

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ У ПІВПРОСТОРІ В ОКОЛІ ЦИЛІНДРИЧНИХ ДЕФЕКТІВ, ЩО ВИХОДЯТЬ НА ПОВЕРХНЮ, ПРИ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАННЯХ

Розв'язано задачу про визначення напруженого стану при крутильних коливаннях півпростору з циліндричним дефектом (тріщиною або тонким жорстким включенням), які виходять на його поверхню. Метод розв'язування ґрунтується на використанні розривних розв'язків рівнянь крутильних коливань і полягає у зведенні вихідних граничних задач до інтегральних рівнянь відносно невідомих стрибків кутowego переміщення або дотичного напруження.

Однією з важливих задач, які виникають при створенні сучасних машин і споруд, є забезпечення їх міцності при наявності в них технологічних дефектів у вигляді тріщин або тонких включень. Проектування конструкцій з урахуванням таких дефектів вимагає використання критеріїв, які визначають граничну рівновагу тіла, що містить вказані дефекти. Один з найпоширеніших таких критеріїв базується на аналізі напруженого стану в околі дефекту за допомогою коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН). Але теоретичне визначення КІН вимагає розв'язання відповідних граничних задач теорії пружності. Причому ці задачі суттєво ускладнюються у випадку роботи конструкцій в умовах динамічного, зокрема гармонічного, навантаження і дефектів складної форми. Ще більш складними стають ці задачі при розгляді взаємодії дефекту з границею тіла, особливо у випадку виходу дефекту на границю. Тому розв'язки подібних задач на сьогоднішній час практично відсутні.

У поданій роботі розв'язується задача про визначення напруженого стану у пружному півпросторі, у якому знаходиться циліндричний дефект (тріщина або тонке жорстке включення) при крутильних коливаннях.

Відомі розв'язки подібних задач у випадку необмеженого тіла. Так, задачі рівноваги необмеженого тіла з циліндричною тріщиною розглянуто в [1, 8]. Напружений стан у необмеженому тілі при ударних навантаженнях навколо напівнескінченної тріщини визначено у [4, 9], а навколо циліндричних включень при гармонічних коливаннях – у [6, 7].

Постановка задачі. Нехай пружний півпростір містить тонку неоднорідність (дефект) циліндричної форми, яка перетинає його поверхню. Це може бути тріщина, поверхня якої співпадає з круговим циліндром $0 \leq r \leq r_0$, $0 \leq z \leq a$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ (рис. 1), або тонке жорстке включення товщини $h \ll a$, серединна поверхня якого співпадає з поверхнею вказаного циліндра. У півпросторі відбуваються крутильні коливання внаслідок дії на поверхню півпростору гармонічного навантаження інтенсивності $q(r)e^{-i\omega t}$, зосередженого на крузі $0 \leq r \leq b$. Далі множник $e^{-i\omega t}$, що визначає залежність від часу, відкинуто, і розглядаються тільки комплексні амплітуди.

Оскільки у півпросторі відбувається тільки осесиметрична деформація кручення, то відмінним від нуля є тільки кутове переміщення, яке задовольняє рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \alpha_2^2 u = 0, \quad \alpha_2^2 = \frac{\omega^2}{c_2^2}, \quad c_2^2 = \frac{G_1}{\rho_1}, \quad (1)$$

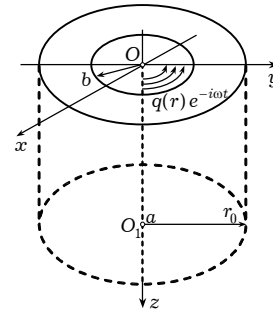


Рис. 1

де G_1, ρ_1 – модуль зсуву та густина матеріалу півпростору; ω – частота коливань. Граничні умови на поверхні півпростору формулюються у вигляді рівності

$$\tau_{\theta z}(r, 0) = \begin{cases} q(r), & 0 \leq r \leq b, \\ 0, & r > b. \end{cases} \quad (2)$$

Умови на поверхні дефекту визначаються його типом. У випадку тріщини вважатимемо, що її береги вільні від напружень:

$$\tau_{\theta z}(r_0, z) = 0, \quad 0 \leq z \leq a. \quad (3)$$

Окрім того, на бічній поверхні тріщини має розрив кутове переміщення, стрибок якого позначимо

$$u(r_0 + 0, z) - u(r_0 - 0, z) = \chi_2(z), \quad z \in [0, a]. \quad (4)$$

Якщо дефектом є включення, то вважаємо, що між ним і півпростором виконуються умови повного зчеплення, з яких випливає рівність

$$u(r_0, z) = \alpha \cdot r_0, \quad z \in [0, a], \quad (5)$$

де α – невідомий кут повороту включення.

Також на поверхні такого включення має розрив дотичне напруження, стрибок якого позначимо

$$\tau_{\theta r}(r_0 + 0, z) - \tau_{\theta r}(r_0 - 0, z) = \chi_1(z), \quad z \in [0, a]. \quad (6)$$

Невідомий кут повороту включення визначається з рівняння руху

$$2\pi r_0^2 \int_0^a \chi_1(\eta) d\eta = -\alpha \omega^2 I_0, \quad (7)$$

де I_0 – момент інерції включення

$$I_0 = \frac{\pi \rho_0 r_0^3 a h}{2} (4 + \varepsilon^2), \quad (8)$$

ρ_0 – густина включення; h – його товщина; $\varepsilon = h/a$.

Розв'язання задачі у випадку тріщини. Подамо переміщення у півпросторі у вигляді двох складових:

$$u(r, z) = u_0(r, z) + u_1(r, z). \quad (9)$$

Перша складова є розв'язком рівняння (1), неперервним на поверхні тріщини і таким, що відповідна складова дотичного напруження

$$\tau_{\theta r}^0(r, z) = G \frac{\partial u_0}{\partial z}$$

на межі півпростору задовольняє умову (2).

Друга складова є розривним розв'язком рівняння (1) зі стрибком (4) на поверхні тріщини, для якого на межі півпростору має виконуватися рівність

$$\tau_{\theta r}^1(r, 0) = 0, \quad 0 \leq r < \infty. \quad (10)$$

Розв'язок $u_0(r, z)$ легко знаходиться шляхом застосування інтегрально-го перетворення Ганкеля [10] і визначається за формулами

$$u_0^0(r, z) = -\frac{1}{G_1} \int_0^\infty \frac{\lambda Q(\lambda)}{\sqrt{\lambda^2 - \alpha_2^2}} e^{-\sqrt{\lambda^2 - \alpha_2^2} z} I_1(\lambda r) d\lambda, \\ \tau_{rz}^0(r, z) = \int_0^\infty \frac{\lambda^2 Q(\lambda)}{\sqrt{\lambda^2 - \alpha_2^2}} e^{-\sqrt{\lambda^2 - \alpha_2^2} z} I_2(\lambda r) d\lambda, \quad (11)$$

де $Q(\lambda)$ – перетворення Ганкеля функції $q(r)$ з (2):

$$Q(\lambda) = \int_0^b r q(r) I_1(\lambda r) dr. \quad (12)$$

Розривний розв'язок рівняння (1) зі стрибком (4), який на межі півпростору задовольняє нульові умови (10), можна легко знайти, оскільки відомий такий розв'язок для необмеженого тіла [4, 9]. Отримано формули

$$\begin{aligned} u_1(r, z) &= -r_0 \frac{\partial}{\partial r} \int_0^a \chi_2(\eta) [F_{20}(\eta - z, r) + F_{20}(\eta + z, r)] d\eta, \\ \tau_{0r}^1(r, z) &= -r_0 G_1 \int_0^a \chi_2(\eta) [F_{22}(\eta - z, r) + F_{22}(\eta + z, r)] d\eta, \\ F_{22}(x, r) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty q_2(\beta) G_{22}(\beta, r) \cos \beta x d\beta, \\ F_{20}(x, r) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty G_{20}(\beta, r) \cos \beta x d\beta. \end{aligned} \quad (13)$$

У цих формулах використано позначення

$$G_{j\ell}(\beta, r) = \begin{cases} I_j(q_2 r) K_\ell(q_2 r_0), & 0 \leq r < r_0, \\ I_\ell(q_2 r_0) K_j(q_2 r), & r > r_0, \end{cases} \quad q_2 = \sqrt{\lambda^2 - \alpha_2^2}. \quad (14)$$

Таким чином, формули (9), (11), (13) визначатимуть переміщення і напруження у півпросторі при умові, що визначено невідомий стрибок переміщень $\chi_2(z)$. Для цього слід задовольнити умову (3) на поверхні тріщини. Підставивши у (3) вищевказані формули, отримаємо інтегральне рівняння відносно невідомого стрибка переміщень. Після здійснення у цьому рівнянні інтегрування частинами, парного продовження $\chi_2'(z)$ і правої частини на проміжок $z \in [-a, a]$ і введення позначень

$$\eta = a\tau, \quad z = a\zeta, \quad \phi_2(\tau) = \chi_2'(a\tau) \quad (15)$$

це рівняння набуває вигляду

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \phi_2(\tau) L_2(\tau - \zeta) d\tau = f_2(\zeta), \quad -1 < \zeta < 1, \quad (16)$$

де

$$\begin{aligned} L_2(Y) &= 2\gamma \alpha_0^2 \int_0^\infty \frac{(u^2 - 1)}{u} I_2(\alpha_0 p_2) K_2(\alpha_0 p_2) \sin \gamma \alpha_0 u Y du, \quad Y = \tau - \zeta, \\ f_2(\zeta) &= -\frac{\tau_{rz}^0(r_0, a|\zeta|)}{G_1} = -\frac{\alpha_2}{G_1} \int_0^\infty \frac{u^2 Q(u\alpha_2)}{p_2} e^{-p_2 \alpha_2 |\zeta|} I_2(\alpha_0 u) du, \\ p_2 &= \sqrt{u^2 - 1}, \quad \gamma = \frac{a}{r_0}, \quad \alpha_0 = a\alpha_2. \end{aligned}$$

Для вилучення сингулярної складової ядра інтегрального рівняння (16) слід використати асимптотичне розвинення

$$I_\ell(\alpha_0 p_2) K_\ell(\alpha_0 p_2) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\alpha_0 u} + \frac{A_{1\ell}}{(\alpha_0 u)^3} + \frac{A_{2\ell}}{(\alpha_0 u)^5} + O((\alpha_0 u)^{-7}) \right], \quad \ell = 1, 2, \quad (17)$$

яке отримано за допомогою відомих формул [3] для модифікованих циліндричних функцій. З (17) випливає, що функцію $L_2(Y)$ можна подати у вигляді

$$L_2(Y) = \frac{1}{Y} + Q_2(Y), \quad Q_2(Y) = O(Y \ln|Y|), \quad Y \rightarrow 0. \quad (18)$$

За допомогою останньої формули інтегральне рівняння перепишемо так:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_2(\tau) \left[\frac{1}{\tau - \zeta} + Q_2(\tau - \zeta) \right] d\tau = f_2(\zeta), \quad -1 < \zeta < 1. \quad (19)$$

До рівняння (19) необхідно додати ще рівність

$$\int_{-1}^1 \varphi_2(\tau) d\tau = 0, \quad (20)$$

яка випливає з (15), оскільки $\chi_2(a) = 0$.

Наближений розв'язок (19) шукаємо у вигляді

$$\varphi_2(\tau) = \frac{\psi_2(\tau)}{\sqrt{1 - \tau^2}}, \quad (21)$$

і будемо за методом, викладеним у [2].

Згідно з цим методом рівняння (19), (20) замінюємо системою лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^n a_m \varphi_{2m} \left[\frac{1}{\tau_m - \zeta_k} + Q(\tau_m - \zeta_k) \right] &= f_{2k}, \quad k = 1, 2, \dots, n-1, \\ \sum_{m=1}^n a_m \varphi_{2m} &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

де

$$\begin{aligned} \tau_m &= \cos \frac{\pi(2m-1)}{2n}, \quad m = 1, 2, \dots, n, \quad \text{— корені многочлена Чебишева,} \\ \zeta_k &= \cos \frac{\pi k}{n}, \quad k = 1, 2, \dots, n-1, \quad \psi_{2m} = \psi(\tau_m), \quad f_{2k} = f(\zeta_k). \end{aligned}$$

Після розв'язання системи (22) функцію $\psi_2(\tau)$ у поданні (21) наближаємо інтерполяційним многочленом

$$\psi_2(\tau) \approx \psi_2^{(n-1)}(\tau), \quad \psi_2^{(n-1)}(\tau) = \sum_{m=1}^n \psi_{2m}(\tau) \frac{T_n(\tau)}{(\tau - \tau_m) T_n'(\tau_m)}. \quad (23)$$

Для механіки руйнування найбільшу цікавість становить коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН), який визначається за формулою

$$K = \sqrt{a} \lim_{\zeta \rightarrow 1+0} \sqrt{\zeta - 1} \tau_{\theta r}(r_0, a\zeta). \quad (24)$$

Підставивши у (24) напруження з формули (13) і здійснивши граничний перехід, за допомогою (21), (23) для наближеного обчислення КІН отримуємо

$$K = \frac{G_1 \sqrt{a}}{2\sqrt{2n}} \sum_{m=1}^n (-1)^m \psi_{2m} \operatorname{ctg} \frac{\gamma_m}{2}, \quad \gamma_m = \frac{\pi(2m-1)}{2n}. \quad (25)$$

Розв'язання задачі у випадку включення. У цьому випадку теж слід використовувати для переміщень подання (9). Але в цьому поданні друга складова має бути розривним розв'язком рівняння (1) зі стрибком напружень (6) на серединній поверхні включення, який задовольняє умову (10) на межі півпростору. Оскільки для необмеженого тіла відповідний розривний розв'язок рівняння (1) побудовано в [6, 7], то легко знаходимо що

$$u_1(r, z) = \frac{r_0}{\pi} \int_0^a \chi_1(\eta) [F_{11}(r, \eta - z) + F_{11}(r, \eta + z)] d\eta, \quad (26)$$

де

$$F_{11}(r, x) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty G_{11}(\beta, r) \cos \beta x d\beta.$$

Таким чином, для остаточного визначення переміщення півпростору залишилось знайти невідомий стрибок дотичних напружень на поверхні включення. Для цього з умови (5) після підстановки туди (9), (11) і (26) отримаємо інтегральне рівняння. Це рівняння після парного продовження $\chi_1(z)$ і правої частини на проміжок $[-a, a]$ і переходу до позначень

$$\eta = a\tau, \quad z = a\zeta, \quad \varphi_1(\tau) = \frac{\chi_1(a\tau)}{G_1} \quad (27)$$

набуває вигляду

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_1(\tau) L_1(\tau - \zeta) d\tau = \alpha + f_1(\zeta), \quad -1 < \zeta < 1, \quad (28)$$

$$L_1(Y) = -2\gamma\alpha_0 \int_0^\infty I_1(\alpha_0 p_2) K_1(\alpha_0 p_2) \cos(\gamma\alpha_0 u Y) du, \quad Y = \tau - \zeta,$$

$$f_1(\zeta) = \frac{u_0^0(r_0, a|\zeta|)}{r_0} = -\frac{\alpha_2}{G_1 r_0} \int_0^\infty \frac{u Q(u\alpha_2)}{p_2} e^{-p_2 \alpha_0 \gamma |\zeta|} I_1(\alpha_0 u) du.$$

З асимптотичного розвинення (17) і вищенаведеного інтеграла впливає таке подання для ядра інтегрального рівняння:

$$L_1(Y) = \gamma \ln|Y| + Q_1(Y), \quad Q_1(Y) = O(Y^2 \ln|Y|), \quad Y \rightarrow 0.$$

Враховуючи цю формулу, рівняння (27) зведемо до вигляду

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \varphi_1(\tau) [\gamma \ln|\tau - \zeta| + Q_1(\tau - \zeta)] d\tau = \alpha + f_1(\zeta). \quad (29)$$

До рівняння (29) необхідно додати рівність для визначення невідомого кута повороту включення, отриману з (7), (8) після переходу до позначень (27):

$$\alpha = -\frac{1}{m_0 \alpha_0^2} \int_{-1}^1 \varphi_1(\tau) d\tau, \quad m_0 = \frac{\varepsilon(4 + \varepsilon^2)}{2\bar{\rho}}, \quad \varepsilon = \frac{h}{r_0}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho_1}{\rho_0}, \quad (30)$$

ρ_1, ρ_0 – відповідно густини півпростору і включення.

Наближений розв'язок інтегрального рівняння (29) теж шукаємо у вигляді (21) і будуємо аналогічним методом, як для тріщини. Згідно з цим методом рівняння (29), (30) замінюємо системою лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^n a_m \varphi_{1m} [\gamma C_{km} + Q_1(\tau_m - y_k)] = \alpha + f_{1k}, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

$$\alpha = -\frac{1}{m_0 \alpha_0^2} \sum_{m=1}^n a_m \psi_{1m}, \quad (31)$$

де

$$y_k = \cos \frac{k\pi}{n+1}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad f_{1k} = f_1(y_k).$$

При отриманні системи (31) для інтеграла з логарифмічною особливістю використано квадратурну формулу [5]

$$\int_{-1}^1 \frac{\psi_1(\tau)}{\sqrt{1-\tau^2}} \ln|\tau - y_k| d\tau = \sum_{m=1}^n a_m C_{km} \psi_{1m},$$

$$C_{km} = -\ln 2 - 2 \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{j} \cos \frac{j\pi(2m-1)}{2n} \cos \frac{jk\pi}{n+1}.$$

Для оцінки концентрації напружень в околі включень у півпросторі введемо до розгляду коефіцієнт при особливості стрибка напружень

$$K = G_1 \sqrt{a} \lim_{\zeta \rightarrow 1+0} \sqrt{\zeta - 1} \varphi_1(\zeta),$$

який надалі називатимемо коефіцієнтом інтенсивності напружень (КІН) для включення. Наближене значення цього коефіцієнта можна обчислити за формулою

$$K = \frac{G_1 \sqrt{a}}{n} \sum_{m=1}^n (-1)^m \psi_m \operatorname{ctg} \frac{\gamma_m}{2}. \quad (32)$$

Результати числового аналізу і висновки. За допомогою отриманих наближених формул (25) і (32) проведено комп'ютерне дослідження частотної залежності КІН для тріщини і включення при різних співвідношеннях між геометричними розмірами. При проведенні розрахунків приймали, що навантаження на межі півпростору (2) дорівнює $q(r) = G_1 r / r_0$. Тоді $Q(\lambda) = G_1 b^2 I_2(\lambda b) / \lambda r_0$, а праві частини в рівняннях (19), (29) мають вигляд

$$f_2(\zeta) = -\alpha_0 b_0^2 \int_0^\infty \frac{u}{p_2} e^{-\gamma \alpha_0 p_2 |\zeta|} I_2(\alpha_0 b_0 u) I_1(u \alpha_0) du,$$

$$f_1(\zeta) = b_0^2 \int_0^\infty \frac{1}{p_2} e^{-\gamma \alpha_0 p_2 |\zeta|} I_2(\alpha_0 b_0 u) I_1(u \alpha_0) du, \quad b_0 = \frac{b}{r_0}.$$

На рис. 2, 3 показано графіки залежності від безрозмірного хвильового числа α_0 величини $k = |K| / |K_{\text{ст}}|$, де $K_{\text{ст}}$ – значення КІН, що відповідає аналогічному статичному навантаженню. При розрахунках вважалось, що $b_0 = b / r_0 = 0.5$, а $\varepsilon = \varepsilon / h = 0.05$. Кожна крива на цих рисунках відповідає вказаному значенню відношення геометричних розмірів дефекту $\gamma = a / r_0$.

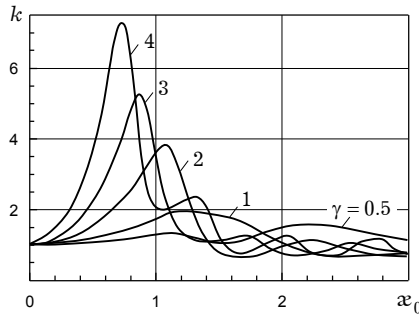


Рис. 2

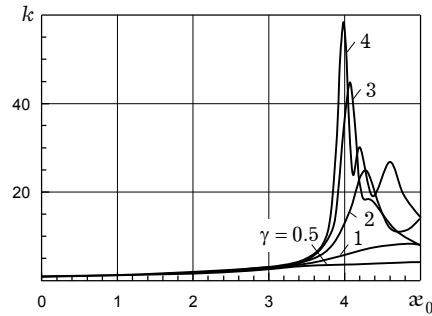


Рис. 3

Графіки на рис. 2 побудовано для тріщини. Всі криві показують наявність максимуму відносного значення КІН. Величина цього максимуму буде більшою навколо витягнутих витягнутої форми. Частота, при якій КІН досягає максимуму, буде тим меншою, чим більша відносна довжина циліндра.

На рис. 3 показано зміну КІН при зростанні хвильового числа у випадку, коли дефектом є включення. Тут теж спостерігається наявність частот, при яких КІН набуває максимуму, причому для витягнутих включень цей максимум має характер резонансу. У точках максимуму спостерігається перевищення статичного значення КІН у 40–50 разів.

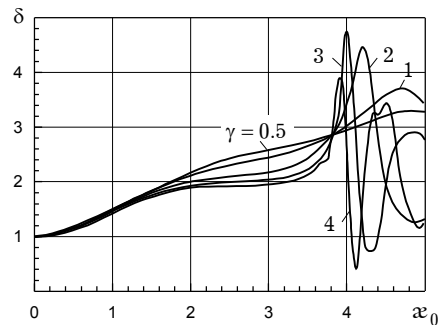


Рис. 4

Також проведено дослідження залежності кута повороту включення $\delta = |\alpha| / |\alpha_{\text{ст}}|$, де $\alpha_{\text{ст}}$ – кут повороту при статичному навантаженні, від хвильового числа α_0 . Відповідні графіки показано на рис. 4. Можна бачити,

що при тих частотах, коли КІН сягає максимуму, спостерігається і максимум δ . Але потім відбувається швидке спадання амплітуди кута повороту до мінімуму.

Наведені результати числового аналізу показують, що в умовах дії на півпростір гармонічного крутильного навантаження різко збільшується концентрація напружень навколо циліндричних дефектів, що виходять на поверхню. Найбільш сильними концентраторами напружень є витягнуті дефекти, при яких спостерігаються резонансні максимуми значення КІН.

1. Александров В. М., Сметанин В. И., Соболев Б. В. Тонкие концентраторы напряжений в упругих телах. – Москва: Наука, 1993. – 234 с.
2. Белоцерковский С. М., Лифанов И. К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. – Москва: Наука, 1985. – 25 с.
3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. – Т. 2. – Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. – Москва: Наука, 1974. – 295 с.
4. Морозов Ю. А., Попов Г. Я. Задача про концентрацію напружень біля напівнескінченної циліндричної тріщини // Машинознавство. – 1999. – № 5. – С. 28–32.
5. Назарчук З. Т. Численное исследование дифракции волн на цилиндрических структурах. – Киев: Наук. думка. – 1989. – 256 с.
6. Попов В. Г. Взаимодействие гармонической волны кручения с тонким жестким цилиндрическим включением // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2004. – № 5. – С. 75–81.
7. Попов В. Г. Дослідження концентрації напружень в околі включення у вигляді скінченної циліндричної оболонки під дією хвилі кручення // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2007. – 50, № 2. – С. 29–34.
8. Попов Г. Я., Кебли Б. К. К решению задач о концентрации упругих напряжений возле цилиндрических дефектов // Прикл. механика. – 1997. – 33, № 10. – С. 67–73.
9. Попов Г. Я., Морозов Ю. А., Усов А. В. О коэффициенте интенсивности касательных напряжений у края полубесконечной трещины при ударном нагружении ее берегов // Проблемы прочности. – 1999. – № 3. – С. 63–72.
10. Попов Г. Я., Реут В. В., Вайсфельд Н. Д. Рівняння математичної фізики. Метод інтегральних перетворень: Навч. посібн. – Одеса, 2005. – 184 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ В ОКРЕСТНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ, ВЫХОДЯЩИХ НА ПОВЕРХНОСТЬ, ПРИ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Решена задача об определении напряженного состояния в полупространстве при крутильных колебаниях в окрестности цилиндрического дефекта (трещины или тонкого жесткого включения), выходящего на его поверхность. Метод решения основывается на применении разрывных решений уравнения крутильных колебаний и состоит в сведении исходной краевой задачи к интегральным уравнениям относительно неизвестных скачков углового перемещения или касательного напряжения.

DETERMINATION OF STRESS STATE IN HALF-SPACE NEAR CYLINDRICAL DEFECTS GOING OUT ON THE SURFACE UNDER TORSION OSCILLATIONS

The problem about determination of the stress state in the half-space under torsion oscillations near cylindrical defect (crack or thin rigid inclusion) going out on the surface is solved. The method of solution is based on the use of the discontinuous solutions of the equation of torsion oscillations and consists in reduction of the initial boundary-value problem to the integral equations concerning the unknown jumps of angular displacement or tangent stress.

Одес. нац. морська акад., Одеса

Одержано
24.03.08