

КОНТАКТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРУЖЕНИИ

Обобщены методы решения различных задач контактного взаимодействия элементов оболочечных конструкций между собой и со штампами разных типов. Рассмотрены схемы определения разрушающих нагрузок с использованием теории предельного равновесия и критических нагрузок локальной устойчивости оболочечных систем при указанном нагружении. Приведены схемы оптимизации формы элементов конструкций при локальных нагрузках. Представлены результаты экспериментальных исследований.

Локальные нагружения, вызывающие концентрацию напряжений, являются наиболее опасными для оболочечных конструкций различных отраслей техники. Такие нагружения определяются контактными взаимодействиями элементов конструкций между собой или с телами, обладающими различными физико-механическими свойствами (в частности, со штампами – опорами различного вида).

На рис. 1 показано изменение формы и начало разрушения конструкций при контакте их со штампами – опорами. Наличие разрушения (трещины) или возникающие отклонения формы приводят к нестандартным случаям нагружения и возможности разрушения при эксплуатации конструкций (процессы хранения и транспортировки, приведшие к возникновению этих особенностей, предшествовали основному этапу эксплуатации; при основных расчетах прочности они не учитывались) [3, 5].

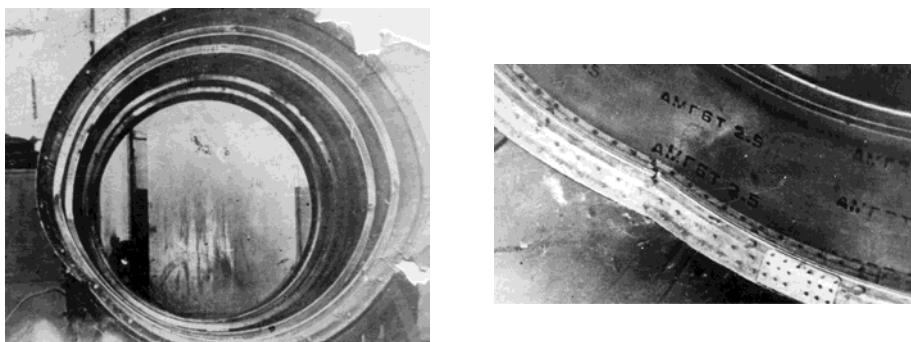


Рис. 1. Изменение формы и разрушение

При эксплуатации конструкции подвергаются действию различных локальных нагрузок, обычно действующих в местах расположения подкрепляющих элементов (ребер жесткости, накладок, стержневых систем). Оболочки являются некоторым упруго-пластическим основанием, происходит перераспределение усилий между элементами и оболочками, напряженно-деформированное состояние определяется при решении специальных контактных задач. Реализуются две основные схемы решения таких задач [20]: применение вариационных методов (А. И. Лурье); расчленение системы на элементы, воздействие оболочек на подкрепляющие элементы моделируется контактными усилиями, при определении которых используются условия совместности деформаций (В. З. Власов [1]).

Другого типа контактные задачи возникают при действии штампов (к ним относятся и опоры), свойства которых описываются различными моделями [10, 11, 21, 22]. Для цилиндрических конструкций опирание на седловые опоры обычно производится в местах наибольшей поперечной жесткости. Если здесь расположен кольцевой подкрепляющий элемент – шпангоут, имеет место некоторая «двойная» контактная задача. Контактные усилия,

определяемые при решении контактной задачи для системы опора – конструкция, являются внешними локальными нагрузками для шпангоута, деформации которого стеснены наличием оболочечной системы. Схемы решения соответствующих контактных задач дают возможность определить упругое или упруго-пластическое напряженно-деформированное состояние. Определение максимальных напряжений или деформаций и сравнение их с допустимыми – известная схема оценки прочности, ведущая начало со времен Навье [24], дающая нижнюю границу разрушающих нагрузок.

Рассмотренные схемы приводят к высокой нагруженности оболочечной системы. Это может вызвать локальную потерю устойчивости оболочек либо появление местных пластических зон, создающих особые механизмы разрушения. Для решения задачи о несущей способности тогда целесообразно применять раздел теории пластичности – теорию предельного равновесия, использующую модель идеально-пластического тела [7]. Отметим, что подобный подход к определению разрушающей нагрузки предложен Галилеем в работе 1638 г., которая, по определению С. П. Тимошенко, «знаменует возникновение науки о прочности...» [24, с. 15].

Другая схема разрушения связана с локальной потерей устойчивости оболочек при действии локальных нагрузок, действующих на поверхность оболочек или передаваемых со стороны штампов [9, 21, 22].

На рис. 2 показаны схемы разрушения, связанные с появлением локальных зон пластических деформаций, для цилиндрической оболочки при действии штампов – седловых опор, аналогичных показанным на рис. 1.

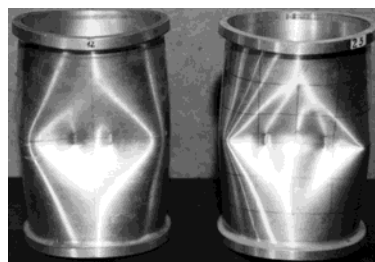


Рис. 2. Формы разрушения при нагружении штампами

Рис. 3 показывает формы волнообразования при локальной потере устойчивости сферической оболочки, нагруженной через ребро жесткости – краевой шпангоут штампом – опорой. Интересна особенность локальной устойчивости оболочек при наличии отверстий. Для определенных параметров конструкции концентрация напряжений приводит вначале к образованию локальных вмятин у краев отверстий, затем образуются вмятины вблизи штампа в зоне максимальной концентрации напряжений, которые вызваны локальной нагрузкой и определяют общую потерю устойчивости системы [8, 29].

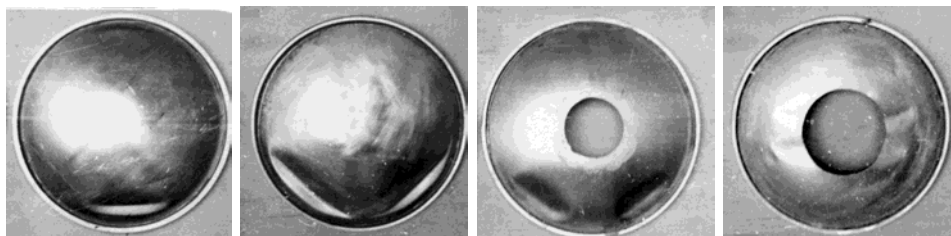


Рис. 3. Формы волнообразования при локальной потере устойчивости

Экспериментальные исследования, ряд из которых проиллюстрирован выше, определяли направления теоретических исследований*.

Для локального нагружения естественна постановка задач оптимального проектирования, связанных с выбором формы элементов конструкций, обеспечивающей наименьшую концентрацию напряжений, что определяет конструкцию минимального веса.

* Уместно вспомнить слова М. В. Ломоносова: «Из наблюдений устанавливать теорию, через теорию исправлять наблюдения – есть лучший всех способ к изысканию правды...».

1. Рассмотрим действие локальных нагрузок на оболочечную конструкцию в месте постановки ребер жесткости – шпангоутов. Используя метод тригонометрических рядов, применяя схемы [1, 4, 21, 22], когда постоянные интегрирования дифференциальных уравнений равновесия оболочек и шпангоутов определяются из условий их совместного деформирования, после громоздких выкладок определим связь между шестимерным вектором внешней нагрузки $\bar{Z}(z_{1+6})$, где через z_{1+6} соответственно обозначены коэффициенты Фурье внешних усилий (радиального, тангенциального и осевого) и трех моментов, действующих на шпангоут, и четырехмерным вектором перемещений $\bar{X}(x_{1+4})$, где через x_{1+4} обозначены коэффициенты трех перемещений и угла поворота шпангоута:

$$H\bar{X} = A\bar{Z}, \quad (1)$$

где A, H – матрицы размеров 4×6 и 4×4 соответственно, элементы которых определены для различных расчетных моделей подкрепляющих оболочек [4, 21, 22].

При динамическом нагружении шпангоута исследуются неустойчивые формы изгибных колебаний с построением областей динамической устойчивости (при использовании уравнений Матье) [6].

2. Исследуем контактное взаимодействие оболочечной системы, в основном цилиндрической конструкции, состоящей из сопряженных оболочек (места их стыка, как правило, подкреплены шпангоутами), опираемых на седловые опоры (локальные или протяженные по длине) [10, 21, 22]. Если опирание происходит в месте расположения ребра жесткости – шпангоута имеем «двойную» контактную задачу, при решении которой используются соотношения (1). Уравнение, описывающие поведение оболочечной системы при поперечном нагружении, можно записать в виде

$$L_1 w = L_2 F, \quad (2)$$

где w, F – функции прогиба и нагрузки, зависящие от координат α, β ; L_1, L_2 – дифференциальные операторы, вид которых определяется используемой теорией оболочек.

При контакте оболочек с опорами $F(\alpha, \beta)$ определяется разностью $F(\alpha, \beta) = Q - p$, где Q – внешняя нагрузка, p – контактное давление для различных моделей штампов – опор (Винклера, В. З. Власова, В. В. Болотина, Д. Н. Соболева, Г. Б. Муравского, упругопластическая и др. [21]). Широко используются модели Винклера, где контактное давление пропорционально прогибу, Власова, учитывающая распределительные свойства штампа – опоры.

Представим нагрузку $F(\alpha, \beta)$ и общее решение (1) в виде тригонометрических рядов, подставив их в дифференциальное уравнение (1), после ряда выкладок получим соотношения для описания деформирования оболочечных систем при локальном контактном взаимодействии со штампами – опорами. Эти соотношения представлены в виде бесконечных систем алгебраических уравнений относительно коэффициента Фурье прогиба w , определяющего решение неоднородного уравнения (1)

$$[A]\bar{W} = \bar{Q}, \quad (3)$$

где $[A]$ – матрица жесткости, \bar{W} – вектор-столбец искомых величин, \bar{Q} – вектор-столбец заданных внешних нагрузок.

Показана регулярность таких систем, их можно редуцировать, заменив конечными системами алгебраических уравнений относительно коэффициентов Фурье. Для определения перемещений и контактного давления строятся соответствующие ряды. Разнообразные аспекты и особенности решения многочисленных задач контактного взаимодействия отражены в многочисленных работах, основная часть которых обобщена в [10, 20–22] и др.

Мы привели схему аналитических решений задач контактного взаимодействия. Для частного вида опор такие задачи могут быть решены на основе численного метода конечных элементов [21].

Полученные общие зависимости являются основой для моделирования поведения сложных оболочечно-стержневых систем при различных схемах контактного взаимодействия элементов конструкций между собой и со штампами – седловыми опорами. Приведем ряд результатов решения контактных задач для оболочечной конструкции и штампа – опоры [5, 10–13, 21, 22, 28, 30].

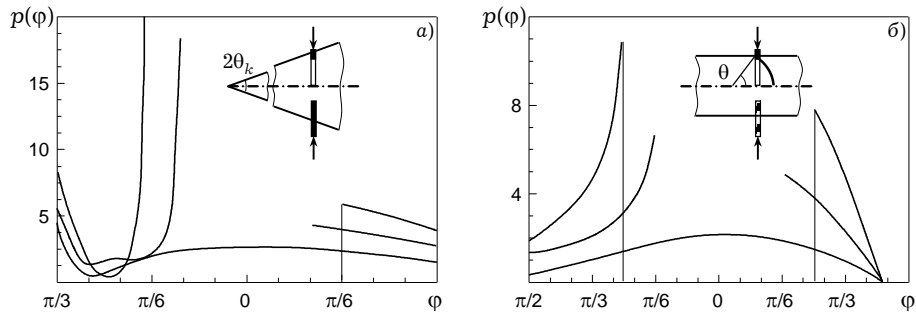


Рис. 4. Распределение контактного давления

Рис. 4а дает распределение контактного давления для конической оболочки ($\theta_k = 15^\circ$, $R/\delta = 200$, R , δ – радиус шпангоута и толщина оболочки), подкрепленной шпангоутом и нагруженной упругим штампом – седловой опорой, для которого принята модель Винклера. Давление в левой части рисунка соответствует малой жесткости основания с параметром $b = k_1 R^4 / EI$ (где I – момент инерции шпангоутов, E – модуль упругости), равным 500, в правой части $b = 1$. На рис. 4б приведено распределение давления для стыка сферической и цилиндрической оболочек, подкрепленного шпангоутом ($\theta_k = 45^\circ$, $R/\delta = 100$, $2(1 + \nu)I/\delta R^3 = 1.67 \cdot 10^{-4}$, ν – коэффициент Пуассона, $b = 500$ – слева, $b = 1$ – справа).

На рис. 5 приведено сравнение распределения контактного давления для модели Винклера, однослойной и двухслойной моделей Власова (соответственно штриховая, сплошная, штрихпунктирные линии для $k_1/k_0 = 0.025, 0.25, 0.5$). Двухслойная модель состоит из двух слоев; суммарное перемещение равно $w_1 + w_2$, где перемещения верхнего w_1 и нижнего w_2 слоев выражаются через функцию ρ

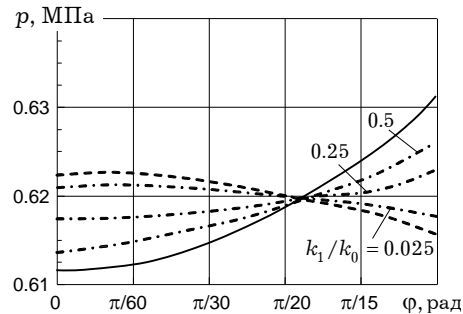


Рис. 5. Влияние модели штампа – опоры

и параметры: $w_1 = (k_0 + k_1)\rho - k_2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial \varphi^2}$, $w_2 = k_0 \rho(\varphi)$ (для однослойной модели

$w = w_1$, $k_0 = 0$). По оси ординат отложено контактное давление, по оси абсцисс – угол φ штампа – опоры.

Для нелинейно упругих и упругопластических моделей штампа – опоры используются методы последовательных приближений, когда в качестве первого приближения используется решения для упругой модели [12, 21].

Анализ многочисленных результатов решения контактных задач для оболочек и штампов – седловых опор различного класса [4] показывает, что при увеличении жесткости штампа происходит увеличение неравномернос-

ти распределения контактного давления (для «мягкого» штампа и «жесткой» конструкции распределение контактного давления близко к косинусоидальному); при этом на краях зон контакта давление резко возрастает (см. рис. 1). При большой жесткости штампа и определенных параметрах оболочек контакт нарушается, появляются несколько зон контакта (указанные эффекты первоначально исследованы в [13] и подтверждаются экспериментально, в том числе при использовании методов фотоупругости [20–22]). Отметим, что действие абсолютно жестких штампов на оболочки исследовалось в [2].

Решение контактных задач для штампов – седловых опор, имеющих протяженность по длине цилиндрической конструкции, которое может быть осуществлено на основе общей методологии, рассмотренной выше, показывает, в частности, что на напряженно-деформированное состояние оболочечной конструкции в большей степени влияет изменение угла охвата штампа – опоры, чем его протяженность [10, 19, 21].

Появление пластических деформаций в элементах оболочечной конструкции зачастую неизбежно в связи с высоким уровнем локальных нагрузок и дает эффекты, сходные с уменьшением ее жесткости [12, 21].

На распределение контактного давления влияет используемая модель теории оболочек. В приведенных расчетах применена модель, не учитывающая сдвиговой жесткости (она приемлема в основном для металлических конструкций). Укажем, что локализация контактного давления возле краев площадок давления может осуществляться в меньшей степени для моделей, используемых, например, в задачах расчета оболочек из композитных материалов [5, 21].

Локализация контактного давления играет основную роль при оценке несущей способности конструкций в этих сложных контактных задачах. В зонах концентрации напряжений возникают пластические деформации, что приводит к существенному перераспределению напряженно-деформированного состояния с изменением в процессе нагружения взаимного расположения зон упругого и пластического деформирования (при необходимости с учетом эффектов вязкости) или к локальной потере устойчивости оболочек. При оценке несущей способности целесообразно рассмотрение двух основных схем: разрушения и локальной устойчивости.

Необходимо отметить, что рассмотренные контактные задачи характерны, в первую очередь, для конструкций аэрокосмической техники, судостроения, транспортного машиностроения и др. [3, 5, 21, 29, 31].

3. Схемы определения разрушающих нагрузок при образовании пластических зон и превращении системы в кинематический механизм разрушения основаны на теории предельного равновесия. Среди схем разрушения, образуемых линейными пластическими шарнирами, выбирается та, которая дает минимальную разрушающую нагрузку [7, 22]. Эта нагрузка определяется из уравнения скоростей виртуальных работ

$$A = D, \tag{4}$$

где A – скорость изменения работы внешних нагрузок, D – скорость диссипации энергии при пластическом деформировании.

Особенности такого деформирования дают возможным формулирование задач теории предельного равновесия как задач математического программирования (поиск экстремума определенных функционалов при заданных ограничениях).

На рис. 6 приведены результаты расчета разрушающих нагрузок и экспериментальные данные при нагружении цилиндрической оболочки абсолютно жестким (сталь) штампом. При расчете задавалась форма разрушения, подобная формам разрушения, показанным на рис. 2 (такие схемы разрушения подробно проанализированы в [5, 7, 21, 27]). Форма разрушения, использованная при разработке метода расчета, показана в правой части рисунка. Отметим, что в процессе решения определяются параметры

области разрушения, ограниченной линейными пластическими шарнирами (показаны пунктиром), дающие минимальную разрушающую нагрузку.

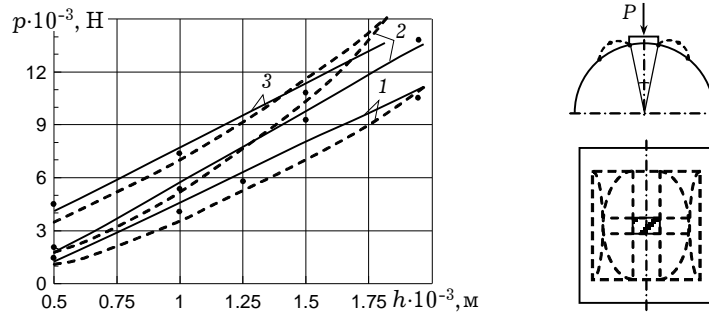


Рис. 6. Разрушающие нагрузки локально нагруженной оболочки

Кривые 1, 2, 3 построены соответственно для гладких оболочек (углы охвата штампа 5° и 25°) и при воздействии штампа в месте расположения ребра жесткости – шпангоута (угол охвата 25°). При этом сплошные линии определяют экспериментальные данные, пунктирные – расчет. Испытывались оболочки, выточенные из сплава АМГ6м. Испытано 35 оболочек с параметрами $R/\delta = 33 \div 133$ и 15 оболочек с $R/\delta = 46 \div 183$. Из этих оболочек 13 подкреплены шпангоутом (посередине оболочки). Рассмотренная схема разрушения осуществляется для сравнительно толстостенных оболочек, когда происходит пластическое деформирование. Многочисленные другие решения задач предельного равновесия оболочек при локальных нагрузках приведены в [7]. Проведенное сравнение разрушающих нагрузок с результатами экспериментальных исследований показывает хорошее совпадение.

Показанные на рис. 3 формы волнообразования определяют локальную потерю устойчивости упругих сферических оболочек при существенно неоднородном напряженно-деформированном состоянии. Локальное нагружение осуществлялось через штамп – седловую опору и передавалось на ребро жесткости – краевой шпангоут (равнодействующая внешней нагрузки лежит в плоскости шпангоута; предварительно решалась контактная задача сопряжения оболочки и шпангоута). Укажем, что рассмотренная схема нагружения характерна для цилиндрических конструкций, имеющих сферические и конические диаграммы, повышающие поперечную жесткость системы [3, 5, 9, 31]. При решении эффективно использование метода локальных вариаций – численного метода решения вариационных задач. При этом исследуется функционал энергии \mathcal{E} при геометрически нелинейных соотношениях между деформациями, кривизнами и перемещениями u , v , w . Условие стационарности потенциальной энергии, которое определяет критическую нагрузку, имеет вид

$$\delta \int_S \mathcal{E}(u, v, w) = 0. \quad (5)$$

При использовании указанного метода проводится дискретизация функционала энергии, оболочка разбивается на ячейки и определяются перемещения, при которых функционал энергии минимален. В рассмотренном случае заранее выбирается направление поиска, и размеры ячеек меняются. При этом используются результаты экспериментов, некоторые из которых показаны на рис. 3. Такие эксперименты определяют, в частности, расположение и форму локальной вмятины, определяющих форму волнообразования при потере устойчивости. В зоне локальной вмятины проводится сгущение сетки с автоматическим выбором ее размеров, это делает указанный метод эффективным для таких задач. Интересна здесь постановка задачи о выборе оптимальной жесткости штампа – седловой опоры.

Рис. 7 дает результаты расчетов (кривые 1, 2) на основе метода локальных вариаций критического усилия в зависимости от параметра, характеризующего жесткость краевого шпангоута $i = I/R^4 \sin \theta$, где I – момент инерции шпангоута при изгибе в плоскости, θ – угол, определяющий расположение края сферической оболочки (сферическая координата) и угла θ . По оси ординат отложен параметр $\omega = P/Eh^2$, где P – критическая сила, приложенная к штампу. Кружками нанесены данные эксперимента для различных сферических оболочек из сплава АМГ6м [9, 10].

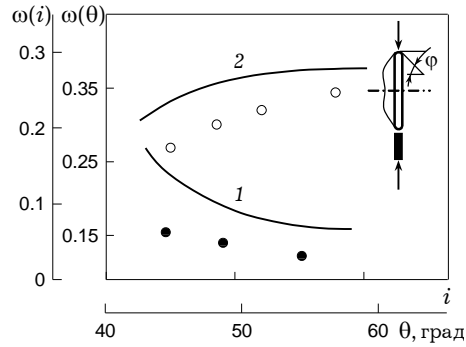


Рис. 7. Критические силы локальной устойчивости

Затемненные кружки и кривая 1 соответствуют зависимости ω от θ , а светлые и кривая 2 – ω от i . Различие объясняется повышенной чувствительностью испытанных сферических оболочек к неизбежным несовершенствам и погрешностям эксперимента. Испытания проведены на специально созданной установке, позволяющей осуществлять нагружение оболочек локальными нагрузками различного типа [10, 21, 29]. Локальные формы волнообразования при потере устойчивости аналогичны показанным на рис. 3.

Рис. 8 иллюстрирует важное явление – влияние геометрических несовершенств формы (на рис. представлены результаты исследования несовпадения диаметров цилиндрической конструкции и седловой опоры [5, 28, 29].

Опирается в месте расположения шпангоута, подкрепляющего сферическую оболочку, критическое состояние которой определяется локальной потерей устойчивости; по оси ординат отложен коэффициент, дающий отношение критических нагрузок при наличии несовпадения диаметров и для «идеального» контакта (диаметры совпадают); по оси абсцисс – разность $\delta = R_2 - R_1$ (R_1, R_2 – радиусы контактирующих шпангоута и опоры, при их совпадении $\delta = 0$).

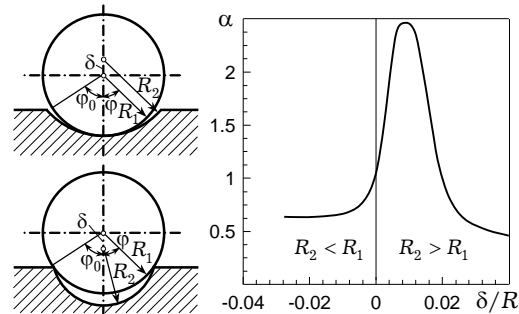


Рис. 8. Влияние геометрических несовершенств формы

4. Усиления в виде замкнутых (шпангоутов) и незамкнутых криволинейных стержней, накладок и других подкрепляющих элементов используются для обеспечения прочности оболочек, воспринимающих локальные нагрузки. Напряженно-деформированное состояние этих элементов конструкций имеет нерегулярный характер и обеспечение прочности путём общего увеличения размеров сечения подкрепляющего элемента ведёт к неоправданному завышению веса. Применение силовых элементов переменной жёсткости позволяет улучшить параметры напряженно-деформированного состояния, однако существенно усложняет решение контактной задачи для силового элемента и оболочки.

При весовой оптимизации конструктивных элементов эффективными являются методы теории оптимальных процессов [14, 18, 25].

Задача оптимального проектирования [14] состоит в отыскании оптимального управления $\bar{\delta}(x) \in D_\delta$ из условия минимума функционала

$$V(\bar{u}, \bar{\delta}) = \int_{x_0}^{x_L} \varphi_0(\bar{u}, \bar{\delta}, x) dx \quad (6)$$

для процессов, описываемых системой дифференциальных уравнений

$$\frac{d\bar{u}_i}{dx} = \varphi_i(\bar{u}, \bar{\delta}, x), \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

с краевыми условиями

$$\bar{u}_0 = \bar{u}(x_0) \in U_0, \quad \bar{u}_L = \bar{u}(x_L) \in U_L$$

при наличии ограничений $\bar{\delta}(x) \in D_\delta$, $\bar{u} \in D_u$, основные из которых имеют вид

$$(a) \quad \bar{f}_1(\bar{u}, \bar{\delta}, x) \leq 0; \quad (b) \quad \int_{x_0}^{x_L} \bar{f}_2(\bar{u}, \bar{\delta}, x) \leq 0; \quad (в) \quad \bar{f}_3(\bar{u}, x) \leq 0. \quad (8)$$

В рассматриваемых задачах оптимизации оболочечных и стержневых силовых элементов уравнения (7) линейны по фазовым переменным \bar{u} (или сводятся к ним) и нелинейны по управлению $\bar{\delta}(x)$; краевые условия представляют собой условия закрепления или взаимодействия подконструкций, а (8) – ограничения прочности, жесткости, устойчивости, конструктивные и технологические требования.

Расширенный гамильтониан и система для сопряжённых функций с краевыми условиями трансверсальности имеют вид

$$(a) \quad H^* = H + \bar{\xi} \cdot \bar{f}; \quad (b) \quad \frac{d\bar{\lambda}_i}{dx} = - \frac{dH^*}{du_i}, \quad i = 1, \dots, n; \\ (в) \quad \bar{\lambda}_j(x_{0(L)}) = \sum_e \bar{c}_e \bar{d}_{je}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (9)$$

где $H = \sum_{i=0}^n \lambda_i \varphi_i$; компоненты вектора-столбца \bar{f} – обобщённые ограничения (8) (для случая (в) из (8) – это первая из старших производных ограничения, куда впервые управление входит в явном виде); \bar{c} , $\bar{\xi}(x)$ – множители Лагранжа, \bar{d} – известные коэффициенты, а оптимальное управление $\bar{\delta}^*(x)$ ($x \in [x_0, x_L]$) отыскивается из условия максимума гамильтониана

$$H^*(\bar{u}^*(x), \bar{\lambda}^*(x), \bar{\delta}^*(x), x) = \sup_{\bar{\delta} \in D_m} H^*(\bar{u}^*(x), \bar{\lambda}^*(x), \bar{\delta}(x), x). \quad (10)$$

Следуя подходу В. З. Власова, шпангоут отделяется от оболочки (рис. 9), их взаимодействие заменяется внешними для каждой из подконструкций усилиями, которые, определяются из условий совместности деформаций.

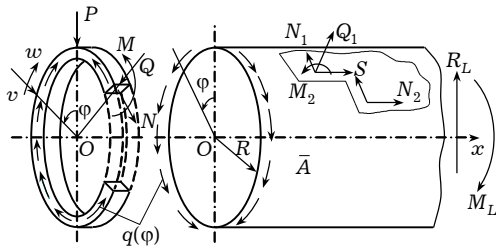


Рис. 9. Взаимодействие элементов конструкции

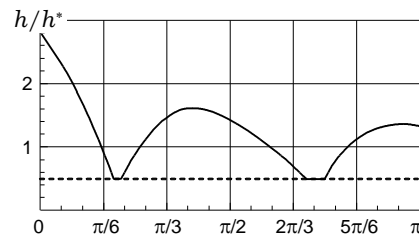


Рис. 10. Оптимальная конфигурация шпангоута

В результате этого для задачи оптимизации параметров шпангоута в функционале (6) $\varphi_0(\bar{u}, \bar{\delta}, x)$ представляет площадь поперечного сечения, а (7) – уравнения состояния в условиях пространственного (в общем случае) нагружения. Оптимальное изменение высоты прямоугольного поперечного сечения шпангоута представлено на рис. 10.

Основные соотношения теории тонких упругих оболочек вращения переменной жесткости при произвольном нагружении имеют вид

$$\frac{\partial X_i}{\partial s} = \sum_{m=0}^4 \sum_{j=1}^8 \left(a_{ij}^{(m)}(s, \varphi) \frac{\partial^{(m)} X_j}{\partial \varphi^{(m)}} + f_i^{(m)}(s, \varphi) \right), \quad i = 1, \dots, 8. \quad (11)$$

Используя разложения в ряды Фурье по окружной координате, уравнение (11) представим в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами (6), записанными относительно коэффициентов Фурье, и с соответствующими краевыми условиями.

Эффективным оказывается также дискретно-континуальный подход, при применении которого в окружном направлении применяется конечно-разностное представление соотношений, а в продольном – в виде дифференциальных уравнений.

Следуя принципу поэтапной оптимизации [23], следующим шагом в решении задачи оптимизации является отыскание оптимальной переменной толщины оболочек в зоне переходных участков (стыков оболочек со шпангоутом) и геометрических размеров поперечных сечений самих шпангоутов (рис. 11) и синтез оптимальных подконструкций методом последовательных приближений путем уточнения усилий взаимодействия отдельных подконструкций.

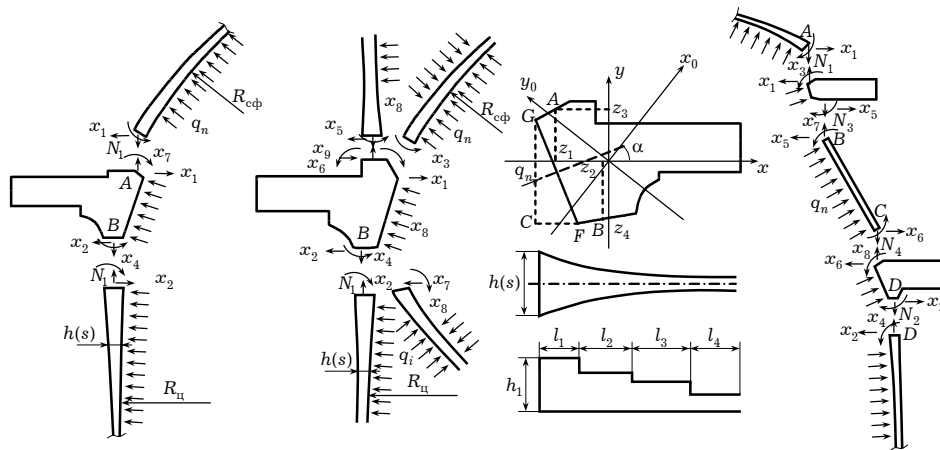


Рис. 11. Схема разбиения конструкции

Такой алгоритм поэтапной оптимизации позволяет отыскать оптимальные параметры сложных составных оболочечных конструкций, учесть ряд требований реального проектирования, в полной мере используя преимущества как методов теории оптимальных процессов для оптимизации оболочек, так и алгоритмов нелинейного программирования отыскания геометрических размеров (конфигурации) сложных поперечных сечений силовых элементов.

Следует заметить, что успешное решение задачи оптимального проектирования должно быть обусловлено наличием эффективных методов прямого расчета таких конструкций. В случае соединенного шпангоутом пучка оболочек вращения при несимметричном нагружении уравнения состояния шпангоута представим в виде линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложений в ряды Фурье перемещений

$$\bar{G}_k \cdot \bar{\Delta}_k = \bar{\theta}_k \left(\bar{f}_{0k} + \sum_{t=1}^{m_P} \bar{\psi}_t^P \cdot \bar{Q}_{tk}^{*P} \frac{1}{R} - \sum_{t=1}^{m_L} \bar{\psi}_t^L \cdot \bar{Q}_{tk}^{*L} \frac{1}{R} \right). \quad (12)$$

Уравнения (12) дополняются условиями неразрывности перемещений линий стыка оболочек и шпангоута, которые устанавливают связь обобщенных краевых перемещений $\bar{W}_{tk}^{*P(L)}$ торцов контура t -го оболочечного элемента и перемещений точек их соединений со шпангоутом и далее перемещений Δ_k срединной линии шпангоута для k -й гармоники ряда Фурье $\bar{W}_{tk}^{*P(L)}(s_\varrho) = \bar{c}_{tk}^{P(L)} \cdot \bar{\Delta}_k$, где $\bar{\psi}_t^{P(L)}$, $\bar{c}_{tk}^{P(L)}$ – матрицы преобразований, а связь между краевыми перемещениями торцов t -х оболочек с краевыми усилиями $\bar{Q}_{0(L)k}^t$ на этих торцах имеет вид

$$\begin{vmatrix} \bar{Q}_0^t \\ \bar{Q}_L^t \end{vmatrix}_k = \begin{vmatrix} \bar{\Omega}_{00}^t & \bar{\Omega}_{0L}^t \\ \bar{\Omega}_{L0}^t & \bar{\Omega}_{LL}^t \end{vmatrix}_k \begin{vmatrix} \bar{W}_0^t \\ \bar{W}_L^t \end{vmatrix}_k + \begin{vmatrix} \bar{Q}_0^{*t} \\ \bar{Q}_L^{*t} \end{vmatrix}_k. \quad (13)$$

При таком подходе существенно снижается порядок итоговой разрешающей системы в связи с введением узловых линий контакта оболочек со шпангоутом. В сочетании с применением дискретно-континуальной модели прямого расчета составной конструкции это позволяет наилучшим образом использовать возможности методов теории оптимальных процессов и существенно сократить время решения задач снижения материалоемкости конструкции. На рис. 12 приведены результаты весовой оптимизации толщины (отдельно для внешней и внутренней ее частей) трех, связанных шпангоутом, оболочек вращения (рис. 12а – цилиндрической, рис. 12б – сферической, рис. 12в – конической) при несимметричном нагружении четырьмя продольными силами P и внутренним давлением.

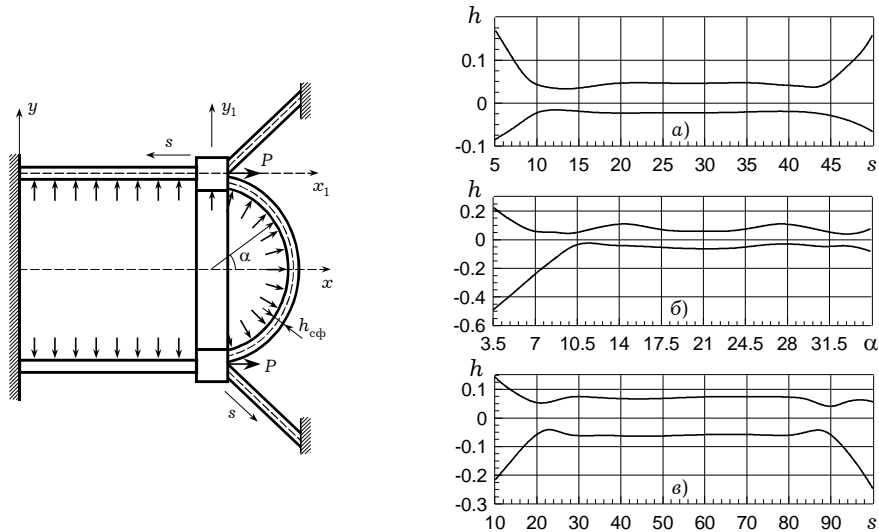


Рис. 12. Оптимизация составной конструкции

В случае задачи весовой оптимизации произвольно нагруженной оболочки вращения с толщиной, варьируемой в двух направлениях

$$\int_0^{2\pi} \int_{s_0}^{s_n} r(s)h(s, \varphi) ds d\varphi \rightarrow \min ,$$

с учетом условий прочности, жесткости и конструктивных ограничений на толщину оболочки, когда сведение двумерной задачи к одномерной методом

Фурье невозможно, решение задачи осуществлялось на основе принципа блочных итераций дифференциально-разностного метода, а гамильтониан задачи имеет вид:

$$H(s) = \sum_{m=1}^M \left[-r(s)h(s, \varphi_m) + \sum_{j=1}^8 \lambda_j(s, \varphi_m) \sum_{i=1}^8 (A_{ij}^{(m)} \cdot X_j^{(m)} + B_i^{(m)}) \right]. \quad (14)$$

Рассмотрены случаи радиального плавного переменного

$$q_n(s, \varphi) = q_0(1 + 0.3 \cos \varphi) \sin \pi s/L, \quad q_0 = \text{const},$$

и локального (прилагаемого на малой плоскости) нагружения. Для ускорения сходимости процесса применялся метод имитационного прогнозирования [26]. Для случая локального нагружения оболочки на рис. 13 приведены законы оптимального изменения толщины цилиндрической оболочки. Проведенные методом голографической интерферометрии [17] экспериментальные исследования поведения цилиндрической оболочки с накладками оптимальной переменной и, для сравнения, – постоянной толщины (рис. 13) подтверждают достаточную достоверность полученных результатов, а использование оптимальных законов распределения материала оболочечных конструкций при несимметричном нагружении позволяет существенно снизить их материалоемкость.

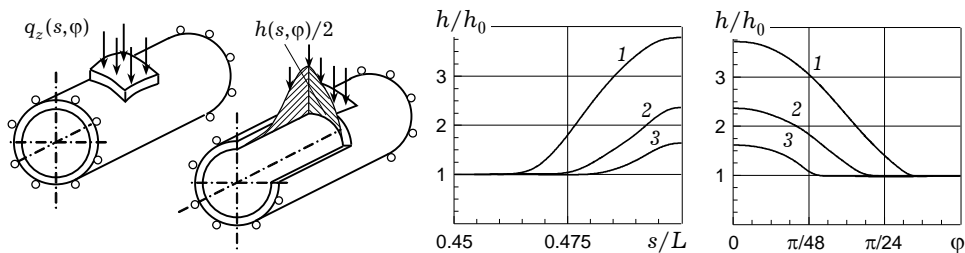


Рис. 13. Проектирование накладки оптимальной конфигурации

Приведем некоторые результаты экспериментальных исследований оболочек и шпангоутов с оптимальными параметрами [15, 16].

Исследовано распределение напряжений и перемещений в изготовленных из оптически активного материала моделях оптимальных и шпангоутов постоянного поперечного сечения, конфигурации которых приведены на рис. 14. Распределение контурных напряжений исследовано поляризационно-оптическим методом. Схема просвечивания представлена на рис. 15. Фотографии картин изохром, которые характеризуют напряженное состояние участков шпангоутов различных сечений, приведены на рис. 16 (постоянно – на рис. 16а и оптимального переменного – на рис. 16б).

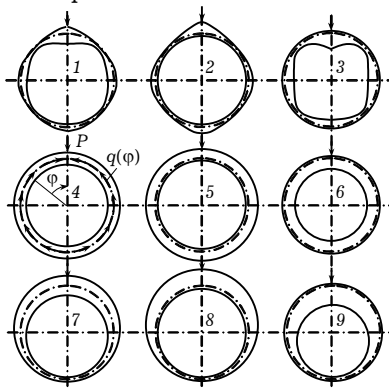


Рис. 14. Конфигурации испытываемых шпангоутов

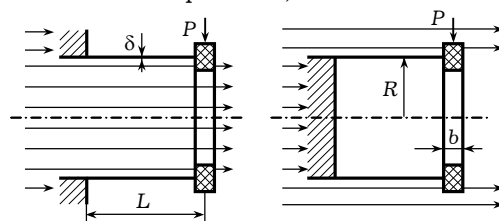


Рис. 15. Схемы просвечивания

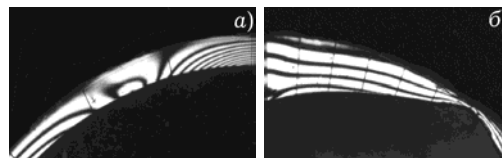


Рис. 16. Картины изохром

Перемещения замерялись с помощью индикаторов часового типа. При этом изменение диаметра торцов оболочки в 1.7–1.9 раза меньше для случая использования шпангоута оптимальной конфигурации. Деформированное состояние боковой поверхности оболочки, усиленной шпангоутами постоянной жесткости и оптимального очертания, исследовано методом голографической интерферометрии, интерферограммы которых приведены на рис. 17г для случая усиления оболочки шпангоутом оптимального сечения и на рис. 17д – постоянного сечения. Здесь же на рис. 17б, в представлены картины разрушения шпангоутов, а на рис. 17а – потери устойчивости оболочки.

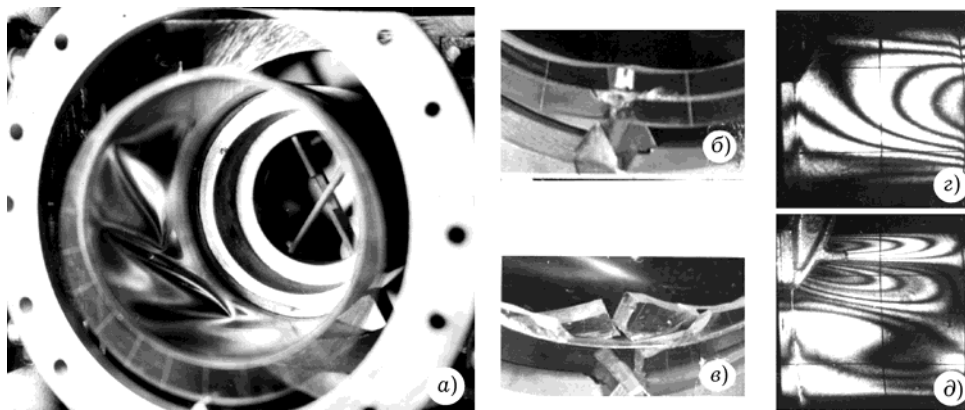


Рис. 17. Потеря устойчивости оболочки и разрушение шпангоута

Несущая способность конструкции определялась разрушением шпангоута или потерей устойчивости оболочки и оказалась в 1.8–2.2 раза больше при использовании шпангоута оптимального очертания.

1. Власов В. З. Контактные задачи теории оболочек и тонкостенных стержней // Изв. АН СССР. ОТН. – 1949. – № 6. – С. 68–82.
2. Григорюк Э. И., Толкачев В. М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. – Москва: Машиностроение, 1980. – 411 с.
3. Гудрамович В. С. Исследование прочности конструкций ракетно-космической техники в некоторых экстремальных условиях эксплуатации // Техн. механика. – 2001. – № 2. – С. 74–87.
4. Гудрамович В. С. Контактные задачи сопряжения систем пологих оболочек и силовых колец при произвольном нагружении // Контактная прочность пространственных конструкций. – Киев: Наук. думка, 1976. – С. 56–67.
5. Гудрамович В. С. Методы расчета прочности оболочечных конструкций ракетно-космической техники при локальных нагрузках и контактных взаимодействиях // Космічна наука і технологія. – 2002. – 8, № 4. – С. 11–24.
6. Гудрамович В. С. Пластическое выпучивание цилиндрической оболочки конечной длины при импульсном локальном нагружении // Теория оболочек и пластин: Тр. VIII Всесоюз. конф. по теории пластин и оболочек (Ростов-на-Дону, 1971). – Москва: Наука, 1973. – С. 125–130.
7. Гудрамович В. С., Герасимов В. П., Деменков А. Ф. Предельный анализ элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1990. – 136 с.
8. Гудрамович В. С., Дисковский И. А. О локальной устойчивости сферических оболочек // Докл. АН СССР. – 1977. – 232, № 6. – С. 1285–1288.
9. Гудрамович В. С., Дисковский И. А., Макеев Е. М. Тонкостенные элементы зеркальных антенн. – Киев: Наук. думка, 1986. – 152 с.
10. Гудрамович В. С., Макеев Е. М., Моссаковский В. И., Никитин П. И. Контактное взаимодействие оболочечных конструкций с упругими основаниями при усложненных условиях эксплуатации // Проблемы прочности. – 1985. – № 10. – С. 108–114.
11. Гудрамович В. С., Пасечник И. В. Контактное взаимодействие неоднородных оболочек вращения и упругого основания, описываемого различными моделями // Гидроаэромеханика и теория упругости. – Днепропетровск: Днепропетр. гос. ун-т, 1987. – С. 92–102.

12. Гудрамович В. С., Пасечник И. В. Контактное взаимодействие оболочечной конструкции и основания при учете их упругопластических свойств // Прикл. механика. – 1989. – **25**, № 11. – С. 38–44.
13. Гудрамович В. С., Моссаковский В. И. Контактная задача для упругого кольца, подкрепляющего цилиндрическую оболочку // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностр. – 1961. – № 2. – С. 153–156.
14. Дзюба А. П. Оптимальное проектирование конструкций на основе принципа максимума Понтрягина. – Днепропетровск: Днепропетр. гос. ун-т, 1984. – 136 с.
15. Дзюба А. П., Манза В. П., Моссаковский В. И., Ткачева Т. В. Экспериментальное исследование оптимальных силовых шпангоутов оболочек // Тр. XIV Всесоюз. конф. по теории пластин и оболочек. – Тбилиси: Тбилис. ун-т, 1987. – Т. 1. – С. 486–491.
16. Дзюба А. П., Петров В. В., Ткачева Т. В., Уразко В. В. Об использовании шпангоутов минимального веса для усиления цилиндрических оболочек // Динамика и прочность тяжелых машин. – Днепропетровск: Днепропетр. гос. ун-т, 1983. – С. 134–137.
17. Дзюба А. П., Селиванов Ю. М., Булакаев П. И., Ткачев С. В. Теоретико-экспериментальное моделирование оптимального подкрепления цилиндрической оболочки при локальном поперечном нагружении // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Механіка. – 2004. – № 6/2. – С. 89–96.
18. Дзюба А. П., Ткачева Т. В. Методы расчета и оптимального проектирования силовых шпангоутов оболочек – Днепропетровск: Днепропетр. гос. ун-т, 1984. – 120 с.
19. Катан Л. И., Макеев Е. М. Контактная задача для цилиндрической оболочки, лежащей на круговых опорах произвольной протяженности // Прикл. механика. – 1979. – **15**, № 3. – С. 46–52.
20. Моссаковский В. И., Гудрамович В. С. Контактные задачи теории оболочек // Контактная прочность пространственных конструкций. – Киев: Наук. думка, 1976. – С. 3–40.
21. Моссаковский В. И., Гудрамович В. С., Макеев Е. М. Контактные взаимодействия элементов оболочечных конструкций. – Киев: Наук. думка, 1988. – 288 с.
22. Моссаковский В. И., Гудрамович В. С., Макеев Е. М. Контактные задачи теории оболочек и стержней. – Москва: Машиностроение, 1978. – 248 с.
23. Моссаковский В. И., Дзюба А. П., Селиванов Ю. М., Галочкин Д. Г. Экспериментально-теоретический метод рационального перераспределения материала сложных тонкостенных конструкций // Мат. методы и компьютерное моделирование в исследовании и проектировании механических систем. – Киев: Ин-т кибернетики НАН Украины, 1995. – С. 86–93.
24. Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений. – Москва: Гостехиздат, 1957. – 536 с.
25. Bulakajev P. J., Dzjuba A. P. An algorithm for the production of search trajectory in nonlinear programming problems optimum design // Struct. optimization research. – 1977. – **13**, No. 2/3. – P. 199–202.
26. Dzjuba A. P., Bulakajev P. J. On the general optimum design characteristics and on the strength, stiffness and weight control of the structural members // Light-weight structures in civil engineering. – Warsaw, 1996. – P. 16–19.
27. Hudramovych V. S. Carrying capacity of locally loaded shell structures // Proc. Int. Conf. «Carrying capacity of shell structures» / Ed. V. Krupka, P. Shneider. – Brno, Czech. Rep., 1997. – P. 145–151.
28. Hudramovych V. S. Contact interactions between shell systems and supports (stamps). General solution methods. Influence of the structural defects // Тези 5-го укр.-польск. симп. «Актуальні задачі механіки неоднорідних структур». – Львів: ЛНУ, 2003. – С. 11–12.
29. Hudramovych V. S. Features of nonlinear deformation and critical states of shell systems with geometrical imperfections // Int. Appl. Mech. – 2006. – **42**, No. 12. – P. 1323–1355.
30. Hudramovych V. S. Numerical simulation of nonlinear contact interaction between shell structures and supports (stamps) of different types // Progress and Trends in rheology / Ed. J. Emry. – Darmstadt: Springer, 1998. – P. 351–352.
31. Hudramovych V. S. Strength of locally loaded thinwalled structures of marine vehicles // Proc. 5 Int. Symp. High Speed marine vehicles. – Napoly, Italy, 1999. – P. IV.1.1 – IV.1.12.

КОНТАКТНІ ВЗАЄМОДІЇ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ЛОКАЛЬНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Узагальнено методи розв'язування задач контактної взаємодії елементів оболонкових конструкцій між собою і зі штампами різних типів. Розглянуто схеми визначення руйнуючих навантажень з використанням теорії граничної рівноваги і критичних навантажень локальної стійкості оболонкових систем при заданому навантаженні. Наведено схеми оптимізації форми елементів конструкцій при локальних навантаженнях. Подано результати експериментальних досліджень.

CONTACT INTERACTION AND OPTIMIZATION OF SHELL DESIGNS UNDER LOCAL LOADING

The methods for solving different problems on contact interaction of elements of shell designs with one another and with stamps of different types are generalized. Schemes for determination of failure loads are considered using the theory of limit equilibrium and critical loads of local stability for shell systems under this loading. Schemes of shape optimization for elements of designs under local loadings are proposed. The results of experimental studies are presented.

¹ Ін-т техн. механіки
НАН України и НКА України, Днепропетровск,
² Днепропетровс. нац. ун-т, Днепропетровск

Получено
16.03.08