) J'_n(x)}{m J'_n(y) H_n(x) - J_n(y) H'_n(x)}, \quad x = ka, \quad y = mka.$$

Тут a – радіус циліндра; штрих означає похідну; H_n – функція Ганкеля n -го порядку, для якої при достатньо великих r маємо

$$H_n(kr) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(i\left(-kr + (2n+1)\frac{\pi}{4}\right)\right).$$

У цьому випадку для z -компоненти напруженості електричного поля (інші компоненти дорівнюють нулеві) вираз (1) набуде вигляду

$$E_z \approx mk \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(i\left(\omega t - kr - k_z z + \frac{\pi}{4}\right)\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n b_n \exp(in\eta). \quad (3)$$

У цьому виразі величина, що стоїть перед сумою не залежить від кута, а лише від координати і часу. Таким чином, сума у виразі (3) є амплітудою

E_z^A напруженості E_z електромагнітної хвилі. Позначимо $E^A \equiv E_z^A$. Тоді

$$E^A(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n b_n \exp(in\eta). \quad (4)$$

Отже, інтенсивність електромагнітної хвилі, розсіяної на циліндрі, має вигляд

$$I_{\text{cyl}}^{\text{sc}} = [E^A(\eta)]^2. \quad (5)$$

Цей вираз для інтенсивності випромінювання виведено для випадку нормального падіння на циліндр. Проте він є правильним і для довільного кута падіння. Це впливає із розгляду граничних умов на поверхні циліндра, які враховують баланс падаючої, розсіяної і поглинутої хвилі, тобто із відомих співвідношень Френеля. Останні встановлюють, зокрема, що кут відбивання дорівнює куту падіння. Таким чином, користуючись співвідношенням (5), можемо обчислити інтенсивність випромінювання, розсіяного циліндром в локальні кути α і η , пов'язані з ним (α – кут між напрямом падаючого випромінювання і віссю циліндра, а η – кут у площині, перпендикулярній до осі циліндра).

Величина $ka = \pi d/\lambda$ у співвідношенні $y = mka$ називається параметром розміру (size parameter) [2]. Він може змінюватись у широких межах залежно від співвідношення між діаметром волокна та довжиною хвилі падаючого випромінювання. Значення параметра розміру суттєво впливає на необхідну кількість членів ряду для отримання збіжного розв'язку, а саме, зі зростанням величини $\pi d/\lambda$ кількість необхідних членів ряду зростає. При певних значеннях $\pi d/\lambda$ співвідношення (5) стає непридатним для обчислення індикатриси розсіяння, і тому в літературі було запропоновано кілька суто математичних підходів, що вирішують цю проблему, які, однак, роблять співвідношення для визначення індикатриси розсіяння (котрі і так є громіздкими) ще більш складними. Геометрико-фізична картина процесу розсіяння окремим циліндром стає при цьому ще більш нечіткою. Тому зусилля дослідників були спрямовані на пошук інших підходів, які не є такими загальними проте простішими в певних діапазонах зміни параметра розміру. Зокрема, був запропонований підхід, що базується на методах геометричної і хвильової оптики [13]. Розглянемо його детальніше.

Оптичний підхід до опису розсіяння випромінювання є більш наочний, ніж електромагнітний і при цьому він оперує простішим математичним апаратом. Взагалі кажучи, розсіяння випромінювання можна означити, як зміну напрямку його первісного поширення. Причини такої зміни можуть бути різними. У випадку розсіяння випромінювання циліндром, яким моделюється волокно в композитному матеріалі, причинами розсіяння є відбивання випромінювання від поверхні волокна та дифракція на волокну як на прямокутній щілині. Тоді сумарна інтенсивність випромінювання, розсіяного волокном у напрям (α, η) , визначається сумою інтенсивності випромінювання, розсіяного внаслідок відбивання від його поверхні ($I^{\text{ref}}(\alpha, \eta)$), і дифракції на ньому ($I^{\text{dif}}(\alpha, \eta)$) [13]

$$I^{\text{sc}}(\alpha, \eta) = I^{\text{ref}}(\alpha, \eta) + I^{\text{dif}}(\alpha, \eta). \quad (6)$$

2.2. Дифракція випромінювання на волокну. Розглянемо дифракцію випромінювання на прямокутній щілині скінченних розмірів. Нехай на щілину падає випромінювання під певним кутом. Напруженість електричного поля в напрямі, що визначається кутами α та η за щілиною, подається співвідношенням [1]

$$E = E^A d_x \frac{\sin \beta}{\beta} \exp(i\omega t), \quad \beta = \frac{\pi d_x}{\lambda} \sin \eta \sin \alpha. \quad (7)$$

Тут α – кут між напрямом вздовж щілини і напрямом поширення випромінювання за нею, η – кут в площині, перпендикулярній до поздовжньої осі щілини; d_x – ширина щілини. Співвідношення (7) отримано внаслідок інтегрування внесків від усіх точок x щілини при певному значенні координати y вздовж щілини. Щоб отримати значення напруженості електричного поля внаслідок дифракції від усієї щілини, треба проінтегрувати співвідношення (7) по довжині щілини d_y . Здійснюючи інтегрування, як і при отриманні (6), будемо мати

$$E_{\alpha\eta} = E^A d_x d_y \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\sin \gamma}{\gamma} \exp(i\omega t), \quad \gamma = \frac{\pi d_y}{\lambda} \cos \alpha. \quad (8)$$

У цьому виразі величина E^A визначає амплітудне значення напруженості поля, створюваного точкою (x, y) щілини. Переходячи до інтенсивності випромінювання, зі співвідношення (8) отримаємо

$$I^{\text{dif}}(\alpha, \eta) = I_0 d_x d_y \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} \right)^2. \quad (9)$$

Тут I_0 – інтенсивність падаючого випромінювання. Таким чином, співвідношення (9) визначає інтенсивність випромінювання в напрямі (α, η) за волокном скінченних розмірів при падінні на нього випромінювання інтенсивності I_0 .

Зауважимо, що співвідношення (9) правильно описує інтенсивність розсіяного випромінювання за умови, що в площині щілини випромінювання є когерентним, тобто вся різниця ходу виникає за щілиною.

Розглянемо граничний випадок, коли довжина щілини набагато перевищує її ширину. При наближенні d_y до нескінченності значення γ теж прямує до нескінченності для всіх кутів $\mu = \pi/2 - \alpha$, крім випадку $\mu = 0$, оскільки тоді $\gamma = 0$, а $\frac{1}{\gamma} \sin \gamma = 1$. Тобто при нормальному падінні на нескінченне волокно (кут падіння $\alpha_0 = \pi/2$) інтенсивність розсіяного випромінювання матиме ненульове значення лише для кута $\alpha = \pi/2$, тобто розсіється у той самий кут (кут падіння дорівнює куту розсіяння). Можна показати, що рівність цих кутів має місце для довільного кута падіння. Отже, при падінні випромінювання на нескінченне волокно під кутом α_0 інтенсивність розсіяного ним (одиницею довжини волокна) внаслідок дифракції випромінювання у напрям, що визначається кутами $\alpha = \alpha_0$ та η , подається виразом ($d_x \equiv d$, d – діаметр волокна)

$$I^{\text{dif}}(\alpha, \eta) = I_0 d \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \eta \sin \alpha. \quad (10)$$

Інтенсивність випромінювання, розсіяного волокном внаслідок відбивання від поверхні волокна, визначається співвідношенням [13]

$$I^{\text{ref}}(\alpha, \eta) = I_0 \frac{d}{4} \rho \sin \alpha \cos \left(\frac{\pi - \eta}{2} \right). \quad (11)$$

Таким чином, в рамках оптичного підходу інтенсивність випромінювання, розсіяного волокном, визначається співвідношеннями (6), (10) та (11). Вони є основою для визначення фазової функції окремого волокна та волокнистого середовища.

Індикатриса розсіяння визначається як відношення інтенсивності випромінювання, розсіяного об'єктом в певний кут, до усередненої за напрямками інтенсивності, розсіяної в усі кути. Індикатриса розсіяння окремого

волокна, яке моделюється нескінченним циліндром, подається виразом

$$\Phi(\alpha, \eta) = \frac{I(\alpha, \eta)}{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\alpha, \eta) d\eta}, \quad (12)$$

де $I(\alpha, \eta) \equiv I^{sc}(\alpha, \eta)$ визначається співвідношенням (6), (10) та (11). Індикатриса розсіяння волокнистого середовища (волокнистого композита) повинна враховувати внески усіх волокон, що знаходяться в елементарному об'ємі середовища. Ці внески залежать від розміру волокон та їхньої орієнтації у середовищі. Нехай N_v визначає кількість волокон в одиниці об'єму. Тоді кількість волокон в ньому, що мають радіус в діапазоні $r \div r \pm dr$, виразиться як $N_v^r(r) = N_v f_r(r) dr$, де $f_r(r)$ – відповідна густина ймовірності. Враховуючи також розподіл волокон за напрямками, кількість волокон в одиниці об'єму, що мають радіус в діапазоні $r \div r \pm dr$ та орієнтовані в діапазоні тілесного кута $\Omega_f \div \Omega_f \pm d\Omega_f$, подамо у вигляді

$$N_v^{r\Omega_f}(r, \Omega_f) = N_v f_r(r) dr f_{\Omega_f}(\Omega_f) d\Omega_f,$$

де $f_{\Omega_f}(\Omega_f)$ – густина розподілу за напрямками. Таким чином, в загальному випадку індикатриса розсіяння волокнистого композитного середовища матиме вигляд

$$\Phi^m = \frac{\int_{r_1}^{r_2} \int_{\Omega_f} I(\alpha, \eta) N_v f_{\Omega_f}(\Omega_f) d\Omega_f f_r(r) dr}{\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_{sc}} \left\{ \int_{r_1}^{r_2} \int_{\Omega_f} I(\alpha, \eta) N_v f_{\Omega_f}(\Omega_f) d\Omega_f f_r(r) dr \right\} d\Omega_{sc}}. \quad (13)$$

Тут Ω_{sc} – тілесний кут в напрямі розсіяння. Індикатриса розсіяння волокнистого середовища фігурує в рівнянні переносу випромінювання, і тому вона не повинна виражатися через локальні кути пов'язані з волокном, а лише через глобальні кути системи координат, в якій записане рівняння переносу. Тому інтенсивність випромінювання, яка у співвідношенні (13) визначається через локальні кути α та η , повинна бути виражена через глобальні кути.

Розглянемо загальний просторовий випадок. Позначимо азимутальний кут через ω , а полярний через ξ . Ці кути для напрямку волокна, падаючого та розсіяного випромінювання матимуть відповідно індекси f, inc та sc . Індикатриса розсіяння волокнистого композита тоді матиме вигляд

$$\Phi^m(\xi_{inc}, \omega_{inc}; \xi_{sc}, \omega_{sc}) = \frac{\int_{r_1}^{r_2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} i(\xi_{inc}, \omega_{inc}; \xi_{sc}, \omega_{sc}; \xi_f, \omega_f) N(r) f_{\omega_f}(\omega_f) f_{\xi_f}(\xi_f) d\omega_f \sin \xi_f d\xi_f dr}{\int_{r_1}^{r_2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} C(\xi_{inc}, \omega_{inc}; \xi_f, \omega_f) N(r) f_{\omega_f}(\omega_f) f_{\xi_f}(\xi_f) d\omega_f \sin \xi_f d\xi_f dr}. \quad (14)$$

Тут позначено $N(r) = N_v f_r(r)$, $i = I/(4\pi I_0)$.

Величина $C(\xi_{inc}, \omega_{inc}; \xi_f, \omega_f)$ у знаменнику останнього виразу називається перерізом розсіяння для волокна і визначається співвідношенням

$$C(\xi_{\text{inc}}, \omega_{\text{inc}}; \xi_f, \omega_f) = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} I(\xi_{\text{inc}}, \omega_{\text{inc}}; \xi_f, \omega_f; \xi_{\text{sc}}, \omega_{\text{sc}}) d\omega_{\text{sc}} \sin \xi_{\text{sc}} d\xi_{\text{sc}}, \quad (15)$$

а вираз у знаменнику співвідношення (14) називається коефіцієнтом σ розсіяння волокнистого середовища:

$$\sigma = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} C(\xi_{\text{inc}}, \omega_{\text{inc}}; \xi_f, \omega_f) N(r) f_{\omega_f}(\omega_f) f_{\xi_f}(\xi_f) d\omega_f \sin \xi_f d\xi_f dr. \quad (16)$$

Як бачимо, коефіцієнт розсіяння є функцією кута падіння. Фізичний зміст коефіцієнта розсіяння є аналогічним до змісту коефіцієнта поглинання – він визначається відношенням сумарного випромінювання, розсіяного в усі напрямки при проходженні шляху $d\ell$ в середовищі, до падаючого випромінювання:

$$\sigma = - \frac{1}{d\ell} \frac{dI^{\text{sc}}}{I_0}. \quad (17)$$

Між кутами α, η та ξ, ω існують співвідношення [9]

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= (\mathbf{r}_{\text{inc}} \cdot \mathbf{r}_f) = \sin \xi_{\text{inc}} \sin \xi_f \cos(\omega_{\text{inc}} - \omega_f) + \cos \xi_{\text{inc}} \cos \xi_f, \\ \cos \eta &= \cos \beta - \cos^2 \alpha, \\ \cos \beta &= (\mathbf{r}_{\text{inc}} \cdot \mathbf{r}_{\text{sc}}) = \sin \xi_{\text{inc}} \sin \xi_{\text{sc}} \cos(\omega_{\text{inc}} - \omega_{\text{sc}}) + \cos \xi_{\text{inc}} \cos \xi_{\text{sc}}. \end{aligned}$$

Тут β – кут між падаючим і розсіяним випромінюванням.

3. Визначення температурного стану волокнистого композита за умов дії випромінювання. Рівняння переносу випромінювання в поглинаючому та розсіюючому середовищі, яким і є композит, при нехтуванні власним випромінюванням має вигляд [5]

$$\frac{dI}{ds} = -(a + \sigma)I + \frac{\sigma}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\Omega_{\text{inc}}) \Phi(\Omega_{\text{inc}}, \Omega) d\Omega_{\text{inc}}. \quad (18)$$

Тут \mathbf{s} – одиничний вектор в напрямі поширення випромінювання, a – коефіцієнт поглинання середовища. Якщо в останньому рівнянні перейти до таких величин, як оптичний шлях $\tau = (a + \sigma)\mathbf{s}$ та альbedo $\Lambda = \sigma/(a + \sigma)$, то рівняння переносу набуде вигляду

$$\frac{dI}{d\mathbf{s}} = -I + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\Omega_{\text{inc}}) \Phi(\Omega_{\text{inc}}, \Omega) d\Omega_{\text{inc}}. \quad (19)$$

В одновимірному випадку нескінченного шару шлях уздовж вектора напрямку \mathbf{s} виразиться як $z/\cos \xi$ і рівняння переносу перепишемо так:

$$\cos \xi \frac{dI(z)}{dz} = -I(z) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(z, \Omega_{\text{inc}}) \Phi(\Omega_{\text{inc}}, \Omega) d\Omega_{\text{inc}}. \quad (20)$$

Тут z – координата вздовж товщини шару, а індикатриса розсіяння виражається співвідношенням (14). Припустимо, що всі волокна мають однаковий радіус. Тоді множник, пов'язаний із об'ємною концентрацією волокон, у співвідношенні (14) скоротиться, і вираз для індикатрисы розсіяння спроститься до вигляду

$$\begin{aligned} \Phi^{\text{m}}(\xi_{\text{inc}}, \omega_{\text{inc}}; \xi_{\text{sc}}, \omega_{\text{sc}}) &= \\ &= \frac{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} i(\xi_{\text{inc}}, \omega_{\text{inc}}; \xi_{\text{sc}}, \omega_{\text{sc}}; \xi_f, \omega_f) f_{\omega_f}(\omega_f) f_{\xi_f}(\xi_f) d\omega_f \sin \xi_f d\xi_f}{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} C(\xi_{\text{inc}}, \omega_{\text{inc}}; \xi_f, \omega_f) f_{\omega_f}(\omega_f) f_{\xi_f}(\xi_f) d\omega_f \sin \xi_f d\xi_f}. \end{aligned} \quad (21)$$

Якщо волокна хаотично розподілені по об'єму композита чи в площині, паралельній до основ шару, то індикатриса розсіяння не залежатиме від азимутального кута ω_{inc} і рівняння переносу (20), враховуючи, що $d\Omega_{inc} = \sin \xi_{inc} d\xi_{inc} d\omega_{inc}$, спроститься до вигляду

$$\mu \frac{dI(z, \mu)}{dz} = -I(z, \mu) + \frac{\Lambda}{2} \int_{-1}^1 I(z, \mu_{inc}) \Phi(\mu_{inc}, \mu) d\mu_{inc}. \quad (22)$$

Приймається, що значення інтенсивності випромінювання на границях шару в початковий момент часу відомі.

Можна показати, що коефіцієнт поглинання композитного матеріалу у випадку, коли волокна хаотично розміщені в площині, паралельній до основ шару, визначається зі співвідношення

$$a = a_f f_v + a_M (1 - f_v).$$

Тут a_f , a_M – коефіцієнти поглинання матеріалів волокна та матриці; f_v – об'ємна частка волокон в композиті.

Температурний стан шару визначаємо з системи рівнянь, що складається з рівняння переносу випромінювання (22) та одновимірного рівняння теплопровідності, з відповідними крайовими умовами. Припускаємо, що границі шару дзеркально відбивають випромінювання і знаходяться за умов конвективного теплообміну із навколишнім середовищем. Оскільки в рівнянні переносу не враховується власне випромінювання матеріалу, а коефіцієнти поглинання і розсіяння не залежать від температури, то система рівнянь переносу випромінювання і теплопровідності стає незв'язаною. Тоді спочатку з рівняння переносу визначаємо інтенсивність випромінювання, що дозволить нам означити джерела тепла (внаслідок дії випромінювання) в рівнянні теплопровідності, а потім з рівняння теплопровідності визначаємо температурний стан шару з композитного матеріалу [4].

Рівняння переносу випромінювання розв'язуємо методом дискретних ординат [3, 11], а рівняння теплопровідності – методом скінченних різниць. Розглядаємо композитний матеріал зі скляною матрицею і волокнами із кремнію. Необхідні для обчислень радіаційні та теплофізичні характеристики скла подано в [4], а кремнію – в [12].

Числові дослідження здійснювались для шару товщини 1 см. Розрахунки проводились з метою встановлення тенденцій впливу об'ємної частки волокон, їхнього розміру та відбивальної здатності на розподіл температури у волокнистому композитному матеріалі. Усі графіки описують усталений в часі розподіл температури по товщині шару (z – безрозмірна координата) за умов дії джерела зовнішнього теплового випромінювання [4], нагрітого до температури 1000К.

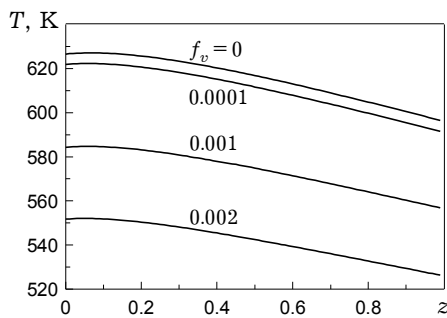


Рис. 1

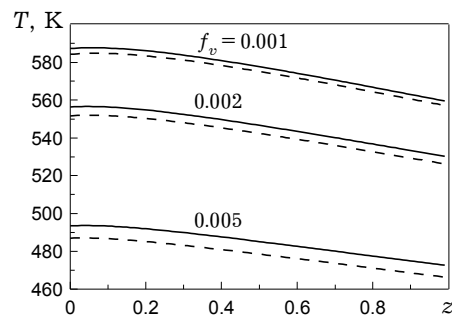


Рис. 2

На рис. 1 наведено залежність температури для значень об'ємної частки $f_v = 0, 0.0001, 0.001, 0.002$. Спостерігається тенденція до зниження температури шару зі збільшенням частки волокон в ньому. Це можна пояснити

тим, що збільшення кількості волокон спричиняє зростання частки розсіяного випромінювання, внаслідок чого зменшується частка поглинутого випромінювання і відповідно зменшується величина джерел тепла в рівнянні теплопровідності.

На рис. 2 порівнюються розподіли температури для значень об'ємної частки волокон $f_v = 0.001, 0.002, 0.005$ при значеннях коефіцієнта відбивання поверхні волокна $\rho_f = 0.05$ (суцільні криві) та $\rho_f = 0.2$ (штрихові криві). Як бачимо, різниця в значеннях температур при об'ємній частці волокон $f_v = 0.001$ є незначною; вона зростає при збільшенні кількості волокон і при подальшому зростанні об'ємної частки (на рисунку не наведено) вона знову спадає.

На рис. 3 зображено розподіли температури при значеннях діаметра волокна $d = 1$ мкм (суцільні криві) і $d = 2$ мкм (штрихові криві) для об'ємних часток волокон $f_v = 0.0001$ і $f_v = 0.01$. Таким чином, чим більший діаметр волокон при тій самій їхній об'ємній частці, тим нижча температура, до якої нагрівається волокнистий композит, причому ця різниця температур зростає при збільшенні абсолютного значення об'ємної частки волокон.

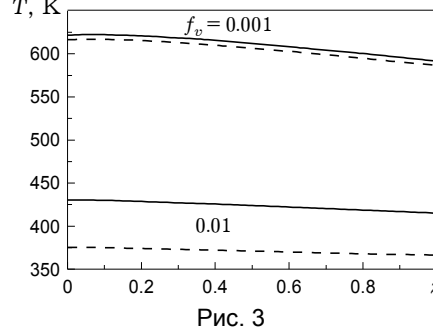


Рис. 3

Висновки. У роботі досліджено особливості впливу зовнішнього теплового випромінювання на тепловий стан волокнистого композитного матеріалу залежно від об'ємної частки волокон в композиті, їхнього діаметра та відбивальної здатності. Показано, що вказані параметри композита в цілому і волокон зокрема суттєво впливають на розподіл температури в композиті. Це теоретично підтверджує можливість застосування волокнистих композитів як теплоізоляційних матеріалів, оскільки змінюючи параметри волокон, можна отримати матеріали з необхідними властивостями. У той же час для більш точного опису теплового стану волокнистого композита необхідно детальніше моделювати його теплові характеристики (у цій роботі використано певні усереднені значення).

1. Бутиков Е. И. Оптика. – Москва: Высш. шк., 1986. – 512 с.
2. Хьюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. – Москва: Изд-во иностр. лит., 1961. – 537 с.
3. Fiveland W. A. Discrete ordinate methods for radiative heat transfer in isotropically and anisotropically scattering media // ASME J. Heat Transfer. – 1987. – **109**. – P. 809–812.
4. Gachkevich A., Terletsii R., Kournyts'kyi T. Investigation of molecular gas admixture diffusion, heat transfer and stress state in amorphous solid subjected to thermal infrared radiation // Int. J. Eng. Sci. – 2002. – **40**. – P. 829–857.
5. Guo Z., Maruyama S. Radiative heat transfer in inhomogeneous, nongray, and anisotropically scattering media // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2000. – **43**. – P. 2325–2336.
6. Kim T.-K., Lee H. Effect of anisotropic scattering on radiative heat transfer in two-dimensional rectangular enclosures // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 1988. – **31**, No. 8. – P. 1711–1721.
7. Lee S. C. Effect of fiber orientation on thermal radiation in fibrous media // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 1989. – **32**, No. 2. – P. 311–319.
8. Lee S. C. Radiation heat-transfer model for fibers oriented parallel to diffuse boundaries // J. Thermophys. and Heat Transfer. – 1988. – **2**, No. 4. – P. 303–308.
9. Lee S. C. Radiative transfer through a fibrous medium: allowance for fiber orientation // J. Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. – 1986. – **36**, No. 3. – P. 253–263.

10. Lee S. C. Scattering phase function for fibrous media // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 1990. – **33**, No. 10. – P. 2183–2190.
11. Thynell S. T. Discrete-ordinates method in radiative heat transfer // Int. J. Eng. Sci. – 1998. – **36**, No. 12. – P. 1651–1675.
12. Tong T. W., Tien C. L. Radiative heat transfer in fibrous insulations. – Part I: Analytical study // ASME J. Heat Transfer. – 1983. – **105**. – P. 70–75.
13. Yamada J., Kurosaki Y. Radiative properties of fibers with a large size parameter // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2000. – **43**. – P. 981–991.

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ СЛОЯ ИЗ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Исходя из соотношения для индикатрисы рассеяния отдельного волокна, получены соотношения, моделирующие радиационные свойства волокнистых композитов. Рассчитано температурное состояние слоя из такого материала при действии на него внешнего теплового излучения. Исследована зависимость распределений температуры от объемной концентрации волокон в композите, их отражательной способности и размера.

TEMPERATURE FIELD IN A FIBROUS COMPOSITE LAYER SUBJECTED TO THERMAL RADIATION

An expression for a phase function of separate fiber is used for modeling the radiative properties of fibrous composites. Temperature field in a fibrous composite layer subjected to thermal radiation is calculated. The effect of fibers volume fraction, their reflectance and size on the temperature distributions in the fibrous composite layer is investigated.

¹ Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Отримано
26.03.07

² Політехніка Опольська, Опольце, Польща