

МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ШАРУВАТОГО ПО ОСІ ТЕРМОЧУТЛИВОГО ЦИЛІНДРА ЗА ТЕПЛОВІДВЕДЕННЯ ШЛЯХОМ ВИПАРОВУВАННЯ РІДИНИ

На прикладі тришарового по осі циліндра проілюстровано формулювання математичної моделі та методик визначення усталеного теплового та термомпружного станів термочутливого циліндра, на одну з обмежувальних поверхонь якого спрямований потік тепла, а через іншу відбувається тепловідведення шляхом випаровування рідини. При цьому прийнято, що у другому шарі циліндра наявні розподілені за параболічним законом джерела тепла, а між шарами виконуються умови ідеального теплового контакту. Досліджено вплив залежності термомеханічних характеристик матеріалів шарів від температури та інтенсивності випаровування на характер і рівень розподілу температури і напружень.

Дослідження термомпружного стану багатшарових структур відіграє важливу роль у різних галузях техніки, зокрема, в елементах мікроелектроніки [7] при їх проектуванні та експлуатації. У них протікає електричний струм, результатом дії якого є неоднорідне виділення тепла і значний рівень градієнтності температури. Надійність роботи таких елементів гарантує дотримання належного теплового стану, який можна спроектувати, виходячи з моделі термочутливого тіла, що передбачає врахування залежності теплових і механічних характеристик матеріалів шарів від температури. У випадку, якщо температура багатшарового елемента перевищує критичну, необхідно швидко і ефективно її стабілізувати. Забезпечити це можна відведенням тепла з обмежувальних поверхонь. Коли температура поверхні, через яку відводиться тепло, не є такою, щоб забезпечити на ній кипіння рідини [2], або товщина плівки є доволі малою, то тепло передається через плівку рідини та відводиться з її поверхні в результаті випаровування [10].

Огляд досліджень термомпружного стану термочутливих тіл детально подано в роботі [4]. У працях [1–6, 11–16] вказано на важливість урахування термочутливості матеріалів шарів при визначенні розподілів температури та напружень багатшарових конструкцій. Процес тепловідведення шляхом випаровування рідини з обмежувальних поверхонь описано в [10]. Тут же ілюструємо моделювання та методик визначення і дослідження термомпружного стану термочутливих шаруватих тіл за тепловідведення шляхом випаровування через обмежувальну поверхню.

Як і в роботі [5], розглядаємо скінченний термочутливий циліндр, який складається із трьох циліндрів різної висоти, виготовлених із різних матеріалів. На одній із плоских обмежувальних поверхонь $\tilde{z} = \tilde{z}_1$ задано сталий потік тепла q , а через іншу плоску поверхню $\tilde{z} = \tilde{z}_4$ відбувається відведення тепла шляхом випаровування рідини. Коефіцієнт теплообміну через цю поверхню сталий і дорівнює α , а температура середовища, з яким відбувається теплообмін, – t_c . Циліндр нагрівається наявними у внутрішній складовій джерелами тепла, що розподілені за параболічним законом

$$W^{(2)}(\tilde{z}) = -\frac{4W_0^{(2)}}{(\tilde{z}_3 - \tilde{z}_2)^2}(\tilde{z} - \tilde{z}_2)(\tilde{z} - \tilde{z}_3),$$

де $W_0^{(2)}$ – найбільше значення потужності джерел тепла, яке спостерігаємо на серединній поверхні другого шару $\tilde{z} = \frac{\tilde{z}_2 + \tilde{z}_3}{2}$. В інших складових ци-

ліндра джерела тепла відсутні. На межах дотику сусідніх складових $\tilde{z} = \tilde{z}_2, \tilde{z}_3$ виконуються умови ідеального теплового контакту. Циліндричні поверхні кожної із складових є теплоізольованими, а отже, потік тепла через них відсутній. Через це розподіл температури в циліндрі залежатиме лише від осової координати. За таких умов ставиться завдання визначити розподіл температури і напружень у циліндрі. Як бачимо, наведене формулювання задачі теплопровідності відрізняється від формулювання задачі теплопровідності роботи [5] лише умовою на обмежувальній поверхні $\tilde{z} = \tilde{z}_4$. У роботі [5] через цю поверхню здійснюється відведення тепла шляхом кипіння рідини, а тут – шляхом її випаровування.

Математична модель для визначення температури. Скориставшись поданням залежних від температури в діапазоні $[t_p, t_k]$ коефіцієнтів теплопровідності складових циліндра [5], у введених у цій роботі безрозмірних величинах математична модель для визначення температури міститиме

- *рівняння теплопровідності складових*

$$\frac{d}{dz} \left(\lambda_t^{(i)*}(T_i) \frac{dT_i}{dz} \right) = W^{(i)}(z) \delta_{i2}, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1)$$

- *крайові умови на обмежувальних поверхнях*

$$\lambda_t^{(1)*}(T_1) \frac{dT_1}{dz} \Big|_{z=z_1} = -Ki, \quad (2)$$

$$\left[\lambda_t^{(3)*}(T_3) \frac{dT_3}{dz} + Bi \left((T_3 - T_c) + M_{\text{evap}} \left(\frac{p_{A,\text{sat}}}{T_3} - \frac{p_{A,c}}{T_c} \right) \right) \right] \Big|_{z=z_4} = 0; \quad (3)$$

- *умови ідеального теплового контакту складових циліндра*

$$T_{i-1} \Big|_{z=z_i} = T_i \Big|_{z=z_i}, \quad (4)$$

$$\lambda_t^{(i-1)*}(T_{i-1}) \frac{dT_{i-1}}{dz} \Big|_{z=z_i} = \lambda_t^{(i)*}(T_i) K_\lambda^{(i)} \frac{dT_i}{dz} \Big|_{z=z_i}, \quad i = 2, 3, \quad (5)$$

де $\delta_{ik} = \begin{cases} 1, & i = k, \\ 0, & i \neq k, \end{cases}$ – символ Кронекера.

Умова (3) описує відведення тепла шляхом випаровування рідини на обмежувальній поверхні $\tilde{z} = \tilde{z}_4$, у якій $M_{\text{evap}} = m_{\text{evap}}/t_k^2$, $m_{\text{evap}} = h_{\text{ig}} \alpha^{(n)} M_A \text{Le}^{-2/3} / (R \rho_a c_a)$, M_A – молярна маса рідини [кг/моль], R – універсальна газова стала, $p_{A,\text{sat}}$, $p_{A,c}$ – тиски насиченої пари рідини на обмежувальній поверхні та в навколишньому середовищі відповідно [Па], ρ_a – густина повітря, c_a – питома теплоємність повітря при сталому тиску, $\text{Le} = \alpha_a / D_{AB}$ – число Льюїса, α_a – коефіцієнт теплопровідності повітря, D_{AB} – коефіцієнт дифузії для двокомпонентної суміші. Зазначимо, що з умови (3) при $m_{\text{evap}} = 0$ отримаємо умову конвективного теплообміну. Всі інші величини наведено у роботі [5]. У подальшому будемо істотно використовувати результати цієї роботи. Посилаючись на певні формули з роботи [5], до їх номера будемо додавати індекс «[5]».

Побудова розв'язку математичної моделі. Сформульована математична модель є нелінійною задачею спряження з огляду на залежність коефіцієнтів теплопровідності $\lambda_t^{(i)}(t_i)$, $i = 1, 2, 3$, від шуканих температур та умову (3) тепловідведення шляхом випаровування рідини. Для побудови її

розв'язку скористаємось перетворенням Кірхгофа (7_[5]). В результаті з задачі (1)–(5) отримаємо задачу стосовно змінних θ_i , яка включає рівняння (8_[5]), умови (9_[5]), (11_[5]), (12_[5]) та умову, отриману внаслідок перетворення Кірхгофа умови (3):

$$\left[\frac{d\theta_3}{dz} + \text{Bi} \left((T_3(\theta_3) - T_c) + M_{\text{evap}} \left(\frac{p_{A,\text{sat}}}{T_3(\theta_3)} - \frac{p_{A,c}}{T_c} \right) \right) \right]_{z=z_4} = 0. \quad (6)$$

Бачимо, що в результаті застосування перетворення Кірхгофа з нелінійної задачі теплопровідності отримано простішу задачу щодо змінних Кірхгофа, в якій нелінійними є умови (11_[5]) та (6).

Проінтегрувавши рівняння (8_[5]), знаходимо вирази змінних Кірхгофа та їхніх похідних (15_[5]). Вирази сталих інтегрування, крім сталої C_{12} , співпадають з наведеними у роботі [5]. Для визначення сталої C_{12} з умови (6) отримаємо рівняння

$$C_{31}(z_4 - z_3) + \text{Bi} \left(\left(\frac{\sqrt{1 + 2k_3 \theta_3|_{\rho=\rho_4}} - 1}{k_3} + T_p - T_c \right) + M_{\text{evap}} \left(p_{A,\text{sat}} \left(\frac{\sqrt{1 + 2k_3 \theta_3|_{\rho=\rho_4}} - 1}{k_3} + T_p \right)^{-1} - \frac{p_{A,c}}{T_c} \right) \right) = 0. \quad (7)$$

Розв'язок рівняння (7) визначено за допомогою пакета програм аналітичних перетворень. Знайшовши аналітичний вираз для C_{12} , який не наводимо через його громіздкість, автоматично отримуємо вирази і для решти сталих інтегрування, що обчислюються через C_{12} . Знаючи C_{ij} , $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2$, за формулами (14_[5]) з урахуванням (15_[5]) знаходимо розподіли температури в складових розглядуваного термочутливого циліндра.

Температура нетермочутливого циліндра. Обезрозмірена математична модель для визначення розподілів температур у шарах аналогічного нетермочутливого циліндра має вигляд (18_[5])–(22_[5]), у якій умова кипіння рідини (20_[5]) замінена умовою її випаровування

$$\left[\frac{dT_{3N}}{dz} + \text{Bi}_N \left((T_{3N} - T_c) + M_{\text{evap}} \left(\frac{p_{A,\text{sat}}}{T_{3N}} - \frac{p_{A,c}}{T_c} \right) \right) \right]_{z=z_4} = 0. \quad (8)$$

Зауважимо, що ця модель з огляду на граничну умову (8) є нелінійною.

Відповідні розподіли температур у шарах циліндра мають вигляд (23_[5]), а сталу \bar{C}_{12} визначаємо з рівняння

$$\bar{C}_{31}(z_4 - z_3) + \text{Bi}_N \left((\bar{C}_{31}(z_4 - z_3) + \bar{C}_{32} - T_c) + M_{\text{evap}} \left(\frac{p_{A,\text{sat}}}{\bar{C}_{31}(z_4 - z_3) + \bar{C}_{32}} - \frac{p_{A,c}}{T_c} \right) \right) = 0, \quad (9)$$

яке отримане внаслідок виконання умови (8).

Визначення температурних напружень. Якщо модулі пружності $E_i(t_i)$, коефіцієнти Пуассона $\nu_i(t_i)$ та коефіцієнти теплового розширення $\alpha_{ti}(t_i)$ складових циліндра подати у вигляді $\chi_i(t) = \chi_0^{(i)} \chi_i^*(T_i)$, де $\chi_0^{(i)}$ – розмірні величини, що дорівнюють значенню відповідної характеристики при температурі t_p (опорні значення), а величини $\chi_i^*(T_i)$ – безрозмірні функції, що описують залежність цих характеристик від безрозмірних темпера-

тур T_i , то

$$v_i(t_i) = v_0^{(i)} v_i^*(T_i), \quad \alpha_{ti}(t_i) = \alpha_{t0}^{(i)} \alpha_i^*(T_i), \quad E_i(t_i) = E_0^{(i)} E_i^*(T_i),$$

а безрозмірні ненульові компоненти тензора напружень $\sigma_x = \sigma_y = \sigma(z)$ обчислюватимуться за формулою (24_[5]):

$$\sigma(z) = \frac{E(z, t)}{1 - v(z, t)} \left(\frac{(AN_t - BM_t)z + AM_t - CN_t}{A^2 - BC} - \Phi(z, T) \right), \quad (10)$$

де

$$\begin{aligned} \sigma(z) &= \frac{\tilde{\sigma}(z)}{E_0^{(1)} \alpha_{t0}^{(1)} t_k}, \\ \Phi(z, T) &= \Phi_1^*(T_1) + \left(\Phi_2^*(T_2) \frac{\alpha_{t0}^{(2)}}{\alpha_{t0}^{(1)}} - \Phi_1^*(T_1) \right) S_+(z - z_2) + \\ &\quad + \left(\Phi_3^*(T_3) \frac{\alpha_{t0}^{(3)}}{\alpha_{t0}^{(1)}} - \Phi_2^*(T_2) \frac{\alpha_{t0}^{(2)}}{\alpha_{t0}^{(1)}} \right) S_+(z - z_3), \quad S_+(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi > 0, \\ 0, & \xi \leq 0, \end{cases} \\ \Phi_i^*(T_i) &= (T_i - T_p) + \frac{k_\alpha^{(1)}}{2} (T_i - T_p)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \sum_{i=1}^3 \frac{E_0^{(i)}}{E_0^{(1)}} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{z E_i^*(T_i)}{1 - v_i(T_i)} dz, & B &= \sum_{i=1}^3 \frac{E_0^{(i)}}{E_0^{(1)}} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{E_i^*(T_i)}{1 - v_i(T_i)} dz, \\ C &= \sum_{i=1}^3 \frac{E_0^{(i)}}{E_0^{(1)}} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{z^2 E_i^*(T_i)}{1 - v_i(T_i)} dz, & N_t &= \sum_{i=1}^3 \frac{E_0^{(i)}}{E_0^{(1)}} \frac{\alpha_{t0}^{(i)}}{\alpha_{t0}^{(1)}} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{E_i^*(T_i) \Phi_i^*(T_i)}{1 - v_i(T_i)} dz, \\ M_t &= \sum_{i=1}^3 \frac{E_0^{(i)}}{E_0^{(1)}} \frac{\alpha_{t0}^{(i)}}{\alpha_{t0}^{(1)}} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{E_i^*(T_i) \Phi_i^*(T_i)}{1 - v_i(T_i)} z dz. \end{aligned}$$

Нетермочутливий циліндр (часткові випадки).

1°. Нехай коефіцієнти теплопровідності та механічні характеристики складових нетермочутливого циліндра дорівнюють опорним значенням відповідних коефіцієнтів теплопровідності та механічних характеристик складових термочутливого. Тоді розподіл температури у його складових матиме вигляд (23_[5]), де $\lambda_{tN}^{(i)} = \lambda_{t0}^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$.

Коефіцієнти Пуассона, теплового розширення і модулі пружності складових такого циліндра у цьому випадку відповідно дорівнюють значенням $v_0^{(i)}$, $\alpha_{t0}^{(i)}$, $E_0^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$, а формула для обчислення напружень, яку отримаємо з (10), поклавши в ній $v_i^*(T_i) = \alpha_i^*(T_i) = E_i^*(T_i) = 1$, набуде вигляду

$$\sigma(z) = \frac{E(z)}{1 - v(z)} \left(\frac{(AN_t - BM_t)z + AM_t - CN_t}{A^2 - BC} - \Phi(z) \right), \quad (11)$$

де

$$\{E(z), v(z), \Phi(z)\} = \begin{cases} \{1, v_0^{(1)}, T_{1N} - T_p\}, & z_1 \leq z < z_2, \\ \left\{ \frac{E_0^{(2)}}{E_0^{(1)}}, v_0^{(2)}, (T_{2N} - T_p) \frac{\alpha_{t0}^{(2)}}{\alpha_{t0}^{(1)}} \right\}, & z_2 \leq z < z_3, \\ \left\{ \frac{E_0^{(3)}}{E_0^{(1)}}, v_0^{(3)}, (T_{3N} - T_p) \frac{\alpha_{t0}^{(3)}}{\alpha_{t0}^{(1)}} \right\}, & z_3 \leq z \leq z_4, \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \bar{E}_{i0} (z_{i+1}^2 - z_i^2), \quad B = \sum_{i=1}^3 \bar{E}_{i0} (z_{i+1} - z_i), \quad C = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \bar{E}_{i0} (z_{i+1}^3 - z_i^3), \\
N_t &= \sum_{i=1}^3 \bar{E}_{i0} (\bar{C}_{i1} (z_{i+1} - z_i)^2 + (\bar{C}_{i2} - T_p) (z_{i+1} - z_i)) \frac{\alpha_{t0}^{(i)}}{\alpha_{t0}^{(1)}}, \\
M_t &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \bar{E}_{i0} \left[\frac{1}{3} (z_{i+1} - z_i)^3 \bar{C}_{i1} + \frac{1}{2} (z_{i+1} - z_i)^2 (\bar{C}_{i2} - \bar{C}_{i1} z_i - T_p) \right] \frac{\alpha_{t0}^{(i)}}{\alpha_{t0}^{(1)}}, \\
\bar{E}_{i0} &= E_0^{(i)} \frac{1}{E_0^{(1)} (1 - \nu_0^{(i)})}, \quad i = 1, 2, 3.
\end{aligned}$$

2°. У випадку середньоінтегральних значень термомеханічних характеристик, тобто, коли

$$\begin{aligned}
\lambda_{tN}^{(i)} = \lambda_{tc}^{(i)} &= \frac{1}{T_k - T_p} \int_{T_p}^{T_k} (\lambda_{t0}^{(i)} (1 + k_i (T_i - T_p))) dT_i = \\
&= \lambda_{t0}^{(i)} \left(1 + \frac{k_i}{2} (T_k - T_p) \right), \quad i = 1, 2, 3,
\end{aligned}$$

термопружні характеристики будуть дорівнювати

$$\{v_c^{(i)}, \alpha_{tc}^{(i)}, E_c^{(i)}\} = \frac{1}{T_k - T_p} \int_{T_p}^{T_k} \{v_i(T_i), \alpha_{ti}(T_i), E_i(T_i)\} dT_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Тоді у виразах (23_[5]) для температури треба вважати

$$\text{Po}_N = \text{Po} \frac{\lambda_{t0}^{(2)}}{\lambda_{tc}^{(2)}}, \quad \text{Bi}_N = \text{Bi} \frac{\lambda_{t0}^{(2)}}{\lambda_{tc}^{(2)}}, \quad K_{\lambda N}^{(2)} = \frac{\lambda_{tc}^{(2)}}{\lambda_{tc}^{(1)}}, \quad K_{\lambda N}^{(3)} = \frac{\lambda_{tc}^{(3)}}{\lambda_{tc}^{(2)}}.$$

Формула для обчислення напружень матиме вигляд (11), у якій опорні значення механічних характеристик слід замінити відповідно на середньоінтегральні $\{v_0^{(i)}, \alpha_{t0}^{(i)}, E_0^{(i)}\} \rightarrow \{v_c^{(i)}, \alpha_{tc}^{(i)}, E_c^{(i)}\}$.

Числові дослідження. Для прикладу досліджено вплив залежності теплових і механічних характеристик матеріалів складових циліндра від температури на рівень і характер розподілів температур та компонент напруженого стану залежно від вхідних параметрів. Зазначимо, що матеріалом першої і третьої складових є кераміка ZrO_2 , а другої – титановий сплав Ti-6Al-4V [15].

Експериментально задані коефіцієнти теплопровідності та термомеханічні характеристики проапроксимували з використанням методу найменших квадратів поліноміальними залежностями в діапазоні температур $300 \div 1100 \text{ K}$. Їх вигляд наведено у роботі [5].

За рідини, які подаються на обмежувальну поверхню циліндра для зниження рівня його температури, вибрали FC-72 [8]

$$h_{fg} = 88000 \text{ Дж/кг}, \quad M_A = 0.338 \text{ кг/моль}, \quad p_{A,c} = 0,$$

$$p_{A,\text{sat}} = 30.9 \cdot 10^3 \text{ Па}, \quad D_{AB} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с},$$

та FC-87 [9]

$$h_{fg} = 103000 \text{ Дж/кг}, \quad M_A = 0.288 \text{ кг/моль}, \quad p_{A,c} = 0,$$

$$p_{A,\text{sat}} = 81.1 \cdot 10^3 \text{ Па}, \quad D_{AB} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с},$$

спеціально розроблені для використання в мікроелектроніці. Перевагами

цих матеріалів (діелектриків) є термічна та хімічна стабільність, відсутність атомів хлору та водню, нетоксичність, відсутність запаху, негорючість.

За координати меж шарів циліндра взяли $z_1 = 0$, $z_2 = 0.3$, $z_3 = 0.7$, $z_4 = 1$, за характерний розмір вибрали $l_0 = z_4$. Значення безрозмірних температур прийняли $T_p = T_c = 3/11$, $T_k = 1$, а безрозмірних критеріїв – $Ro = -0.5$, $Vi = 0.5$, $Ki = -0.2$.

Для дослідження впливу залежності термомеханічних характеристик матеріалів шарів циліндра від температури на рівень і характер розподілів температур і напружень побудували графіки розподілів температур (рис. 1) і напружень (рис. 2) для термочутливого (суцільні лінії) та нетермочутливого за опорних (штрихові лінії) та середньоінтегральних (штрихпунктирні лінії) значень термомеханічних характеристик складових. Криві 1 описують термопружний стан циліндра без охолодження його шляхом випаровування (конвективний теплообмін), криві 2 відповідають випадку використання рідини FC-87 як охолоджуючої, криві 3 – рідини FC-72.

Зазначимо, що кількісна зміна розподілів температури нетермочутливого за опорних значень коефіцієнтів теплопровідності складових циліндра фактично не впливає на кількісну зміну розподілів напружень.

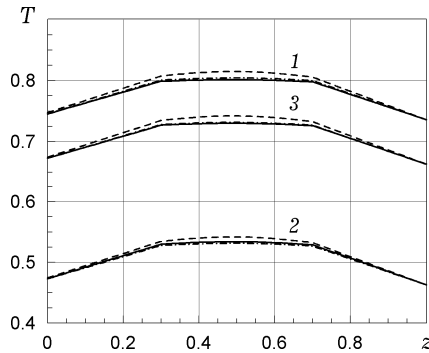


Рис. 1

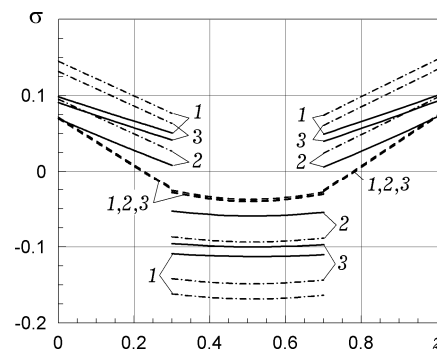


Рис. 2

З аналізу графіків, наведених на рис. 1, рис. 2, випливає, що тепловідведення з обмежувальних поверхонь багатошарових структур шляхом випаровування рідини є досить ефективним, а краще відведення тепла та зниження рівня температури з двох розглянутих (FC-72 і FC-89) отримуємо внаслідок використання рідини FC-87, причому розподіли температур і напружень у шарах зменшують свої значення більш ніж на 30%.

Бачимо, що розподіли температур у термочутливому циліндрі краще наближаються такими розподілами в аналогічному нетермочутливому циліндрі за середньоінтегральних значень коефіцієнтів теплопровідності матеріалів його шарів, що може бути корисним при їх експрес-оцінці. Однак використання моделі нетермочутливого тіла для визначення температурних напружень дає погане наближення їх розподілу у термочутливому циліндрі, зокрема, максимальні різниці між ними можуть перевищити 50%.

Висновки. Сформульовано нелінійну математичну модель та визначено розподіл температури у тришаровому циліндрі, в другому шарі якого наявні джерела тепла, розподілені за параболічним законом, а на зовнішніх обмежувальних поверхнях – сталий потік тепла та відбувається тепловідведення шляхом випаровування рідини. Визначено напруження, спричинені знайденим розподілом температури.

Встановлено, що відведення тепла шляхом випаровування рідини є досить ефективним способом зниження температури та напружень в багатошарових тілах. Зокрема, за використання певних рідин значення температури та напружень можуть зменшитися більш як на 30%.

Для вибраної композиції матеріалів показано, що розподіли температур термочутливого циліндра краще наближаються такими розподілами в аналогічному нетермочутливому за середньоінтегральних значень коефіцієнтів теплопровідності циліндрі, що може бути корисним при експрес-оцінці його теплового поля. Однак використання моделі нетермочутливого тіла (нехтування залежністю механічних характеристик від температури) для визначення напруженого стану у описаному вище багатошаровому циліндрі може призвести як до досить великих кількісних розбіжностей між розподілами напружень термочутливого та аналогічного нетермочутливого циліндрів, так і якісно інших їх розподілів.

1. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – Москва: Наука, 1964. – 488 с.
Te same: Carlslaw H. S., Jaeger J. C. Conduction of heat in solids. – Oxford: Clarendon Press, 1959. – 510 p.
2. Комов А. Т. Физическая модель расчета критических тепловых нагрузок при кипении в закрученном недогретом потоке при неоднородном обогреве // Теплофизика высоких температур. – 2000. – **38**, № 3. – С. 523–527.
Te same: Komov A. T. A physical model for prediction of critical heat fluxes in boiling in swirling subcooled flow under nonuniform heating // High Temp. – 2000. – **38**, No. 3. – P. 502–506.
3. Кушнір Р. М., Попович В. С. Про визначення усталеного термопружного стану багатошарових структур за високотемпературного нагрівання // Вісн. Київ. нац. ун-ту імені Тараса Шевченка. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2013. – № 3. – С. 42–47.
4. Кушнір Р. М., Попович В. С. Термопружність термочутливих тіл. – Львів: Споллом, 2009. – 412 с. – Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра: В 5 т. – Т. 3.
5. Попович В. С., Ракоча І. І. Напружено-деформований стан кусково-однорідного термочутливого циліндра за тепловідведення кипінням рідини // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2015. – **58**, № 2. – С. 89–97.
6. Ракоча І., Попович В. Математичне моделювання та дослідження термопружного стану кусково-однорідного по осі термочутливого циліндра // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2015. – Вип. 21. – С. 186–197.
7. Федасюк Д. В. Методи та засоби теплового проектування мікроелектронних пристроїв. – Львів: Вид-во держ. ун-ту «Львів. політехніка», 1999. – 228 с.
8. 3M™ Fluorinert™ Electronic Liquid FC-72. – <http://multimedia.3m.com/mws/media/648920/fluorinert-electronic-liquid-fc-72.pdf>.
9. 3M™ Fluorinert™ Electronic Liquid FC-87. – http://multimedia.3m.com/mws/media/webserver?mwsId=66666UuZjcFSLXTtnxTE5xF6EVuQEcuZgVs6EVs6E666666--fn=proinfo_FC87.pdf
10. Honda H., Wang Y. S. Theoretical study of evaporation heat transfer in horizontal microfin tubes: stratified flow model // Int. J. Heat Mass Transf. – 2004. – **47**, No. 17-18. – P. 3971–3983.
11. Kushnir R. M., Popovych V. S. Heat conduction problems of thermosensitive solids under complex heat exchange // In: Heat conduction – Basic research / V. S. Vikhrenko (ed.). – Rijeka: InTech (Croatia), 2011. – 350 p. – (Chap. 6. – P. 131–154.) – <http://www.intechopen.com/books/show/title/heat-conduction-basic-research>
12. Noda N. Thermal stresses in materials with temperature-dependent properties // In: Thermal Stresses I / R. B. Hetnarski (ed.). – Amsterdam: Elsevier Sci. Publ., 1986. – P. 391–483.
13. Och E. Frictional heating during sliding of two semi-spaces with arbitrary thermal nonlinearity // Acta Mech. Autom. – 2014. – **8**, No. 4. – P. 204–208.
14. Popovych V. Methods for determination of the thermo-stressed state of thermosensitive solids under complex heat exchange conditions // In: R. B. Hetnarski (ed.). Encyclopedia of Thermal Stresses. – Springer, 2014. – Vol. 6. – P. 2997–3008.
15. Tanigawa Y., Akai T., Kawamura R., Oka N. Transient heat conduction and thermal stress problems of a nonhomogeneous plate with temperature-dependent material properties // J. Therm. Stresses. – 1996. – **19**, No. 1. – P. 77–102.
16. Yevtushenko A. A., Kuciej M., Och E. Influence of thermal sensitivity of the pad and disk materials on the temperature during braking // Int. Commun. Heat Mass Transf. – 2014. – **55**. – P. 84–92.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ТЕРМОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ
СЛОИСТОГО ПО ОСИ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО
ЦИЛИНДРА ПРИ ТЕПЛОТВОДЕ ПУТЕМ ИСПАРЕНИЯ ЖИДКОСТИ**

На примере трёхсоставного по осевой координате цилиндра проиллюстрированы формулировка математической модели и методика определения установившихся температурного и напряженного состояний термочувствительного цилиндра, на одну из ограничивающих поверхностей которого направлен поток тепла, а через другую происходит теплоотвод путём испарения жидкости. При этом принято, что во втором слое цилиндра присутствуют распределенные по параболическому закону источники тепла, а между слоями выполняются условия идеального теплового контакта. Исследовано влияние зависимости термомеханических характеристик материалов составляющих цилиндра от температуры и интенсивности испарения на характер и уровень распределения температуры и напряжений.

**MODELING AND ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF LAYERED
BY AXIAL COORDINATES THERMOSENSITIVE CYLINDER
DURING HEAT REMOVAL BY THE WAY OF EVAPORATION OF LIQUID**

On the example of the three-layered by axial coordinate cylinder the formulation of the mathematical model and the method of determination of steady-state distributions of temperature and stresses are illustrated. The heat flux is directed to one of the flat bounding surfaces, and the heat removal by liquid evaporation takes place on the another surface. It is assumed that in the second layer of cylinder there are heat sources distributed by parabolic law, and between layers the conditions of perfect thermal contact are performed. The effect of thermomechanical properties of materials of the cylinder components depending on the temperature and evaporation intensity on the nature and level of temperature and stress distributions are investigated.

¹ Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

² Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано
13.07.15