

## ЧИСЛОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ ЗАСОЛЕНИХ ҐРУНТІВ В НЕІЗОТЕРМІЧНОМУ РЕЖИМІ

*Побудовано математичну модель задачі фільтраційної консолідації засоленних ґрунтів в неізотермічному режимі при урахуванні наявності солей у рідкій і твердій фазах. Числовий розв'язок відповідної одновимірної крайової задачі знайдено методом скінченних різниць. Як приклад досліджено задачу фільтраційної консолідації масиву глинистого ґрунту обмеженої товщини. Наведено результати числових експериментів і їх аналіз.*

**Вступ.** Актуальність задачі фільтраційної консолідації ґрунтів зумовлена зростаючим об'ємом будівництва. Ця задача зводиться до прогнозування зміни надлишкових напорів, які виникають у поровій рідині пористого середовища. Як правило, причиною появи таких напорів є зовнішні навантаження, прикладені на ґрунт при проведенні будівельних робіт, або власна вага ґрунту у випадку будівництва ґрунтових споруд. Неналежне урахування динаміки зміни надлишкових напорів може призвести до виникнення критичних ситуацій як на етапі будівництва, так і під час експлуатації зведеної будівлі.

У класичній задачі фільтраційної консолідації як порову рідину розглядають чисту воду [14, 22]. Однак у час інтенсивного розвитку промисловості та енергетики значно зріс техногенний вплив на навколишнє середовище. Це призводить до забруднення ґрунтів і ґрунтових вод різними хімічними речовинами, а також до зміни їх температурного режиму, що значно позначається на характеристиках досліджуваних ґрунтів і порової рідини [1, 5, 13, 16, 23].

Новий підхід до задач фільтраційної консолідації ґрунтів стосовно урахування наявності в поровій рідині розчинених солей розвинуто в роботах [4, 6–12]. У праці [21] і в окремих розділах роботи [3] досліджено задачу консолідації ґрунтового масиву з урахуванням впливу переносу солей і повзучості скелету ґрунту. Вплив масопереносу на проходження фільтраційної консолідації враховано через явище хімічного осмосу та залежність параметрів фільтрації від концентрації порового сольового розчину.

У працях [6, 8, 10, 11] враховано вплив неізотермічних умов на процеси масопереносу та фільтраційної консолідації. Зокрема, враховано явища термодифузії, термічного осмосу та залежність коефіцієнта фільтрації від температури.

У роботі [17] на основі [18] досліджено ступінь впливу на зміну надлишкових напорів у ґрунті прийняття рівняння нерозривності рідкої фази у вигляді

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial t} \left[ n\rho \left( 1 - \frac{c}{\delta} \right) \right] = 0,$$

де  $\mathbf{u}$  – вектор швидкості фільтрації;  $\rho$  – густина порової води;  $n$  – пористість ґрунту;  $t$  – час;  $c$  – концентрація солей у поровій воді;  $\delta$  – густина солей у твердій фазі.

У природних умовах досить часто зустрічаються засолені ґрунти. У праці [12] розв'язано задачу урахування наявності солей у твердій фазі та їх впливу на ущільнення ґрунтів. Рівняння нерозривності твердої фази ґрунту в цьому випадку набуває вигляду

$$\operatorname{div}(\rho_T \mathbf{v}) + \frac{\partial}{\partial t} \left( m\rho_T - \frac{\rho_T N}{\delta} \right) = 0,$$

де  $N$  – це концентрація солей твердої фази в одиниці об'єму ґрунту;  $\mathbf{v}$  – вектор швидкості руху твердих частинок ґрунту;  $m$  – об'єм твердих час-

тинок в одиниці об'єму ґрунту;  $\rho_T$  – густина твердих частинок ґрунту. Крім того, враховано процеси масообміну між рідкою і твердою фазами. У випадку розчинення і випадання розчинених солей в осад (з урахуванням і кристалізації) рівняння масообміну вибрано у вигляді [15]

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_1(C_m - c)N^\alpha, \quad (1)$$

де  $C_m$  – концентрація граничного насичення солей у рідкій фазі;  $\gamma_1$  – коефіцієнт швидкості масообміну. Показник степеня  $\alpha$  в рівнянні (1) залежить від характеру засолення. Для об'ємного засолення ґрунту, при якому солі у вигляді кристалів дискретно розсіяні в об'ємі ґрунту,  $\alpha = \frac{1}{2}$  [15].

Вищенаведені рівняння нерозривності запишемо у вигляді

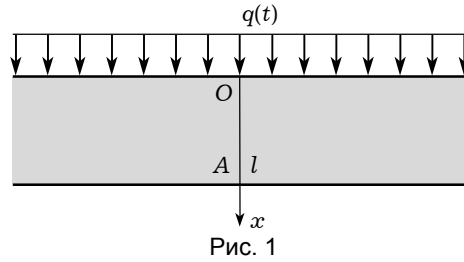
$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial t} \left[ n\rho \left( 1 - \varepsilon \cdot \frac{c}{\delta} \right) \right] = 0, \quad \operatorname{div}(\rho_T \mathbf{v}) + \frac{\partial}{\partial t} \left( m\rho_T - \varepsilon \cdot \frac{\rho_T N}{\delta} \right) = 0. \quad (2)$$

При  $\varepsilon = 0$  з (2) отримуємо рівняння без урахування наявності солей у рідкій і твердій фазах, а при  $\varepsilon = 1$  – з урахуванням.

Однак у роботі [12] не враховано впливу температури на процес фільтраційної консолідації.

Метою цієї роботи є дослідження фільтраційної консолідації засоленних ґрунтів при прийнятті рівнянь нерозривності у вигляді (2) і врахування масообмінних процесів (1) в неізотермічних умовах. Для цього потрібно записати математичну модель задачі з урахуванням осмотичних явищ, знайти числовий розв'язок відповідної крайової задачі, а також провести числові експерименти для встановлення ступеня впливу вищевказаних факторів на проходження процесу фільтраційної консолідації.

**Математична модель задачі.** Розглянемо одновимірну задачу фільтраційної консолідації шару ґрунту товщини  $l$  (див. рис. 1) під впливом рівномірно прикладеного зовнішнього навантаження інтенсивністю  $q(t)$  в неізотермічних умовах. Особливістю даної задачі є те, що ґрунт вважається засоленим. Це означає:



1°. Наявність серед твердих частинок ґрунту кристалів солей, які можуть розчинятися.

2°. Поровою рідиною у порах ґрунту є не чиста вода, а сольовий розчин з концентрацією  $c(x, t)$ .

Математичну модель цієї задачі з урахуванням результатів робіт [6, 8, 11, 12, 17] опишемо такою крайовою задачею:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a_1} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x, c, T) \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( v(x, c, T) \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu(x, c, T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] = \\ = \frac{\partial h}{\partial t} - \varepsilon \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a_1 \delta} \left[ n \frac{\partial c}{\partial t} - \bar{e} \frac{\partial N}{\partial t} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D(x, c, T) \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) - u \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial t} = n \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(x, c, T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (5)$$

$$u = \bar{e}v - k(x, c, T) \frac{\partial h}{\partial x} + v(x, c, T) \frac{\partial c}{\partial x} + \mu(x, c, T) \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_1(C_m - c)N^\alpha, \quad (7)$$

$$h(0, t) = 0, \quad u|_{x=\ell} = 0, \quad (8)$$

$$c(0, t) = C_m, \quad \left( D(x, c, T) \frac{\partial c}{\partial x} + D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=\ell} = 0, \quad (9)$$

$$T(0, t) = T_1(t), \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\ell} = 0, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} h(x, 0) &= h_0(x), & c(x, 0) &= c_0(x), \\ T(x, 0) &= T_0(x), & N(x, 0) &= N_0(x), \end{aligned} \quad (11)$$

де  $x \in [0; \ell]$ ,  $t > 0$ ;  $T_1(t)$ ,  $h_0(x)$ ,  $c_0(x)$ ,  $T_0(x)$ ,  $N_0(x)$  – задані функції. Тут використані наступні позначення:  $h(x, t) = p/\gamma$  – надлишковий напір;  $p$  – надлишковий тиск у поровому розчині;  $c(x, t)$  – концентрація порового сольового розчину;  $T(x, t)$  – температура;  $N(x, t)$  – концентрація солей у твердій фазі;  $k$ ,  $D$ ,  $D_T$ ,  $\nu$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  – коефіцієнти фільтрації, конвективної дифузії, термодифузії, хімічного осмосу, ефективної теплопровідності вологого ґрунту, термічного осмосу;  $\rho$  – густина порового розчину;  $c_p$  – питома теплоємність порового розчину;  $c_T$  – об'ємна теплоємність вологого ґрунту;  $u$  – швидкість фільтрації сольового розчину;  $v$  – швидкість руху твердих частинок ґрунту;  $t$  – час;  $e$ ,  $\bar{e}$  – коефіцієнт пористості та його середнє значення;  $\gamma$  – питома вага сольового розчину;  $n$  – пористість ґрунту;  $a_1$  – коефіцієнт стисливості ґрунту;  $\gamma_1$  – константа швидкості масообміну;  $C_m$  – концентрація граничного насичення у рідкій фазі;  $\delta$  – густина солей у твердій фазі.

Закон (6) є узагальненим законом Дарсі – Герсеванова на випадок руху сольових розчинів в неізотермічних умовах [8]. У ньому враховується вплив на швидкість фільтрації осмотичних явищ, які мають місце в нерівномірно засолених ґрунтах при наявності градієнта температури. У роботах [7, 9] було використано закон, який дозволяв враховувати або лише нормальні, або лише аномальні хімічні осмотичні явища. Врахувати ж одночасно наявність аномальної і нормальної хімічної осмотичної фільтрації дозволяє прийняття залежності в законі (6) коефіцієнта хімічного осмосу  $\nu$  від концентрації розчинених солей  $c$ .

Вважаємо, що верхня межа масиву ґрунту дренажна, а нижня – непроникна. Концентрація порового сольового розчину, як і температура, на верхній межі є відомою. Причому верхня межа змочена концентрованим сольовим розчином. На нижній межі величини потоків тепла та розчинених солей дорівнюють нулеві.

#### Числове розв'язання крайової задачі методом скінченних різниць.

Покриємо область  $\bar{Q}_{t_0} = [0, \ell] \times [0, t_0]$  рівномірною сіткою з кроками  $h_x$  і  $\tau$  відповідно за змінною  $x$  і часом  $t$ . Нехай  $m_1$  – кількість кроків за просторовою змінною,  $n_1$  – кількість кроків за часом.

Для дискретизації рівняння (3) використаємо неявну різницеву схему, а для рівняння (4), (5) – монотонну різницеву схему Самарського [19]. Щоб розв'язати задачу Коші для рівняння (7), використаємо метод Рунге – Кутта [2]. У результаті отримаємо скінченнорізницевий аналог диференціальних рівнянь (3)–(5), (7):

$$\begin{aligned} \frac{h_i^{(j+1)} - h_i^{(j)}}{\tau} &= \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a_1 h_x} \left[ \left( a_{i+1}^{(j+1)} \frac{h_{i+1}^{(j+1)} - h_i^{(j+1)}}{h_x} - a_i^{(j+1)} \frac{h_i^{(j+1)} - h_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left( b_{i+1}^{(j+1)} \frac{c_{i+1}^{(j+1)} - c_i^{(j+1)}}{h_x} - b_i^{(j+1)} \frac{c_i^{(j+1)} - c_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} \right) \right] - \end{aligned}$$

$$- \left( z_{i+1}^{(j+1)} \frac{T_{i+1}^{(j+1)} - T_i^{(j+1)}}{h_x} - z_i^{(j+1)} \frac{T_i^{(j+1)} - T_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} \right) + f_i^{(j+1)}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} n \cdot \frac{c_i^{(j+1)} - c_i^{(j)}}{\tau} &= \frac{\eta_i^{(j)}}{h_x} \cdot \left( d_{i+1}^{(j)} \cdot \frac{c_{i+1}^{(j+1)} - c_i^{(j+1)}}{h_x} - d_i^{(j)} \cdot \frac{c_i^{(j+1)} - c_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} \right) + \\ &+ \frac{1}{h_x} \cdot \left( (d_T)_{i+1}^{(j)} \cdot \frac{T_{i+1}^{(j+1)} - T_i^{(j+1)}}{h_x} - (d_T)_i^{(j)} \cdot \frac{T_i^{(j+1)} - T_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} \right) + \\ &+ \frac{(u^+)_i^{(j)}}{D_i^{(j)}} \cdot d_{i+1}^{(j)} \cdot \frac{c_{i+1}^{(j+1)} - c_i^{(j+1)}}{h_x} + \frac{(u^-)_i^{(j)}}{D_i^{(j)}} \cdot d_i^{(j)} \cdot \frac{c_i^{(j+1)} - c_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} - \\ &- \gamma_1 (c_i^{(j+1)} - C_m) (N_i^{(j+1)})^\alpha, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} c_T \cdot \frac{T_i^{(j+1)} - T_i^{(j)}}{\tau} &= \frac{\bar{\eta}_i^{(j)}}{h_x} \cdot \left( \bar{\lambda}_{i+1}^{(j)} \cdot \frac{T_{i+1}^{(j+1)} - T_i^{(j+1)}}{h_x} - \right. \\ &- \bar{\lambda}_i^{(j)} \cdot \frac{T_i^{(j+1)} - T_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} \left. \right) + \rho \cdot c_p \cdot \left( \frac{(u^+)_i^{(j)}}{\lambda_i^{(j)}} \cdot \bar{\lambda}_{i+1}^{(j)} \cdot \frac{T_{i+1}^{(j+1)} - T_i^{(j+1)}}{h_x} + \right. \\ &+ \left. \frac{(u^-)_i^{(j)}}{\lambda_i^{(j)}} \cdot \bar{\lambda}_i^{(j)} \cdot \frac{T_i^{(j+1)} - T_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} N_i^{(j+1)} &= -\frac{\tau \gamma_1}{2} (C_m - c_i^{(j)}) (N_i^{(j)})^\alpha + (C_m - c_i^{(j)}) (N_i^{(j)} - \\ &- \tau \gamma_1 (C_m - c_i^{(j)}) (N_i^{(j)})^\alpha) + N_i^{(j)}, \\ &i = 1, \dots, m_1 - 1, \quad j = 0, \dots, n_1 - 1, \end{aligned} \quad (15)$$

і закону (6):

$$\begin{aligned} u_i^{(j)} &= \bar{e} \cdot v_i^{(j)} - k_i^{(j)} \cdot \frac{h_{i+1}^{(j)} - h_{i-1}^{(j)}}{2h_x} + v_i^{(j)} \cdot \frac{c_{i+1}^{(j)} - c_{i-1}^{(j)}}{2h_x} + \mu_i^{(j)} \cdot \frac{T_{i+1}^{(j)} - T_{i-1}^{(j)}}{2h_x}, \\ &i = 1, \dots, m_1 - 1, \quad j = 1, \dots, n_1, \end{aligned} \quad (16)$$

де

$$\begin{aligned} a_i^{(j)} &= \frac{1}{2} (k_i^{(j)} + k_{i-1}^{(j)}), & b_i^{(j)} &= \frac{1}{2} (v_i^{(j)} + v_{i-1}^{(j)}), & z_i^{(j)} &= \frac{1}{2} (\mu_i^{(j)} + \mu_{i-1}^{(j)}), \\ d_i^{(j)} &= \frac{1}{2} (D_i^{(j)} + D_{i-1}^{(j)}), & (d_T)_i^{(j)} &= \frac{1}{2} ((D_T)_i^{(j)} + (D_T)_{i-1}^{(j)}), \\ \bar{\lambda}_i^{(j)} &= \frac{1}{2} (\lambda_i^{(j)} + \lambda_{i-1}^{(j)}), & \eta_i^{(j)} &= \frac{1}{1 + \frac{h_x \cdot |u_i^{(j)}|}{2 \cdot D_i^{(j)}}} = 1 - \frac{h_x \cdot |u_i^{(j)}|}{2 \cdot D_i^{(j)}} + O(h_x^2), \\ \bar{\eta}_i^{(j)} &= \frac{1}{1 + \frac{h_x \cdot \rho \cdot c_p |u_i^{(j)}|}{2 \cdot \lambda_i^{(j)}}} = 1 - \frac{h_x \cdot \rho \cdot c_p |u_i^{(j)}|}{2 \cdot \lambda_i^{(j)}} + O(h_x^2), \\ (u^+)_i^{(j)} &= \frac{-u_i^{(j)} + |u_i^{(j)}|}{2} \geq 0, & (u^-)_i^{(j)} &= \frac{-u_i^{(j)} - |u_i^{(j)}|}{2} \leq 0, \\ f_i^{(j+1)} &= \varepsilon \frac{1 + \bar{e}}{\gamma \alpha_1 \delta} \left[ n \frac{\partial c}{\partial t} - \bar{e} \frac{\partial N}{\partial t} \right]. \end{aligned}$$

Для знаходження напору  $h(x,t)$ , концентрації  $c(x,t)$ , температури  $T(x,t)$  відповідно з різницевих рівнянь (12), (13) і (14) використаємо метод прогонки [20]. Співвідношення методу прогонки запишемо у вигляді

для рівняння (12):

$$a_i h_{i-1}^{(j+1)} - c_i h_i^{(j+1)} + b_i h_{i+1}^{(j+1)} = -h_i^{(j)} - s_i^{(j+1)},$$

де

$$a_i = \frac{\tau}{h_x^2} \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a_1} a_i^{(j+1)}, \quad c_i = 1 + \frac{\tau}{h_x^2} \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a_1} (a_i^{(j+1)} + a_{i+1}^{(j+1)}), \quad b_i = \frac{\tau}{h_x^2} \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a_1} a_{i+1}^{(j+1)},$$

$$s_i^{(j+1)} = (s_1)_i^{(j+1)} + (s_2)_i^{(j+1)} - \tau \cdot f_i^{(j+1)},$$

$$(s_1)_i^{(j+1)} = \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a_1} (b_i^{(j+1)} c_{i-1}^{(j+1)} - (b_i^{(j+1)} + b_{i+1}^{(j+1)}) c_i^{(j+1)} + b_{i+1}^{(j+1)} c_{i+1}^{(j+1)}),$$

$$(s_2)_i^{(j+1)} = \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a_1} (z_i^{(j+1)} T_{i-1}^{(j+1)} - (z_i^{(j+1)} + z_{i+1}^{(j+1)}) T_i^{(j+1)} + z_{i+1}^{(j+1)} T_{i+1}^{(j+1)});$$

для рівняння (13):

$$a_i c_{i-1}^{(j+1)} - c_i c_i^{(j+1)} + b_i c_{i+1}^{(j+1)} = -c_i^{(j)} - s_i^{(j+1)},$$

де

$$a_i = \frac{\tau}{n} \cdot \frac{d_i^{(j)}}{h_x} \cdot \left( \frac{\eta_i^{(j)}}{h_x} - \frac{(u^-)_i^{(j)}}{D_i^{(j)}} \right), \quad b_i = \frac{\tau}{n} \cdot \frac{d_{i+1}^{(j)}}{h_x} \cdot \left( \frac{\eta_i^{(j)}}{h_x} - \frac{(u^+)_i^{(j)}}{D_i^{(j)}} \right),$$

$$c_i = 1 + \frac{\tau}{n} \cdot \left( \frac{\eta_i^{(j)} \cdot (d_{i+1}^{(j)} + d_i^{(j)})}{h_x^2} + \frac{1}{D_i^{(j)}} \cdot ((u^+)_i^{(j)} \cdot d_{i+1}^{(j)} - (u^-)_i^{(j)} \cdot d_i^{(j)}) + \gamma_1 h_x \cdot \left( \frac{N_i^{(j+1)} - N_i^{(j)}}{\tau} \right)^\alpha \right),$$

$$s_i^{(j+1)} = \frac{\tau}{n} \cdot \left( \gamma_1 C_m \cdot \left( \frac{N_i^{(j+1)} - N_i^{(j)}}{\tau} \right)^\alpha + \frac{1}{h_x} \left( (d_T)_{i+1}^{(j)} \frac{T_{i+1}^{(j+1)} - T_i^{(j+1)}}{h_x} - (d_T)_i^{(j)} \frac{T_i^{(j+1)} - T_{i-1}^{(j+1)}}{h_x} \right) \right);$$

для рівняння (14):

$$a_i T_{i-1}^{(j+1)} - c_i T_i^{(j+1)} + b_i T_{i+1}^{(j+1)} = -T_i^{(j)},$$

де

$$a_i = \frac{\tau}{c_T} \frac{\bar{\lambda}_i^{(j)}}{h_x} \left( \frac{\bar{\eta}_i^{(j)}}{h_x} - \frac{\rho c_p (u^-)_i^{(j)}}{\lambda_i^{(j)}} \right), \quad b_i = \frac{\tau}{c_T} \frac{\bar{\lambda}_{i+1}^{(j)}}{h_x} \left( \frac{\bar{\eta}_i^{(j)}}{h_x} - \frac{\rho c_p (u^+)_i^{(j)}}{\lambda_i^{(j)}} \right),$$

$$c_i = 1 + \frac{\tau}{c_T} \left( \frac{\bar{\eta}_i^{(j)} (\bar{\lambda}_{i+1}^{(j)} + \bar{\lambda}_i^{(j)})}{h_x^2} + \frac{1}{\lambda_i^{(j)}} (\rho c_p (u^+)_i^{(j)} \bar{\lambda}_{i+1}^{(j)} - \rho c_p (u^-)_i^{(j)} \bar{\lambda}_i^{(j)}) \right).$$

Умови стійкості прогонки  $|c_i| > |a_i| + |b_i|$  виконуються для усіх наведених співвідношень методу. Значення напорів, концентрації і температури на часовому  $(j+1)$ -му шарі знаходимо послідовно з використанням таких рівностей:

$$h_i^{(j+1)} = \alpha_{i+1} h_{i+1}^{(j+1)} + \beta_{i+1},$$

тут 
$$\alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - a_i \alpha_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{a_i \beta_i + h_i^{(j)} + s_i^{(j+1)}}{c_i - a_i \alpha_i};$$

$$c_i^{(j+1)} = \alpha_{i+1} \cdot c_{i+1}^{(j+1)} + \beta_{i+1},$$

тут 
$$\alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - a_i \alpha_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{a_i \beta_i + c_i^{(j)} + s_i^{(j+1)}}{c_i - a_i \alpha_i};$$

$$T_i^{(j+1)} = \alpha_{i+1} \cdot T_{i+1}^{(j+1)} + \beta_{i+1},$$

тут 
$$\alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - a_i \alpha_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{a_i \beta_i + T_i^{(j)}}{c_i - a_i \alpha_i}.$$

Для початкових умов (11) отримаємо скінченнорізницеві аналоги:

$$h_i^{(0)} = h_0(ih_x), \quad c_i^{(0)} = c_0(ih_x),$$

$$T_i^{(0)} = T_0(ih_x), \quad N_i^{(0)} = N_0(ih_x), \quad i = 0, \dots, m_1.$$

Граничні умови другого роду в (8)–(10) апроксимуємо аналогічно, як у роботі [6] з точністю  $o(\tau + h^2)$ .

**Результати числових експериментів.** Вияснення оцінки впливу наявності солей в рідкій і твердій фазах на процес фільтраційної консолідації ґрунту в неізотермічних умовах для досліджуваної одновимірної задачі проведено на тестовому прикладі. У зв'язку з цим розглянуто задачу фільтраційної консолідації шару глинистого ґрунту товщини  $\ell = 20$  м з такими вихідними даними:

$$\begin{aligned} \bar{e} &= 0.7, & D &= 0.002 \text{ м}^2/\text{доба}, & \gamma &= 10^4 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{доба}^2), & n &= 0.4, \\ \gamma_1 &= 6.5 \cdot 10^{-4} \text{ доба}^{-1}, & a &= 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}, & C_m &= 350 \text{ г/л}, & c_0(x) &= 8 \text{ г/л}, \\ \alpha &= 0.5, & N_0(x) &= 240 \left( -\left(\frac{x}{\ell}\right)^2 + \frac{x}{\ell} \right) + 40, & \delta &= 2 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^2, & T_0 &= 4 \text{ }^\circ\text{C}, \\ \nu &= 2.8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^5/\text{кг} \cdot \text{доба}, & \lambda &= 108 \text{ кДж}/(\text{м} \cdot \text{град} \cdot \text{доба}), \\ \mu &= 2.8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/(\text{град} \cdot \text{доба}), & \rho &= 1100 \text{ кг}/\text{м}^3, & c_p &= 4.2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}), \\ c_T &= 2137 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{град}), & T_1(t) &= 30 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

У випадку сталого коефіцієнта фільтрації  $k = 0.001$  м/доба. На верхню межу ґрунту рівномірно прикладається зовнішнє навантаження інтенсивністю  $q = 20 \cdot 10^4$  кг/(м<sup>2</sup> · доба<sup>2</sup>). При проведенні числових експериментів у законі (6) знехтувано швидкістю  $v$  руху твердих частинок ґрунту.

Попередньо математичну модель (3)–(11) зведено до безрозмірного вигляду. Величині кроку за часом  $\bar{\tau} = 0.00105$  в безрозмірній моделі відповідає крок  $\tau = 30$  діб в реальному часі. Після проведення числових експериментів здійснено перехід до розмірних величин. Вибрано таку залежність коефіцієнта фільтрації від концентрації сольового розчину [5, 6]:

$$k(c) = a_5 \bar{c}^5 + a_4 \bar{c}^4 + a_3 \bar{c}^3 + a_2 \bar{c}^2 + a_1 \bar{c} + a_0,$$

де  $\bar{c} = c/C_m$ ,  $a_5 = 0.042557151$ ,  $a_4 = -0.12857957$ ,  $a_3 = 0.140291508$ ,

$$a_2 = -0.0643274, \quad a_1 = 9.345668647 \cdot 10^{-3}, \quad a_0 = 0.0010339.$$

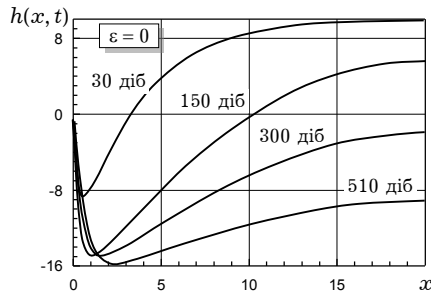


Рис. 2

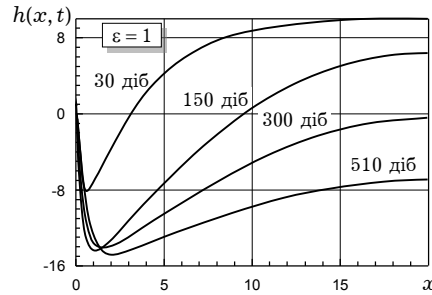


Рис. 3

На рис. 2, 3 наведено відповідно графіки полів надлишкових напорів  $h(x, t)$  без урахування ( $\varepsilon = 0$ ) і з урахуванням наявності солей ( $\varepsilon = 1$ ) у твердій фазі для  $\tau = 30, 150, 300, 510$  діб, а на рис. 4 – криві різниць між вказаними полями напорів. Як бачимо, при  $\varepsilon = 0$  напори менші, ніж при  $\varepsilon = 1$ . Цьому явищу є просте пояснення. Розчинення кристалів солі збіль-

шує об'єм порової рідини, що сприяє збільшенню надлишкових тисків у рідині, яка заповнює ці пори. Незначне збільшення напорів в околі верхньої межі пояснюється заданням граничної умови першого роду для функції  $c(x, t)$  і уповільненим розчиненням кристалів солі. Взагалі в обох випадках за рахунок урахування осмотичних явищ ґрунт переходить в переущільнений стан, і надлишкові напори стають меншими від нуля.

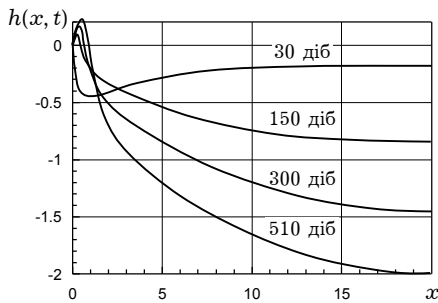


Рис. 4

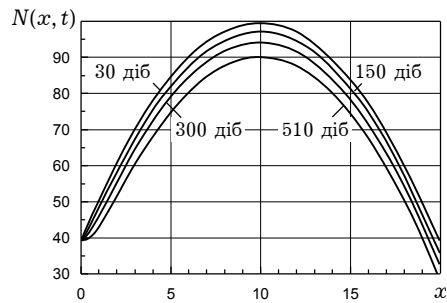


Рис. 5

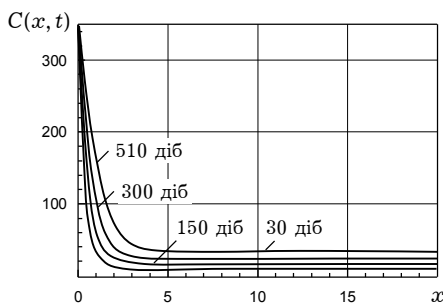


Рис. 6

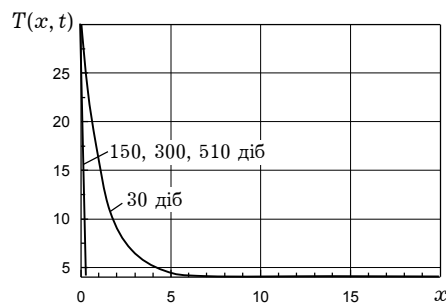


Рис. 7

На рис. 5, 6 наведено графіки полів концентрацій солей у твердій  $N(x, t)$  і рідкій  $c(x, t)$  фазах ґрунтового середовища відповідно. На рис. 7 наведено графік зміни температури.

**Висновки.** Отже, на підставі робіт [6–12, 15, 17, 18] побудовано математичну модель одновимірної задачі фільтраційної консолідації шару засоленого ґрунту в неізотермічному режимі з урахуванням наявності солей у рідкій і твердій фазах. Числовий розв'язок відповідної крайової задачі знайдено методом скінчених різниць. Як приклад наведено результати числових експериментів з дослідження фільтраційної консолідації шару глинистого ґрунту обмеженої товщини. Як подальший етап дослідження відмітимо, що вимагає розгляду питання урахування залежності коефіцієнта фільтрації від концентрації солей у твердій фазі, а також необхідно дослідити відповідну двовимірну задачу, що буде зроблено в подальших роботах.

1. Архангельский И. В. Изменение геологической среды при строительстве и эксплуатации атомных станций // Геозкология. – 1999. – № 4. – С. 310–313.
2. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 636 с.
3. Булавацький В. М., Кривоніс Ю. Г., Скопецький В. В. Некласичні математичні моделі процесів тепло- та масопереносу. – Київ: Наук. думка, 2005. – 282 с.
4. Власюк А. П., Жеребят'єв О. В. Фільтраційна консолідація глинистих ґрунтів при наявності масопереносу солей // Вісн. Укр. держ. акад. водн. госп-ва. – 1998. – Вип. 1. Част. 1. – С. 40–43.
5. Власюк А. П., Кузло М. Т. Експериментальні дослідження деяких параметрів фільтрації сольових розчинів у піщаних ґрунтах // Меліорація та водне господарство. – 2000. – Вип. 87. – С. 43–46.
6. Власюк А. П., Мартинюк П. М. Математичне моделювання консолідації ґрунтів в процесі фільтрації сольових розчинів: – Рівне: Вид-во УДУВГП, 2004. – 211 с.

7. Власюк А. П., Мартинюк П. М. Фільтраційна консолідація ґрунтового масиву в основі гідротехнічної споруди за наявності перенесення солей // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. математики та інформатики. – 2002. – Вип. 5. – С. 68–74.
8. Власюк А. П., Мартинюк П. М. Фільтраційна консолідація ґрунтового масиву за наявності перенесення солей у неізотермічному режимі // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. математики та інформатики. – 2003. – Вип. 7. – С. 138–147.
9. Власюк А. П., Мартинюк П. М. Чисельне розв'язання одного класу задач, що зустрічаються в теорії фільтраційної консолідації // Доп. НАН України. – 2000. – № 12. – С. 65–72.
10. Власюк А. П., Мартинюк П. М. Числове моделювання стабілізованими схемами МСЕ фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі з урахуванням тепломасопереносу // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2005. – 48, № 2. – С. 59–70.
11. Власюк А. П., Мартинюк П. М. Числове розв'язання двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунтового масиву за наявності перенесення солей у неізотермічному режимі // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. математики та інформатики. – 2006. – Вип. 11. – С. 148–159.
12. Власюк А. П., Мартинюк П. М., Фурсович О. Р. Математичне моделювання фільтраційної консолідації ґрунтів при наявності масообмінних процесів // Вісн. Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористування. – 2006. – Вип. 1. – С. 236–244.
13. Зубков А. А., Макарова О. В., Данилов В. В. и др. Техногенные геохимические процессы в песчаных пластах-коллекторах при захоронении жидких радиоактивных отходов // Геоэкология. – 2002. – № 2. – С. 133–144.
14. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов. – Москва: Высш. шк., 1991. – 447с.
15. Лаврик В. И., Никифорович Н. А. Исследование конвективного массопереноса при двумерной фильтрации подземных вод в условиях наличия массообмена: Препр. / АН УССР. Ин-т математики; 82.20 – Киев: 1982. – 46 с.
16. Ляшко И. И., Демченко Л. И., Мистецкий Г. Е. Численное решение задач тепло- и массопереноса в пористых средах. – Киев: Наук. думка, 1991. – 264 с.
17. Мартинюк П. М. Про урахування наявності в поровій воді розчинених солей при математичному моделюванні консолідації ґрунтів // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. – 2003. – Вип. 2. – С. 168–174.
18. Методы прогноза солевого режима грунтов и грунтовых вод / Под ред. Н. Н. Веригина. – Москва: Колос, 1979. – 336 с.
19. Самарский А. А. Теория разностных схем. – Москва: Наука, 1989. – 616 с.
20. Самарский А. А., Николаев В. С. Методы решения сеточных уравнений. – Москва: Наука, 1978. – 592 с.
21. Скопецький В. В., Булавацький В. М. Математичне моделювання деяких процесів фільтраційної консолідації масивів, насичених сольовими розчинами // Доп. НАН України. – 2005. – № 8. – С. 55–61.
22. Флорин В. А. Основы механики грунтов. – Москва: Госстройиздат, 1961. – 544 с. – Т. 2.
23. Шостак А. В., Фіалко О. Й. Вплив температури на стискуваність і консолідацію глинистих ґрунтів // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Геологія. – 1997. – Вип. 15. – С. 47–49.

#### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНСОЛИДАЦИИ ЗАСОЛЕННЫХ ПОЧВ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

*Построена математическая модель задачи фильтрационной консолидации засоленных почв в неизотермическом режиме при наличии солей в жидкой и твердой фазах. Численное решение соответствующей одномерной краевой задачи найдено методом конечных разностей. В качестве примера исследована задача фильтрационной консолидации массива глинистой почвы ограниченной толщины. Приведены результаты числовых экспериментов и их анализ.*

#### NUMERICAL SOLUTION OF SALINE SOILS ONE-DIMENSIONAL FILTRATION CONSOLIDATION PROBLEM UNDER NONISOTHERMAL CONDITIONS

*A mathematical model of the saline soil layer filtration consolidation problem taking into account the salt dissolution and crystallization under the nonisothermal conditions has been formulated. The numerical solution of the corresponding one-dimensional boundary-value problem has been found by the finite difference method. As an example, the clayey soil layer infinite width filtration consolidation problem has been investigated. Numerical experiments and their analysis have been carried out.*

Нац. ун-т водного госп-ва  
та природокористування, Рівне

Одержано  
25.11.06