

### АНАЛІЗ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ПОРОЖНИСТИХ ЦИЛІНДРІВ З УГНУТИМ ГОФРОВАНИМ ПОПЕРЕЧНИМ ПЕРЕРІЗОМ

*У просторовій постановці із застосуванням методу апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є проведено аналіз залежності напруженого стану порожнистого циліндра з поперечним перерізом у вигляді з'єднаних угнутих напівгофрів, що знаходиться під дією внутрішнього тиску і при певних умовах на торцях, від зміни товщини та кривини поперечного перерізу циліндрів, викликаних зміною кількості напівгофрів. Результати розв'язання задачі наведено у вигляді графіків розподілу полів переміщень і напружень.*

Циліндричні оболонки – найважливіший елемент конструкцій літаків, ракет, підводних човнів. У будівництві вони знаходять широке застосування у конструкціях будівель, резервуарів, газгольдерів, трубопроводів. Зумовлена технологічною необхідністю різноманітність конструкцій типу оболонок, що знаходять застосування у техніці і будівництві, широко зростає [11, 14, 18].

Розрахунки напружено-деформованого стану елементів типу оболонок здійснюється на основі сучасних методів, що описуються різними розрахунковими схемами [3, 9, 17, 19].

Суттєвого значення набуває потреба у розробці таких методів розрахунку напружено-деформованого стану оболонок, коли чисельні й аналітичні методи, по можливості, використовуються паралельно, доповнюючи один одного [2, 5].

З метою покращення характеристик міцності матеріалу конструкцій при їх експлуатації у складних умовах і здатності матеріалу чинити опір виникненню деформації широкого застосування набули конструкції з гофрованими елементами. Знання напружено-деформованого стану дозволяє вибирати раціональну форму гофрів при конструюванні та виготовленні елементів конструкцій подібного класу [10, 15, 16].

У деяких роботах хвилеподібний характер поперечного перерізу описується частиною сфери чи синусоїди, або дугами кіл, сполучення яких виконано таким чином, що кут нахилу дотичної до кривої змінюється без стрибків [7, 13]. У роботі [4] поперечний переріз у вигляді опуклих напівгофрів описується за допомогою укороченої епіциклоїди.

Пропонована стаття є продовженням досліджень напружено-деформованого стану гофрованих циліндрів. Розглядаються циліндри з поперечним перерізом у вигляді з'єднаних угнутих напівгофрів, що описуються за допомогою укороченої гіпоциклоїди. Задача розв'язана в просторовій постановці із використанням аналітичних методів відокремлення змінних, апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є і чисельного методу дискретної ортогоналізації.

**1. Постановка задачі.** Розглянемо пружний порожнистий циліндр сталої товщини під дією внутрішнього тиску  $q = q_0 \sin(\pi s/\ell)$ ,  $q_0 = \text{const}$ , у криволінійній ортогональній системі координат  $s, \psi, \gamma$ , де  $s$  – довжина дуги твірної;  $\psi$  – кутовий параметр, центральний кут у поперечному перерізі,  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ ;  $\gamma$  – нормальна координата вздовж товщини циліндра,  $\gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_2$ . Напряму серединної поверхні задаємо укороченою гі-

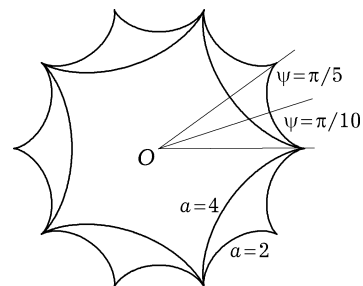


Рис. 1

поциклоїдою [6] в параметричній формі у вигляді (рис. 1)

$$x = (A - a) \cos \psi + \lambda a \cos \left( \frac{A - a}{a} \psi \right),$$

$$y = (A - a) \sin \psi - \lambda a \sin \left( \frac{A - a}{a} \psi \right).$$

Тут  $A$  – радіус нерухомого кола;  $a$  – радіус рухомого кола,  $a > 0$ ;  $\lambda a$  – відстань до центра рухомого кола,  $\lambda < 1$ .

Першу квадратичну форму у вибраній криволінійній ортогональній системі координат запишемо у вигляді

$$dS^2 = ds^2 + B_2^2(\psi, \gamma) d\psi^2 + d\gamma^2,$$

де

$$B_2 = B_2(\psi, \gamma) = H_2(\psi, \gamma) \omega(\psi), \quad H_2 = H_2(\psi, \gamma) = 1 + \frac{\gamma}{R(\psi)},$$

$$\omega = \omega(\psi) = \sqrt{\left( \frac{dx}{d\psi} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\psi} \right)^2}, \quad R_\psi = R(\psi) = \frac{\left( \left( \frac{dx}{d\psi} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\psi} \right)^2 \right)^{3/2}}{\frac{dx}{d\psi} \frac{d^2y}{d\psi^2} - \frac{dy}{d\psi} \frac{d^2x}{d\psi^2}}.$$

Тут  $\omega$  – коефіцієнт переходу від координати дуги напрямної до кутового параметра  $\psi$ ;  $R_\psi$  – радіус кривизни серединної поверхні в поперечному перерізі.

За вихідні приймаємо рівняння просторової теорії пружності для ізо-тропного тіла [8]. На торцях циліндра розглядаємо умови

$$\sigma_s = 0, \quad u_\psi = 0, \quad u_\gamma = 0 \quad \text{при} \quad s = 0, \quad s = \ell, \quad (1)$$

Граничні умови на бічних поверхнях мають вигляд

$$\sigma_\gamma = q_\gamma, \quad \tau_{s\gamma} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma} = 0 \quad \text{при} \quad \gamma = \gamma_1, \quad (2)$$

$$\sigma_\gamma = 0, \quad \tau_{s\gamma} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma} = 0 \quad \text{при} \quad \gamma = \gamma_2. \quad (3)$$

Прийmemo за розв'язувальні функції компоненти напружень  $\sigma_\gamma$ ,  $\tau_{s\gamma}$ ,  $\tau_{\psi\gamma}$  та переміщень  $u_\gamma$ ,  $u_s$ ,  $u_\psi$ . Після деяких перетворень з основних рівнянь отримаємо розв'язувальну систему диференціальних рівнянь із частинними похідними шостого порядку зі змінними коефіцієнтами, що описує тривимірну крайову задачу:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\gamma}{\partial \gamma} &= -\frac{1}{H_2 R_\psi} \sigma_\gamma - \frac{\partial \tau_{s\gamma}}{\partial s} - \frac{1}{B_2} \frac{\partial \tau_{\psi\gamma}}{\partial \psi} + \frac{1}{H_2 R_\psi} \left[ \frac{E\nu}{1-\nu^2} \frac{\partial u_s}{\partial s} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_\gamma + \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_\psi}{\partial \psi} + \frac{1}{H_2 R_\psi} u_\gamma \right) \right], \\ \frac{\partial \tau_{s\gamma}}{\partial \gamma} &= -\frac{1}{H_2} \frac{1}{R_\psi} \tau_{s\gamma} - \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{\partial u_s}{\partial s} + \frac{E\nu}{(1-\nu^2)} \frac{1}{H_2} \left( \frac{1}{\omega} \frac{\partial u_\psi}{\partial \psi} + \frac{1}{R_\psi} u_\gamma \right) \right] + \\ &\quad + \frac{\nu}{(1-\nu)} \sigma_\gamma \left] - \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_s}{\partial \psi} + \frac{\partial u_\psi}{\partial s} \right) \right], \\ \frac{\partial \tau_{\psi\gamma}}{\partial \gamma} &= -\frac{2}{H_2 R_\psi} \tau_{\psi\gamma} - \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{E}{1-\nu^2} \left( \nu \frac{\partial u_s}{\partial s} + \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_\psi}{\partial \psi} + \frac{1}{H_2 R_\psi} u_\gamma \right) \right] + \\ &\quad + \frac{\nu}{(1-\nu)} \sigma_\gamma \left] - \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_s}{\partial \psi} + \frac{\partial u_\psi}{\partial s} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_\gamma}{\partial \gamma} &= -\frac{\nu}{1-\nu} \left( \frac{\partial u_s}{\partial s} + \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_\psi}{\partial \psi} - \frac{1}{H_2 R_\psi} u_\gamma \right) + \frac{1-\nu-2\nu^2}{E(1-\nu)} \sigma_\gamma, \\ \frac{\partial u_s}{\partial \gamma} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{s\gamma} - \frac{\partial u_\gamma}{\partial s}, \quad \frac{\partial u_\psi}{\partial \gamma} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{\psi\gamma} - \frac{1}{B_2} \frac{\partial u_\gamma}{\partial \psi} + \frac{1}{H_2 R_\psi} u_\psi, \\ &0 \leq s \leq \ell, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi, \quad \gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_2,\end{aligned}\quad (4)$$

з граничними умовами (1)–(3).

**2. Метод розв'язування.** Наявність граничних умов (1) дає можливість відокремити змінні вздовж твірної циліндра. Для цього компоненти навантаження і розв'язувальні функції подамо у вигляді розвинень у скінченні ряди Фур'є уздовж координати  $s$ :

$$\begin{aligned}X(s, \psi, \gamma) &= \sum_{n=1}^N X_n(\psi, \gamma) \sin \lambda_n s, \\ Y(s, \psi, \gamma) &= \sum_{n=0}^N Y_n(\psi, \gamma) \cos \lambda_n s.\end{aligned}\quad (5)$$

Тут  $X = \{\sigma_\gamma, \tau_{\psi\gamma}, u_\gamma, u_\psi, q_\gamma\}$ ,  $Y = \{\tau_{s\gamma}, u_s\}$ ,  $\lambda_n = \frac{\pi n}{\ell}$ ,  $0 \leq s \leq \ell$ .

Після підстановки рядів (5) у розв'язувальну систему диференціальних рівнянь (4) та відповідні граничні умови (1)–(3) і відокремлення змінних, дістанемо розв'язувальну систему диференціальних рівнянь із частинними похідними зі змінними коефіцієнтами, що описують двовимірну крайову задачу для кожного члена розвинень (5) [5].

Отримана розв'язувальна система диференціальних рівнянь містить добутки розв'язувальних функцій на коефіцієнти, що перешкоджають відокремленню змінних за координатою  $\psi$ . Щоб позбутися цієї перешкоди, зазначені добутки замінимо доповняльними функціями

$$\begin{aligned}\Phi_{1,n}^j &= \frac{1}{H_2 R_\psi} \{\sigma_{\gamma,n}, \tau_{s\gamma,n}, u_{\gamma,n}, u_{s,n}\}, \quad j = 1, \dots, 4, \\ \Phi_{1,n}^5 &= \left( \frac{1}{H_2 R_\psi} \right)^2 u_{\gamma,n}, \quad \Phi_{2,n}^j = \frac{1}{H_2 R_\psi} \{\tau_{\psi\gamma,n}, u_{\psi,n}\}, \quad j = 1, 2, \\ \Phi_{3,n}^j &= \frac{1}{B_2} \left\{ \frac{\partial \sigma_{\gamma,n}}{\partial \psi}, \frac{\partial u_{\gamma,n}}{\partial \psi}, \frac{\partial u_{s,n}}{\partial \psi} \right\}, \quad j = 1, 2, 3, \\ \Phi_{4,n}^j &= \frac{1}{B_2} \left\{ \frac{\partial \tau_{\psi\gamma,n}}{\partial \psi}, \frac{\partial u_{\psi,n}}{\partial \psi}, \frac{1}{R_\psi} \frac{\partial u_{\psi,n}}{\partial \psi} \right\}, \quad j = 1, 2, 3, \\ \Phi_{5,n} &= \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \Phi_{1,n}^3, \quad \Phi_{6,n} = \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \Phi_{3,n}^3, \\ \Phi_{7,n} &= \frac{1}{B_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \Phi_{4,n}^2, \quad n = 0, \dots, N.\end{aligned}\quad (6)$$

Підставивши вирази (6) в розв'язувальну систему диференціальних рівнянь, одержимо систему, коефіцієнти якої формально не будуть залежати від координати  $\psi$  (індекс  $n$  у позначеннях розв'язувальних функцій і компонент навантаження опускаємо):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_\gamma}{\partial \gamma} &= (c_2 - 1)\varphi_1^1 + \lambda_n \tau_{\psi\gamma} - \varphi_4^1 + b_{22}\varphi_1^5 + b_{12}\lambda_n \varphi_1^4 + b_{22}\varphi_4^3, \\
\frac{\partial \tau_{s\gamma}}{\partial \gamma} &= -c_1 \lambda_n \sigma_\gamma + b_{11}\lambda_n^2 u_s - \varphi_1^2 - b_{12}\lambda_n \varphi_1^3 - b_{66}\varphi_6 - (b_{12} + b_{66})\lambda_n \varphi_4^2, \\
\frac{\partial \tau_{\psi\gamma}}{\partial \gamma} &= b_{66}\lambda_n^2 u_\psi - c_2 \varphi_3^1 - 2\varphi_2^1 - b_{22}\varphi_5 - (b_{12} + b_{66})\lambda_n \varphi_3^3 - b_{22}\varphi_7, \\
\frac{\partial u_\gamma}{\partial \gamma} &= c_4 \sigma_\gamma + c_1 \lambda_n u_s - c_2 \varphi_4^2 - c_2 \varphi_1^3, \\
\frac{\partial u_s}{\partial \gamma} &= a_{55} \tau_{s\gamma} - \lambda_n u_\gamma, \quad \frac{\partial u_\psi}{\partial \gamma} = a_{44} \tau_{\psi\gamma} - \varphi_3^2 + \varphi_2^2. \tag{7}
\end{aligned}$$

Тепер, подаючи розв'язувальні, доповняльні функції та компоненти навантаження у вигляді розвинень у скінченні ряди Фур'є за координатою  $\psi$  :

$$\tilde{X}(\psi, \gamma) = \sum_{k=0}^K \tilde{X}_k(\gamma) \cos k\psi, \quad \tilde{Y}(\psi, \gamma) = \sum_{k=1}^K \tilde{Y}_k(\gamma) \sin k\psi, \tag{8}$$

$$\tilde{X} = \{\sigma_\gamma, \tau_{s\gamma}, u_\gamma, u_s, \varphi_1^j, \varphi_4^j, \varphi_6, q_\gamma\}, \quad \tilde{Y} = \{\tau_{\psi\gamma}, u_\psi, \varphi_2^j, \varphi_3^j, \varphi_5, \varphi_7\}$$

і підставляючи їх у розв'язувальну систему диференціальних рівнянь (7) і відповідні граничні умови, після відокремлення змінних дістанемо систему звичайних диференціальних рівнянь відносно амплітудних значень рядів (8) у вигляді

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{\gamma,k}}{d\gamma} &= \lambda_n \tau_{s\gamma,k} + \left( \frac{\nu}{1-\nu} - 1 \right) \varphi_{1,k}^1 - \varphi_{4,k}^1 - \frac{E}{1-\nu^2} (\lambda_n \varphi_{1,k}^4 + \varphi_{4,k}^3 + \varphi_{1,k}^5), \\
\frac{d\tau_{s\gamma,k}}{d\gamma} &= -\frac{\nu}{1-\nu} \lambda_n \sigma_{\gamma,k} + \frac{E}{1-\nu^2} \lambda_n^2 u_{s,k} - \varphi_{1,k}^2 - \left( \frac{E\nu}{1-\nu^2} + \frac{E}{2(1+\nu)} \right) \times \\
&\quad \times \lambda_n \varphi_{4,k}^2 - \frac{E\nu}{1-\nu^2} \lambda_n \varphi_{1,k}^3 - \frac{E}{2(1+\nu)} \varphi_{6,k}, \\
\frac{d\tau_{\psi\gamma,k}}{d\gamma} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \lambda_n^2 u_{\psi,k} - 2\varphi_{2,k}^1 + \left( \frac{E\nu}{1-\nu^2} + \frac{E}{2(1+\nu)} \right) \lambda_n \varphi_{3,k}^3 - \\
&\quad - \frac{E}{1-\nu^2} (\varphi_{7,k} + \varphi_{5,k}) - \frac{\nu}{1-\nu} \varphi_{3,k}^1, \\
\frac{du_{\gamma,k}}{d\gamma} &= \frac{(1-\nu-2\nu^2)}{(1-\nu)E} \sigma_{\gamma,k} + \frac{\nu}{1-\nu} (\lambda_n u_{s,k} - \varphi_{4,k}^2 - \varphi_{1,k}^3), \\
\frac{du_{s,k}}{d\gamma} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{s\gamma,k} - \lambda_n u_{\gamma,k}, \\
\frac{du_{\psi,k}}{d\gamma} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{\psi\gamma,k} - \varphi_{3,k}^2 + \varphi_{2,k}^2, \quad k = 0, \dots, K, \tag{9}
\end{aligned}$$

з граничними умовами

$$\sigma_{\gamma,k} = q_{\gamma,k}, \quad \tau_{s\gamma,k} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma,k} = 0 \quad \text{при} \quad \gamma = \gamma_1, \tag{10}$$

$$\sigma_{\gamma,k} = 0, \quad \tau_{s\gamma,k} = 0, \quad \tau_{\psi\gamma,k} = 0 \quad \text{при} \quad \gamma = \gamma_2. \tag{11}$$

Отриману крайову задачу (9)–(11) розв’язуємо стійким чисельним методом дискретної ортогоналізації [1] одночасно для всіх гармонік  $k$  розвинень в ряди Фур’є (8). У процесі інтегрування на кожному кроці застосування чисельного методу амплітудні значення доповняльних функцій обчислюємо за поточними значеннями амплітуд розв’язувальних функцій із використанням апроксимації функцій дискретними рядами Фур’є [12].

**3. Числові результати.** На основі викладеного підходу проведемо дослідження залежності напруженого стану порожнистого циліндра з угнутим гофрованим поперечним перерізом, що знаходиться під дією внутрішнього тиску, від товщини циліндра та кількості напівгофрів.

Задачу розв’язано при таких вихідних даних: коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.3$ ; модуль Юнга  $E = E_0 = \text{const}$ ; довжина циліндра  $\ell = 60$ ; радіус нерухомого кола  $A = 20$ ; радіус рухомого кола  $a = 2$  і  $a = 24$ ; параметр  $\lambda = 0.4$ . За таких вихідних даних у місцях з’єднання напівгофрів, радіус кривини серединної поверхні набуває значень  $R_\psi = 1.41$  для  $a = 2$  і  $R_\psi = 2.22$  для  $a = 4$ . Залишаючись у межах теорії оболонок середньої товщини та товстінних циліндрів, виберемо два значення товщини розглядуваних циліндрів  $h = 0.8$  і  $h = 1.2$ .

На рис. 2–4 наведено результати розв’язання задачі у вигляді графіків розподілу переміщень і напружень у середньому перерізі по довжині циліндра.

На рис. 2 показано графіки розподілу переміщень  $u_\gamma E_0/q_0$  серединної поверхні циліндра для двох значень товщини вздовж прямої циліндра. Криві на рис. 2а відповідають циліндром з 10-ма напівгофрами ( $a = 2$ ), на рис. 2б – з 5-ма напівгофрами ( $a = 4$ ).

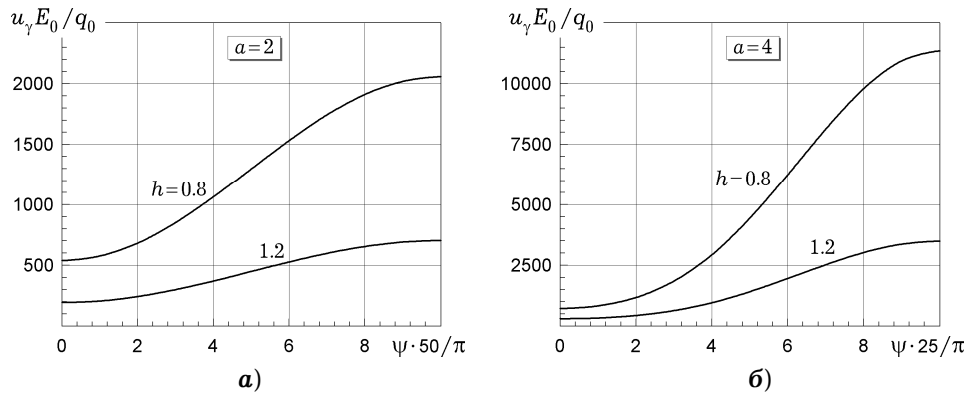


Рис. 2

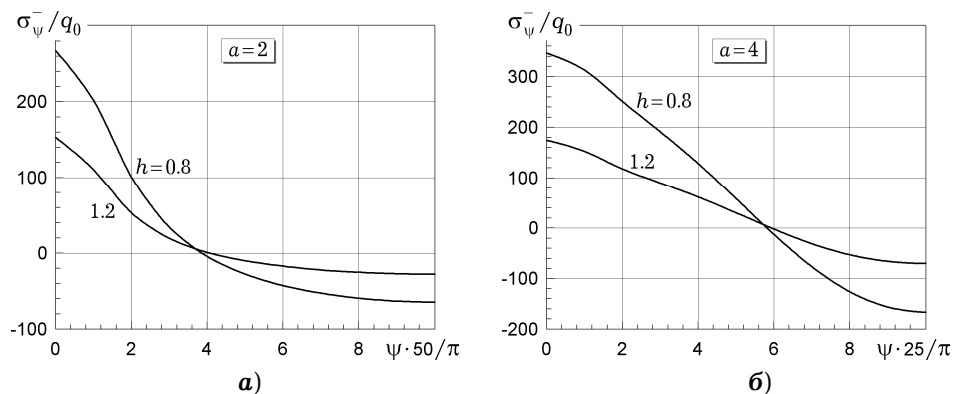


Рис. 3

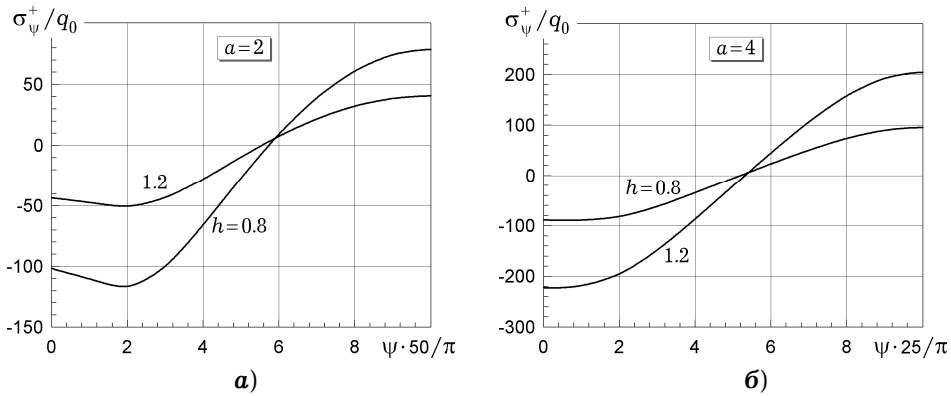


Рис. 4

На рис. 2 бачимо, що при збільшенні товщини циліндра величина переміщень зменшується у 2.7 рази у місцях з'єднання напівгофрів при  $\psi = 0$  і в 2.9 рази – у западині напівгофрів при  $\psi = \pi/10$  для  $a = 2$  і відповідно в 2.4 та 3.3 рази при  $\psi = 0$  та  $\psi = \pi/5$  для  $a = 4$ . З іншого боку, зменшення кількості напівгофрів призводить до зменшення жорсткості циліндрів, що викликає збільшення величини переміщень  $u_\gamma E_0 / q_0$  у 1.4 рази для  $h = 0.8$  та у 1.6 рази для  $h = 1.2$  у місцях з'єднання напівгофрів і у 5.5 рази для  $h = 0.8$  та у 4.9 рази для  $h = 1.2$  – у западині гофрів.

На рис. 3 наведено графіки розподілу полів напружень  $\sigma_\psi^- / q_0$  на внутрішній поверхні циліндра вздовж напрямної. Криві на рис. 3а відповідають циліндрам з 10-ма напівгофрама ( $a = 2$ ), на рис. 3б – з 5-ма напівгофрама ( $a = 4$ ).

З рис. 3 видно, що при збільшенні товщини циліндра величина напружень зменшується у 1.7 ( $a = 2$ ) рази і в 1.9 ( $a = 4$ ) рази в місцях з'єднання напівгофрів при  $\psi = 0$ , а у западині напівгофрів – у 2.3 ( $a = 2$ ) рази при  $\psi = \pi/10$  та в 2.4 ( $a = 4$ ) рази при  $\psi = \pi/5$ , змінюючи при цьому знак на протилежний. При зменшенні кількості напівгофрів величина напружень  $\sigma_\psi^-$  зростає у 1.3 для  $h = 0.8$  та у 1.1 рази для  $h = 1.2$  у місцях з'єднання напівгофрів і у 2.6 рази для  $h = 0.8$  та у 2.5 рази для  $h = 1.2$  – у западинах напівгофрів.

На рис. 4 наведено графіки розподілу полів напружень  $\sigma_\psi^+ / q_0$  на зовнішній поверхні циліндра вздовж напрямної. Криві на рис. 4а відповідають циліндрам з 10-ма напівгофрама ( $a = 2$ ), на рис. 4б – з 5-ма напівгофрама ( $a = 4$ ).

З аналізу кривих на рис. 4 випливає, що збільшення товщини циліндра призводить до зменшення величини напружень у 2.3 (при  $a = 2$ ) і в 2.5 (при  $a = 4$ ) рази в місцях з'єднання напівгофрів при  $\psi = 0$ , а у западині напівгофрів – в 1.9 рази (при  $a = 2$ ) при  $\psi = \pi/10$  та в 2.1 рази (при  $a = 4$ ) для  $\psi = \pi/5$ , змінюючи при цьому знак на протилежний. При зменшенні кількості напівгофрів величина напружень  $\sigma_\psi^+ / q_0$  збільшується у 2.2 рази для  $h = 0.8$  та у 2.0 рази для  $h = 1.2$  у місцях з'єднання напівгофрів і у 2.6 рази для  $h = 0.8$  та у 2.4 рази для  $h = 1.2$  – у западинах гофрів.

**Висновки.** У цій роботі в просторовій постановці розв'язано задачу та проведено дослідження залежності напруженого стану ізотропних порож-

нистих циліндрів сталої товщини, що мають поперечний переріз у вигляді угнутих напівгофрів, який описано за допомогою укороченої гіпоциклоїди, від товщини циліндрів та кількості напівгофрів.

Аналіз проведеного дослідження напруженого стану циліндрів з поперечним перерізом у вигляді з'єднаних угнутих напівгофрів показав, що збільшення кількості напівгофрів призводить до зменшення напружень у циліндрі внаслідок збільшення його жорсткості. При зменшенні товщини циліндра спостерігається значне збільшення величин переміщень і напружень. Таким чином, впливати на параметри, що характеризують напружено-деформований стан зазначеного класу циліндрів можна за рахунок вибору параметрів геометрії напівгофрів – їхньої товщини або кількості.

1. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. – 1961. – **16**, № 3(99). – С. 171–174.
2. Григоренко Я. М., Беспалова О. І., Урусова Г. П. Динамічна стійкість оболонок обертання з гофрованою формою твірної // Доп. НАН України. – 2011. – № 10. – С. 61–66.
3. Григоренко Я. М., Григоренко А. Я. Задачи статики и динамики анизотропных неоднородных оболочек с переменными параметрами и их численное решение (обзор) // Прикл. механика. – 2013. – **49**, № 2. – С. 3–70.  
Te same: Grigorenko Ya. M., Grigorenko A. Ya. Static and dynamic problems for anisotropic inhomogeneous shells with variable parameters and their numerical solution (Review) // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, No. 2. – P. 123–197.
4. Григоренко Я. М., Рожок Л. С. Напружений стан порожнистих циліндрів з опуклим гофрованим поперечним перерізом // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – **55**, № 4. – С. 125–130.  
Te same: Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Stress state of hollow cylinders with convex corrugated cross sections // J. Math. Sci. – 2014. – **198**, No. 2. – P. 158–165.
5. Григоренко Я. М., Рожок Л. С. Применение дискретных рядов Фурье к решению задач о напряженном состоянии полых цилиндров с некруговым поперечным сечением // Прикл. механика. – 2014. – **50**, № 2. – С. 3–26.  
Te same: Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Applying discrete Fourier series to solve problems of the stress state of hollow noncircular cylinders // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, No. 2. – С. 105–127.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Москва: Наука, 1968. – 720 с.  
Te same: Korn G. A., Korn T. M. Mathematical handbook for scientists and engineers. – New York: McGraw-Hill, 1961.
7. Семенюк Н. П., Жукова Н. Б. Устойчивость и закритическое поведение волнообразных цилиндрических панелей при внешнем давлении // Прикл. механика. – 2013. – **49**, № 6. – С. 86–99.  
Te same: Semenyuk N. P., Zhukova N. B. Stability and postcritical behavior of corrugated cylindrical panels under external pressure // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, No. 6. – P. 702–714.
8. Тимошенко С. П. Курс теории упругости. – Киев: Наук. думка, 1972. – 501 с.  
Te same: Timoshenko S. P. Course of the theory of elasticity. – New York: McGraw-Hill, 1970.  
Timoshenko S. P. Theory of elasticity. – New York: McGraw-Hill, 1934. – 452 p.
9. Чернопиский Д. И. О напряженно-деформированном состоянии толстостенных цилиндрических оболочек, ограниченных гофрированными поверхностями // Проблемы прочности. – 2012. – **44**, № 1. – С. 58–74.  
Te same: Chernopiskii D. I. On stress-strain state in thick-walled cylindrical shells bounded by corrugated surfaces // Strength Mater. – 2012. – **44**, No. 1. – P. 40–52.
10. Beben Damian. Field performance of corrugated steel plate road culvert under normal live-load conditions // J. Perform. Constr. Facil. – 2013. – **27**, No. 6. – P. 807–817.
11. Fung-Bao Liu, Ying-Chi Tsai. An experimental and numerical investigation of fluid flow in a cross-corrugated channel // Heat Mass Transfer. – 2010. – **46**, No. 5. – P. 585 – 593.

12. *Hamming R. W.* Numerical methods for scientists and engineers. – New York: Mc Graw-Hill, 1962. – 400 p.
13. *He Z., Liu G., Jiang W., Huang Z., Zhang D.* Nonlinear dynamic responses of a corrugated shell structure under uniform load // *J. Eng. Mech.* – 2014. – **140**, No. 6. – [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000717](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000717).
14. *Janz R. F., Ozpetek S., Ginzton L. E., Laks M. M.* Regional stress in a noncircular cylinder // *Biophys J.* – 1989. – **55**, No. 1. – P. 173–182.
15. *Ma L., Zhou L, Wan S.* Study of the calculation method of lateral load distribution on a continuous composite box girder bridge with corrugated steel webs // *J. Highway Transp. Res. Dev. (English Ed.)*. – 2014. – **8**, No. 2. – P. 42–46.
16. *Manko Z., Beben D.* Research on steel shell of a road bridge made of corrugated plates during backfilling // *J. Bridge Eng.* – 2005. – **10**, No. 5. – P. 592–603.
17. *Preissner E. C., Vinson J. R.* Application of theorem of minimum potential energy to a complex structure. Part I: two-dimensional analysis // *Int. J. Solids Struct.* – 2003. – **40**, No. 5. – P. 1089–1108.
18. *Sakata K., Ben G.* Fabrication method and compressive properties of CFRP isogrid cylindrical shells // *Adv. Compos. Mater.* – 2012. – **21**, No. 5-6. – P. 445–457.
19. *Soldatos K. P.* Mechanics of cylindrical shells with non-circular cross-section. A survey // *Appl. Mech. Rev.* – 1999. – **52**, No. 8. – P. 237–274.

#### **АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛЫХ ЦИЛИНДРОВ С ВОГНУТЫМ ГОФРИРОВАННЫМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ**

*В пространственной постановке с применением аппроксимации функций дискретными рядами Фурье проведен анализ зависимости напряженного состояния полых цилиндров с поперечным сечением в виде соединенных вогнутых полугофров находящихся под действием внутреннего давления, при определенных условиях на торцах, от изменения толщины и кривизны поперечного сечения, вызванных изменением количества полугофров. Результаты решения задачи приведены в виде графиков распределения полей перемещений и напряжений.*

#### **ANALYSIS OF THE STRESS STATE OF HOLLOW CYLINDERS WITH CONCAVE CORRUGATED CROSS SECTION**

*In the spatial statement using the approximation by the discrete Fourier series the analysis of the stress state of a hollow cylinder with a cross section in the shape of connected concave semi-corrugations is carried out. The cylinder is under the action of internal pressure and under certain conditions, at the ends. The dependency of the stress state on varying the thickness and curvature of the cross section due to a change in the number of semi-corrugations is investigated. The results of solving the problem are presented in the form of plots of displacements and stresses field distribution.*

Ин-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ

Одержано  
29.12.14