УДК 517.938

С. А. Щоголев

ПРО КОЛИВАННЯ У КВАЗІЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ З БЛОЧНО-ДІАГОНАЛЬНОЮ МАТРИЦЕЮ КОЕФІЦІЄНТІВ ЛІНІЙНОЇ ЧАСТИНИ

Для квазілінійної диференціальної системи з блочно-діагональною матрицею коефіцієнтів лінійної частини, коефіцієнти якої мають вигляд рядів Фур'є з повільно змінними параметрами, отримано ознаки існування часткового розв'язку аналогічної структури при резонансних співвідношеннях між внутрішніми та зовнішньою частотами.

Вступ. Стаття присвячена дослідженню нелінійних коливань у диференціальних системах рівнянь, що містять повільно змінні параметри [6–8] і продовжує дослідження робіт [2, 3, 12].

У теорії диференціальних рівнянь і теорії коливань добре відома задача дослідження періодичних розв'язків квазілінійних диференціальних систем [4, 9]. Разом з цим строга періодичність коефіцієнтів системи та її розв'язків є деякою ідеалізацією. У реальних фізичних системах амплітуди та частоти коливань, як правило, є не сталими, а в певному розумінні повільно змінними функціями часу. У зв'язку з цим виникає задача розглянути системи, коефіцієнти яких мають вигляд рядів Фур'є з повільно змінними коефіцієнтами та частотами, і отримати для таких систем ознаки існування розв'язків аналогічної структури.

Підкреслимо, що в такій постановці задача суттєво відрізняється від відомої задачі дослідження періодичних розв'язків та інтегральних многовидів, всебічно вивченої, наприклад, в монографії [8].

У низці відомих робіт (див. [5, 6, 10]) вивчалися лінійні та квазілінійні системи з повільно змінними параметрами, але отримані там розв'язки зображувалися у вигляді асимптотичних рядів за степенями малого параметра. У роботах О. В. Костіна та автора [2, 3, 12] досліджувалась можливість знаходження розв'язків не у вигляді асимптотичних, а у вигляді абсолютно та рівномірно збіжних рядів Фур'є з повільно змінними коефіцієнтами. Зокрема, в [3] було сформульовано умови існування таких розв'язків для квазілінійної майже трикутної системи, власні значення матриці лінійної частини якої мають дійсні частини, відмінні від нуля. У роботі [2] розглянуто квазілінійну систему другого порядку з чисто уявними власними числами цієї матриці та отримано ознаки існування розв'язків вказаного типу в нерезонансному випадку, а в роботі [12] сформульовано відповідні умови для резонансного випадку.

Означення і постановка задачі.

Означення 1. Будемо говорити, що функція $f(t,\varepsilon)$ належить до класу S_m, $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, якщо виконуються такі умови:

1) $f : G \to \mathbb{C}$, де $G = \{t, \varepsilon : t \in \mathbb{R},\ \varepsilon \in [0, \varepsilon_0],\ \varepsilon_0 \in \mathbb{R}^+\}$;

2) $f \in C^m(\mathbb{R})$ за t;

3) $\dfrac{d^k f}{dt^k} = \varepsilon^k f_k^*(t,\varepsilon)$, $\sup\limits_G \left| f_k^* \right| < +\infty$, $0 \le k \le m$.

Означення 2. Будемо говорити, що функція $f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))$ належить до класу B_m, $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, якщо ця функція зображується у вигляді

$$f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t,\varepsilon) \exp(in\,\theta(t,\varepsilon)),$$

де

1) $f_n \in S_m, \qquad \dfrac{d^k f_n}{dt^k} = \varepsilon^k f_{nk}(t,\varepsilon), \qquad n \in \mathbb{Z}, \qquad 0 \le k \le m;$

2) $\| f \|_{B_m} \overset{\text{def}}{=} \sum_{k=0}^{m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sup_G |f_{nk}| < +\infty;$

3) $\theta(t,\varepsilon) = \int_0^t \varphi(\tau,\varepsilon)\,d\tau, \qquad \varphi : G \to \mathbb{R}, \qquad \varphi \in S_m, \qquad \inf_G \varphi > 0.$

Розглянемо таку систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = P(t,\varepsilon)x + f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) + \mu X(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon),x), \tag{1}$$

де

$$x = \operatorname{colon}[x_1,\dots,x_N], \quad x_j = \operatorname{colon}(x_{j1},x_{j2}),$$

$$f = \operatorname{colon}[f_1,\dots,f_N], \qquad f_j = \operatorname{colon}(f_{j1},f_{j2}), \qquad f_{jk} \in B_m,$$

$P = \operatorname{diag}[P_1(t,\varepsilon),\dots,P_N(t,\varepsilon)]$ – блочно-діагональна матриця, у якій $P_j(t,\varepsilon) = (p_j^{\alpha\beta}(t,\varepsilon))_{\alpha,\beta=1,2}$, $p_j^{\alpha\beta} \in S_m$, і власні значення матриці P_j мають вигляд $\pm i r_j \varphi(t,\varepsilon)$, $r_j \in \mathbb{N}$; $X = \operatorname{colon}[X_1,\dots,X_N]$, $X_j = \operatorname{colon}(X_{j1},X_{j2})$, де функції X_{jk} належать до класу B_m відносно t, ε, θ і мають у деякій області неперервні частинні похідні до 5-го порядку включно відносно x_{j1}, x_{j2}, $j = 1,\dots,N$, $k = 1,2$; $\mu \in \mathbb{R}^+$.

Структура системи (1) диктується потребами практики: такого роду задачі виникають, наприклад, при дослідженні коливань у системах слабко зв'язаних осциляторів [1].

Нашим завданням є встановлення умов, при яких система (1) має часткові розв'язки із класів B_k, $0 \le k \le m$.

Очевидно, що тут маємо справу з резонансним випадком, причому резонанс можливий не лише між власними частотами $r_j\varphi$ системи та частотою зовнішньої сили φ, але й між самими власними частотами. Тому така ситуація не охоплюється раніше отриманими результатами [2, 3, 12]. Частковий випадок розглядуваної системи при $N = 2$, $r_1 = r_2 = r \in \mathbb{N}$ досліджено у роботі [11].

Основні результати. Припустимо, що виконуються умови

$$\inf_G \left| p_j^{12}(t,\varepsilon) \right| > 0, \qquad j = 1,\dots,N. \tag{2}$$

Побудуємо блочно-діагональну матрицю

$$L(t,\varepsilon) = \operatorname{diag}[L_1(t,\varepsilon),\dots,L_N(t,\varepsilon)],$$

у якій

$$L_j(t,\varepsilon) = \begin{Vmatrix} p_j^{12}(t,\varepsilon) & p_j^{12}(t,\varepsilon) \\ -i r_j \varphi(t,\varepsilon) - p_j^{11}(t,\varepsilon) & i r_j \varphi(t,\varepsilon) - p_j^{11}(t,\varepsilon) \end{Vmatrix}.$$

З огляду на умови (2) матриця $L(t,\varepsilon)$ буде невиродженою і перетворенням

$$x = L(t,\varepsilon)y \tag{3}$$

зведемо систему (1) до вигляду

$$\frac{dy}{dt} = i\varphi(t,\varepsilon)\Lambda y + g(t,\varepsilon,\theta) + \varepsilon A(t,\varepsilon)y + \mu Y(t,\varepsilon,\theta,y), \tag{4}$$

де

$$\Lambda = \operatorname{diag}\left[r_1 J, \ldots, r_N J\right], \qquad J = \operatorname{diag}(-1, 1), \qquad A = \left[A_{jk}(t, \varepsilon)\right]_{j,k=1}^{N},$$

$$A_{jk} = \left(a_{jk}^{\alpha\beta}\right)_{\alpha,\beta=1,2}, \qquad a_{jk}^{\alpha\beta} \in S_m, \qquad g = \operatorname{colon}\left[g_1, \ldots, g_N\right],$$

$$g_j = \operatorname{colon}\left(g_{j1}, g_{j2}\right), \qquad g_{jk} \in B_m, \qquad Y = \operatorname{colon}\left[Y_1, \ldots, Y_N\right],$$

і властивості Y_{jk} аналогічні властивостям X_{jk}.

Позначимо $\forall\, f \in B_m$

$$\Gamma_n(f) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} f(t, \varepsilon, \theta) \exp(-\,in\theta)\, d\theta, \qquad n \in \mathbb{Z},$$

і припустимо, що виконуються такі умови:

$$\Gamma_{(-1)^k r_j}(g_{jk}) = 0, \qquad j = 1, \ldots, N, \qquad k = 1, 2. \tag{5}$$

Умови (5) − це звичайні умови [4] відсутності резонансних гармонік у функ-цій g_{jk}.

Введемо вектор

$$y^0(t, \varepsilon, \theta) = \operatorname{colon}\left[y_1^0, \ldots, y_N^0\right], \qquad y_j^0 = \operatorname{colon}\left(y_{j1}^0, y_{j2}^0\right),$$

де

$$y_{jk}^0(t, \varepsilon, \theta) = \sum_{n \neq (-1)^k r_j} \frac{\Gamma_n(g_{jk})}{i\left(n - (-1)^k r_j\right)\varphi} \exp(in\theta) + M_{jk}(t, \varepsilon) \exp\left((-1)^k i r_j \theta\right),$$

$$j = 1, \ldots, N, \qquad k = 1, 2,$$

а функції M_{j1}, M_{j2} визначаються з системи $2N$ рівнянь із $2N$ невідомими:

$$R_{jk}(t, \varepsilon, M_{11}, M_{21}, \ldots, M_{N1}, M_{12}, M_{22}, \ldots, M_{N2}) = 0,$$

$$j = 1, \ldots, N, \qquad k = 1, 2, \tag{6}$$

де

$$R_{jk} = \Gamma_{(-1)^k r_j}\left(Y_{jk}(t, \varepsilon, \theta, y_{11}^0, \ldots, y_{N1}^0, y_{12}^0, \ldots, y_{N2}^0)\right).$$

Накладемо обмеження: $\forall\,(t, \varepsilon) \in G$ система (6) має розв'язок $M_{jk}^0(t, \varepsilon)$, $j = 1, \ldots, N$, $k = 1, 2$, такий, що при $M_{jk} = M_{jk}^0$

$$\inf_G \left| \det \frac{\partial(R_{11}, \ldots, R_{N1}, R_{12}, \ldots, R_{N2})}{\partial(M_{11}, \ldots, M_{N1}, M_{12}, \ldots, M_{N2})} \right| > 0. \tag{7}$$

При виконанні умови (7) очевидно, що $M_{jk}^0 \in S_m$, отже, $x_{jk}^0 \in B_m$.

Позначимо

$$u(t, \varepsilon, \theta) = Y(t, \varepsilon, \theta, y^0), \qquad u = \operatorname{colon}\left[u_1, \ldots, u_N\right], \qquad u_j = \operatorname{colon}(u_{j1}, u_{j2}),$$

де

$$\left.\frac{\partial Y_{j\alpha}(t, \varepsilon, \theta, y)}{\partial y_{k\beta}}\right|_{y = y^0} = v_{jk}^{\alpha\beta},$$

і здійснимо в системі (4) підстановку

$$y = y^0 + z, \tag{8}$$

де z − новий невідомий вектор. Внаслідок цього отримаємо систему

$$\frac{dz}{dt} = i\varphi(t,\varepsilon)\Lambda z + \varepsilon h(t,\varepsilon,\theta) + \varepsilon A(t,\varepsilon)z + \mu V(t,\varepsilon,\theta)z + \mu Z(t,\varepsilon,\theta,z,\mu)\,. \qquad (9)$$

Компоненти вектора h належать до класу B_{m-1}, а компоненти вектора u − до класу B_m. З огляду на спосіб вибору функцій M_{jk} компоненти вектора u задовольняють умови вигляду (5).

Повторюючи описаний прийом стосовно системи (9), введемо вектор

$$z^0 = \operatorname{colon}\left[z_1^0,\ldots,z_N^0\right], \qquad z_j^0 = \operatorname{colon}\left(z_{j1}^0, z_{j2}^0\right),$$

де

$$z_{jk}^0 = \sum_{n\neq(-1)^k r_j} \frac{\Gamma_n(u_{jk})}{i(n-(-1)^k r_j)\varphi}\exp(in\theta), \qquad j=1,\ldots,N, \qquad k=1,2\,,$$

і здійснимо в системі (9) підстановку

$$z = z^0 + \xi\,, \qquad (10)$$

де ξ − новий невідомий вектор. Внаслідок цього отримаємо систему

$$\frac{d\xi}{dt} = i\varphi(t,\varepsilon)\Lambda\xi + \varepsilon r(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu^2 q(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \varepsilon A(t,\varepsilon)\xi +$$

$$+ \mu V(t,\varepsilon,\theta)\xi + (\mu^2+\varepsilon^2)W(t,\varepsilon,\theta,\mu)\xi + \mu\,\Xi(t,\varepsilon,\theta,\xi,\mu)\,, \qquad (11)$$

у якій компоненти векторів r і q, а також матриці W належать до класу B_{m-1}.

З метою підвищення порядку малості відносно μ коливних доданків у коефіцієнтах лінійної частини системи (11) здійснимо в цій системі підстановку

$$\xi = \eta + \mu S(t,\varepsilon,\theta)\eta\,, \qquad (12)$$

де $S = \left[S_{jk}\right]_{j,k=1}^N$, $S_{jk} = \left(s_{jk}^{\alpha\beta}\right)_{\alpha,\beta=1,2}$ − двовимірні матриці, елементи яких визначаються формулами

$$s_{jk}^{11} = \sum_{n\neq-(r_j-r_k)} \frac{\Gamma_n(v_{jk}^{11})}{i(n+(r_j-r_k))\varphi}\exp(in\theta)\,,$$

$$s_{jk}^{12} = \sum_{n\neq-(r_j+r_k)} \frac{\Gamma_n(v_{jk}^{12})}{i(n+(r_j+r_k))\varphi}\exp(in\theta)\,,$$

$$s_{jk}^{21} = \sum_{n\neq r_j+r_k} \frac{\Gamma_n(v_{jk}^{21})}{i(n-(r_j+r_k))\varphi}\exp(in\theta)\,,$$

$$s_{jk}^{22} = \sum_{n\neq r_j-r_k} \frac{\Gamma_n(v_{jk}^{22})}{i(n-(r_j-r_k))\varphi}\exp(in\theta)\,.$$

Внаслідок цього отримаємо систему

$$\frac{d\eta}{dt} = i\varphi(t,\varepsilon)\Lambda\eta + \mu B(t,\varepsilon,\theta)\eta + \varepsilon\tilde{h}(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu^2\tilde{q}(t,\varepsilon,\theta,\mu) +$$

$$+ \mu^2\tilde{W}(t,\varepsilon,\theta,\mu)\eta + \varepsilon\tilde{A}(t,\varepsilon,\theta,\mu)\eta + \mu\,\mathcal{H}(t,\varepsilon,\theta,\eta,\mu)\,, \qquad (13)$$

у якій матриця B має вигляд

$$B(t,\varepsilon,\theta) = D(\theta)B_0(t,\varepsilon)D^{-1}(\theta)\,,$$

де

$$D(\theta) = \operatorname{diag}\left[D_1(\theta), \ldots, D_N(\theta)\right], \quad D_j(\theta) = \operatorname{diag}\left(e^{-ir_j\theta}, e^{ir_j\theta}\right), \quad j = 1, \ldots, N,$$

$$B_0(t,\varepsilon) = \left[B_{jk}(t,\varepsilon)\right]_{j,k=1}^{N},$$

$$B_{jk} = \begin{Vmatrix} \Gamma_{-(r_j - r_k)}\left(v_{jk}^{11}\right) & \Gamma_{-(r_j + r_k)}\left(v_{jk}^{12}\right) \\ \Gamma_{r_j + r_k}\left(v_{jk}^{21}\right) & \Gamma_{r_j - r_k}\left(v_{jk}^{22}\right) \end{Vmatrix}.$$

Нелінійність $\mathcal{H}$ містить доданки не нижче 2-го порядку відносно компонент вектора η.

Теорема 1. *Нехай система* (13) *така, що для матриці* $B_0(t,\varepsilon)$ *існує блочна матриця* $U(t,\varepsilon) = \left(u_{jk}(t,\varepsilon)\right)_{j,k=1}^{2N}$, *яка задовольняє умови*:

(***i***) $u_{jk} \in S_m$;

(***ii***) $\inf\limits_G \left|\det U(t,\varepsilon)\right| > 0$;

(***iii***) $U^{-1}B_0U = T(t,\varepsilon)$, *де* T *– нижня трикутна матриця порядку* $2N$;

(***iiii***) $\inf\limits_G \left|\operatorname{Re}\lambda_j(t,\varepsilon)\right| \ge \gamma > 0,\ j = 1, \ldots, 2N$, *де* λ_j *– власні значення матриці* $T(t,\varepsilon)$.

Тоді для достатньо малих значень μ *та* $\varepsilon\mu^{-1}$ *система* (13) *має принаймні один частковий розв'язок із класу* B_{m-1}.

Д о в е д е н н я. Здійснимо в системі (13) підстановку

$$\eta = \mu D(\theta) U(t,\varepsilon)\zeta. \tag{14}$$

Внаслідок очевидної рівності

$$\frac{dD(\theta)}{dt} = i\varphi(t,\varepsilon)\Lambda D(\theta)$$

та умови (***iii***) теореми, а також властивостей нелінійності $\mathcal{H}$ одержимо систему

$$\frac{d\zeta}{dt} = \mu T(t,\varepsilon)\zeta + \varepsilon C(t,\varepsilon,\theta,\mu)\zeta + \mu^2 K(t,\varepsilon,\theta,\mu)\zeta + \\ + \frac{\varepsilon}{\mu} m(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu\,\ell(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu^2 Z(t,\varepsilon,\theta,\zeta,\mu), \tag{15}$$

усі коефіцієнти якої належать до класу B_{m-1}.

Поряд з системою (15) розглянемо вкорочену лінійну неоднорідну систему

$$\frac{d\zeta^0}{dt} = \mu T(t,\varepsilon)\zeta^0 + \frac{\varepsilon}{\mu} m(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu\,\ell(t,\varepsilon,\theta,\mu). \tag{16}$$

З огляду на умови (***iiii***) теореми з результатів робіт [2, 3] випливає, що система (16) має єдиний частковий розв'язок $\zeta^0(t,\varepsilon,\theta,\mu)$ з компонентами з класу B_{m-1}, причому $\exists\, A \in \left]0, +\infty\right[$ таке, що

$$\left\|\zeta^0\right\|^* \le \frac{A}{\mu\gamma}\left(\frac{\varepsilon}{\mu}\|m\|^* + \mu\|\ell\|^*\right), \tag{17}$$

де під $\|\cdot\|^*$-нормою вектора $x = \operatorname{colon}(x_1, \ldots, x_{2N})$ з компонентами з класу B_{m-1} розуміємо

$$\|x\|^* = \sum_{j=1}^{2N} \left\|x_j\right\|_{B_{m-1}}.$$

Розв'язок з компонентами з класу B_{m-1} системи (15) будемо будувати методом послідовних наближень, вибираючи за початкове наближення ζ^0, а подальші наближення визначаючи як розв'язки лінійних неоднорідних систем з компонентами з класу B_{m-1}:

$$\frac{d\zeta^{s+1}}{dt} = \mu T(t,\varepsilon)\zeta^{s+1} + \varepsilon C(t,\varepsilon,\theta,\mu)\zeta^s + \mu^2 K(t,\varepsilon,\theta,\mu)\zeta^s +$$

$$+ \frac{\varepsilon}{\mu} m(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu\,\ell(t,\varepsilon,\theta,\mu) + \mu^2 Z(t,\varepsilon,\theta,\zeta^s,\mu), \quad s = 0,1,2,\ldots. \qquad (18)$$

Використовуючи звичайну методику принципу стискуючих відображень [13] з урахуванням оцінки (17), а також властивостей нелінійностей X_{jk} початкової системи (1), легко показати, що при достатньо малих значеннях μ та $\varepsilon\mu^{-1}$ процес (18) збігається за нормою $\|\cdot\|^*$ до розв'язку з компонентами з класу B_{m-1} системи (15). А з урахуванням співвідношення (14) звідси отримуємо твердження теореми. ◊

З теореми 1 з урахуванням співвідношень (3), (8), (10), (12) випливає наступний результат.

Теорема 2. *Нехай система* (1) *така, що:*

(***i***) *виконується співвідношення* (2);

(***ii***) *функції* $g_{jk}(t,\varepsilon,\theta)$, $j = 1,\ldots,N$, $k = 1,2$, *в системі* (4) *задовольняють умову* (5);

(***iii***) *система* (6) *має розв'язок, який задовольняє умову* (7);

(***iiii***) *для системи* (13) *виконуються всі умови теореми* 1.

Тоді при достатньо малих значеннях μ *і* $\varepsilon\mu^{-1}$ *система* (1) *має принаймні один частковий розв'язок із компонентами з класу* B_{m-1}.

У роботі [11] наведено приклад нетривіальної можливості виконання всіх умов теореми 2.

Висновки. Таким чином, знайдено умови, при яких квазілінійна диференціальна система рівнянь з блочно-діагональною матрицею коефіцієнтів лінійної частини має частковий розв'язок, компоненти якого зображуються у вигляді абсолютно та рівномірно збіжних рядів Фур'є з повільно змінними коефіцієнтами та частотою. При цьому припускається наявність резонансних співвідношень між власними частотами системи та частотою зовнішньої сили. У подальшому передбачається дослідження аналогічних питань для багаточастотних систем диференціальних рівнянь, зокрема дослідження інтегральних многовидів вказаного типу.

1. *Ганиев Р. Ф., Кононенко В. О.* Колебания твёрдых тел. – Москва: Наука, 1976. – 432 с.
2. *Костин А. В., Щёголев С. А.* О решениях квазилинейной дифференциальной системы второго порядка, представимых рядами Фурье, содержащими медленно меняющиеся параметры // Укр. мат. журн. – 1998. – **50**, № 5. – С. 654–664.
3. *Костин А. В., Щёголев С. А.* Об одном классе решений дифференциальной системы с медленно меняющимися параметрами // Укр. мат. журн. – 1989. – **41**, № 1. – С. 101–103.
4. *Малкин И. Г.* Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. – Москва: Гостехиздат, 1956. – 491 с.
5. *Меркин М. Р., Фридман В. М.* Проекционный метод решения задачи о вынужденных колебаниях в нелинейных системах с медленно меняющимися коэффициентами // Прикл. математика и механика. – 1981. – **45**, № 1. – С. 71–76.
6. *Митропольский Ю. А.* Нелинейная механика. Асимптотические методы. – Киев: Ин-т математики НАНУ, 1995. – 397 с.

7. *Самойленко А. М.* Инвариантные тороидальные многообразия систем с медленно меняющимися переменными // Проблемы асимптотической теории нелинейных колебаний. – Киев, 1977. – С. 181–191.
8. *Самойленко А. М., Петришин Р. І.* Математичні аспекти теорії нелінійних коливань. – Київ: Наук. думка, 2004. – 474 с.
9. *Старжинский В. М.* Прикладные методы нелинейных колебаний. – Москва: Наука, 1977. – 256 с.
10. *Шкиль Н. И., Вороной А. Н., Лейфура В. Н.* Асимптотические методы в дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнениях. – Киев: Вища шк., 1985. – 248 с.
11. *Щёголев С. А.* О колебаниях в квазилинейных дифференциальных системах с медленно меняющимися параметрами при наличии внутреннего и внешнего резонансов // Вісн. Одес. держ. ун-ту. Фіз.-мат. науки. – 2001. – **6**, вип. 3. – С. 44–50.
12. *Щёголев С. А.* Резонансный случай существования решений квазилинейной дифференциальной системы второго порядка, представимых рядами Фурье, содержащими медленно меняющиеся параметры // Укр. мат. журн. – 1999. – **51**, № 2. – С. 285–288.
13. *Треногин В. А.* Функциональный анализ. – Москва: Наука, 1980. – 496 с.

О КОЛЕБАНИЯХ В КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С БЛОЧНО-ДИАГОНАЛЬНОЙ МАТРИЦЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТИ

Для квазилинейной дифференциальной системы с блочно-диагональной матрицей коэффициентов линейной части, коэффициенты которой имеют вид рядов Фурье с медленно меняющимися параметрами, найдены условия существования частного решения аналогичной структуры при резонансных соотношениях между внутренними и внешними частотами.

ON OSCILLATIONS IN QUASILINEAR DIFFERENTIAL SYSTEMS WITH BLOCK-DIAGONAL MATRIX OF COEFFICIENTS OF LINEAR PART

For the quasilinear system with block-diagonal matrix of coefficients of the linear part, whose coefficients have the form of the Fourier series with slowly varying parameters, the conditions of existence of particular solution of analogous structure by the resonance correlations between internal and external frequencies of the system are proved.

Одеськ. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, Одеса

Одержано
19.10.06