

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОУПРУГИЕ ВОЛНЫ ЛЯВА В СЛОИСТОЙ СИСТЕМЕ С УПРУГОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПОДЛОЖКОЙ И ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СЛОЕМ

Исследуется существование и поведение электроупругих волн Лява в слоистой системе, состоящей из изотропной упругой подложки и пьезоэлектрического слоя (классов 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422) произвольной толщины в зависимости от физико-механических параметров этой системы и относительной толщины слоя. Получено характеристическое уравнение задачи, уточняющее аналогичное уравнение, приведенное в работе [6]. Характеристическое уравнение для искомой поверхностной волны исследовано в случае, когда свободный край слоя металлизирован, а подложка является идеальным проводником. Показано, что условия существования, структура и поведение мод волн Лява подобны классическому случаю волн Лява. Приведены графики дисперсионных кривых. Для некоторых материалов выполнены численные расчеты.

Введение. Известно, что в полубесконечной изотропной подложке, на которую нанесен изотропный слой из другого материала, могут распространяться сдвиговые поверхностные упругие волны горизонтальной поляризации, называемые волнами Лява. Волны Лява существуют только в случае мягкого слоя, когда объемная скорость распространения упругой волны в слое S_{02} меньше, чем скорость распространения электроупругой объемной волны в подложке S_{01} : $S_{02} < S_{01}$, причем скорость V_{0L} волны Лява удовлетворяет условию $S_{02} < V_{0L} < S_{01}$. Представляет интерес исследование волн Лява в слоистых системах, когда подложка или слой являются пьезоэлектриком [1–7]. В работах [2–4] исследован вопрос существования волн Лява, когда слой является диэлектриком, а подложка – пьезоэлектриком, а в [6] рассматривается случай, когда слой является пьезоэлектриком, а подложка – диэлектриком.

1. Основные соотношения задачи. Пусть слоистая система, состоящая из слоя пьезоэлектрического кристалла толщины h (классов 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422) и изотропной упругой полубесконечной подложки, находящихся в жестком контакте, отнесена к прямоугольной декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$. Ось Ox_3 совпадает с главной осью симметрии (L_4 или L_6) пьезоэлектрического слоя и лежит в плоскости $x_1 = 0$ границы раздела слоя и подложки, ось Ox_1 направлена вглубь подложки. Область $x_1 < -h$ предполагается вакуумом (или диэлектрической средой, которая граничит со слоем без акустического контакта). Границы слоя $x_1 = 0$ и $x_1 = -h$ в начальный момент времени принимаются свободными от электрической нагрузки (неметаллизированны), а граница $x_1 = -h$ свободна от механической нагрузки (рис. 1).

Рассмотрим антиплоскую задачу. Тогда

$$\begin{aligned} u_1 &\equiv 0, & u_2 &\equiv 0, & u_3 &= u(x_1, x_2, t), & -h \leq x_1 < +\infty, \\ \varphi &= \varphi(x_1, x_2, t), & -\infty < x_1 < +\infty, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_k – компоненты упругого смещения, φ – потенциал электрического поля, связанный с вектором напряженности электрического поля \mathbf{E} соотношением

$$E_i = -\partial\varphi / \partial x_i. \quad (2)$$

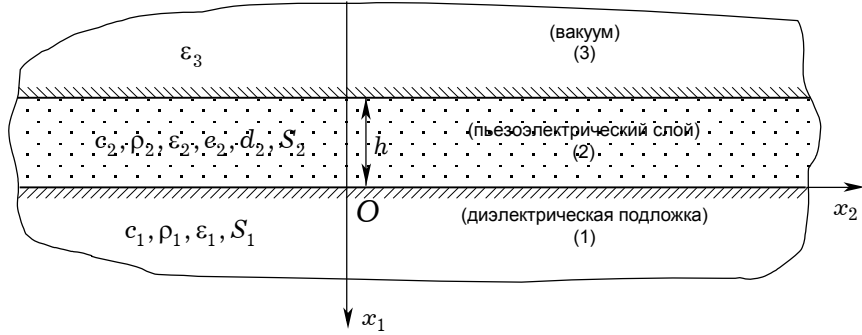


Рис. 1

Учитывая (1), из уравнений и соотношений электроупругости для пьезоэлектрических сред рассматриваемых классов [5, 6] получим

– уравнения:

$$\Delta u_1 = \frac{1}{S_1^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad \Delta \varphi_1 = 0 \quad \text{в области } x_1 > 0 \text{ (в подложке);} \quad (3)$$

$$\Delta u_2 = \frac{1}{S_2^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \quad \Delta \varphi_2' = 0 \quad \text{в области } -h < x_1 < 0 \text{ (в слое);} \quad (4)$$

$$\Delta \varphi_3 = 0 \quad \text{в области } x_1 < -h \text{ (в вакууме);} \quad (5)$$

– граничные условия

при $x_1 = 0$:

$$u_1 = u_2, \quad \bar{e}_2 u_2 + \varphi_2' = \varphi_1, \quad -\varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_1} + d_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1},$$

$$\bar{c}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + e_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_1} - d_2 \bar{e}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - d_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_2} = c_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1}; \quad (6)$$

при $x_1 = -h$:

$$\bar{e}_2 u_2 + \varphi_2' = \varphi_3, \quad -\varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_1} + d_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -\varepsilon_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_1},$$

$$\bar{c}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + e_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_1} - d_2 \bar{e}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - d_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_2} = 0. \quad (7)$$

Функции, описывающие поверхностные волны, удовлетворяют условиям затухания на бесконечности [7]

$$u_1 \rightarrow 0, \quad \varphi_1 \rightarrow 0, \quad x_1 \rightarrow +\infty; \quad \varphi_3 \rightarrow 0, \quad x_1 \rightarrow -\infty. \quad (8)$$

Выше приняты следующие обозначения:

$$S_1 = \sqrt{c_1/\rho_1}, \quad S_2 = \sqrt{\bar{c}_2/\rho_2}, \quad \bar{c}_2 = c_2(1 + \chi_2^2), \quad \chi_2^2 = e_2^2/\varepsilon_2 c_2,$$

$$c_1 = c_{44}^{(1)}, \quad c_2 = c_{44}^{(2)}, \quad d_2 = e_{14}^{(2)}, \quad e_2 = e_{15}^{(2)}, \quad \bar{e}_2 = e_2/\varepsilon_2, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_{11}^{(1)},$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{11}^{(2)}, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_{11}^{(3)}, \quad \varphi_2' = \varphi_2 - \bar{e}_2 u_2, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}. \quad (9)$$

Нижние индексы 1–3 относятся к подложке, слою и вакууму соответственно; S_1 и S_2 – скорости сдвиговых объемных волн; χ_1 – коэффициент электромеханической связи для объемной волны; c_1 и c_2 – упругие постоянные; e_2 и d_2 – пьезомодули; ε_1 , ε_2 , ε_3 – диэлектрические проницаемости; ρ_1 и ρ_2 – массовые плотности; φ_2' – новая неизвестная функция, выражающаяся через φ_2 и u_2 .

Рассмотрим частный случай этой задачи. Пусть свободная граница слоя $x_1 = -h$ металлизирована, а подложка является идеальным проводником. При этих условиях электрическое поле не может проникать ни в вакуум, ни в подложку. В этом случае перемещения описываются следующей краевой задачей:

– уравнения

$$\Delta u_1 = \frac{1}{S_1^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad \Delta \varphi_1 = 0 \quad \text{в области } x_1 > 0 \text{ (в подложке);} \quad (10)$$

$$\Delta u_2 = \frac{1}{S_2^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \quad \Delta \varphi_2' = 0 \quad \text{в области } -h < x_1 < 0 \text{ (в слое);} \quad (11)$$

– граничные условия

при $x_1 = 0$:

$$u_1 = u_2, \quad \bar{e}_2 u_2 + \varphi_2' = 0, \\ \bar{c}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + e_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_1} - d_2 \bar{e}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - d_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_2} = c_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1}; \quad (12)$$

при $x_1 = -h$:

$$\bar{e}_2 u_2 + \varphi_2' = 0, \quad \bar{c}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + e_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_1} - d_2 \bar{e}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - d_2 \frac{\partial \varphi_2'}{\partial x_2} = 0; \quad (13)$$

– условия затухания на бесконечности:

$$u_1 \rightarrow 0, \quad x_1 \rightarrow +\infty. \quad (14)$$

2. Решение краевой задачи. Характеристическое уравнение для поверхностной волны. Решение краевой задачи (10)–(14) будем искать в виде плоских гармонических волн, распространяющихся в направлении оси Ox_2 , с упругим смещением и электрическим потенциалом:

$$u = U(x_1) \exp i(px_2 - \omega t), \quad -h < x_1 < +\infty, \\ \varphi = \Phi(x_1) \exp i(px_2 - \omega t), \quad -h < x_1 < 0, \quad (15)$$

где ω – частота; p – волновое число; $U(x_1)$ и $\Phi(x_1)$ – амплитуды смещения и потенциала, которые удовлетворяют условию затухания (14):

$$U(x_1) \rightarrow 0, \quad x_1 \rightarrow +\infty. \quad (16)$$

В дальнейшем предполагаем, что

$$\omega > 0, \quad p > 0, \quad (17)$$

а фазовая скорость волны определяется выражением

$$V = \omega / p. \quad (18)$$

Подставляя (15) в уравнения (10), (11) и удовлетворяя условиям затухания (16), получим решение в виде

– в области $x_1 > 0$:

$$u_1 = U_{01} \exp(-p\beta_1(V)x_1) \exp i(px_2 - \omega t); \quad (19)$$

– в области $-h < x_1 < 0$:

$$u_2 = [U_{02}^+ \exp(ip\beta_2(V)x_1) + U_{02}^- \exp(-ip\beta_2(V)x_1)] \exp i(px_2 - \omega t), \\ \varphi_2 = [\Phi_{02}^+ \exp(px_1) + \Phi_{02}^- \exp(-px_1)] \exp i(px_2 - \omega t). \quad (20)$$

Здесь $U_{01}, U_{02}^+, U_{02}^-, \Phi_{02}^+, \Phi_{02}^-$ – соответствующие амплитуды; $\beta_1(V)$ и $\beta_2(V)$ – коэффициенты затухания:

$$\beta_1(V) = \sqrt{1 - \frac{V^2}{S_1^2}}, \quad \beta_2(V) = \sqrt{\frac{V^2}{S_2^2} - 1}. \quad (21)$$

Из условия затухания (16) при $x_1 \rightarrow +\infty$ следует, что $\beta_1(V) > 0$. Отсюда получаем необходимое условие существования поверхностной волны:

$$0 < V_L < S_1, \quad (22)$$

следовательно, парциальная волна в подложке всегда должна быть неоднородной. Величина $\beta_2(V)$ может быть как действительной, так и мнимой. В первом случае она должна быть положительной, тогда $V_L > S_2$. Тогда в слое распространяются однородные упругие волны, испытывая полное внутреннее отражение от ограничивающих слою поверхностей (как и в случае обычной волны Лява). Во втором случае, когда величина $\beta_2(V)$ мнимая (т. е. $V_L < S_2$), в слое будут распространяться неоднородные упругие парциальные волны, порождая волны Лява щелевого типа.

Таким образом, решения (19), (20) типа (15) уравнений (10), (11), удовлетворяющих условию (22), состоят из одной неоднородной упругой волны в подложке, двух электроупругих (однородных или неоднородных) волн в слое, двух неоднородных электростатических волн в слое. Совокупность указанных волн, удовлетворяющих граничным условиям (12), (13), образуют сложную пятипарциальную поверхностную волну, которую и называем электроупругой. Подставляя решение (19), (20) в граничные условиях (12), (13) и обозначая

$$k = ph = 2\pi h/\lambda, \quad (23)$$

где k – относительная толщина слоя; λ – длина волны; p – волновое число, получим однородную систему алгебраических уравнений относительно искомых амплитуд:

$$\begin{aligned} U_{01} &= \Phi_{02}^+ + \Phi_{02}^-, & \Phi_{02}^+ + \Phi_{02}^- + \bar{e}_2(U_{02}^+ + U_{02}^-) &= 0, \\ -c_1\beta_1(U_{02}^+ + U_{02}^-) &= i\bar{c}_2\beta_2(U_{02}^+ - U_{02}^-) + e_2(\Phi_{02}^+ - \Phi_{02}^-), \\ \Phi_{02}^+ e^{-k} + \Phi_{02}^- e^k &= -\bar{e}_2(U_{02}^+ e^{-i\beta_2 k} - U_{02}^- e^{i\beta_2 k}), \\ i\bar{c}_2\beta_2(U_{02}^+ e^{-i\beta_2 k} - U_{02}^- e^{i\beta_2 k}) + e_2(\Phi_{02}^+ e^{-k} + \Phi_{02}^- e^k) &= 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Из условия существования нетривиального решения системы (24) получаем характеристическое уравнение для поверхностной волны

$$A(k, V) \sin k\beta_2(V) + B(k, V) \cos k\beta_2(V) = C(V), \quad (25)$$

где обозначено

$$\begin{aligned} A(k, V) &= e_2 \bar{e}_2 c_1 \beta_1 \operatorname{ch} k + (\bar{c}_2^2 \beta_2^2 - e_2^2 \bar{e}_2^2) \operatorname{sh} k, \\ B(k, V) &= \bar{c}_2 \beta_2 (2e_2 \bar{e}_2 \operatorname{ch} k - c_1 \beta_1 \operatorname{sh} k), & C(V) &= 2e_2 \bar{e}_2 \bar{c}_2 \beta_2. \end{aligned} \quad (26)$$

Характеристическое уравнение (25) неявно определяет зависимость фазовой скорости электроупругой волны Лява от относительной толщины слоя k и физико-механических параметров слоистой системы.

Таким образом, приходим к заключению: для того чтобы выражения (19), (20) представляли собой волну Лява, необходимо, чтобы характеристическое уравнение для поверхностной волны (25) при фиксированных значениях параметров задачи имело решение $V = V_L(k)$, удовлетворяющее необходимому условию (22) существования поверхностной волны.

2. Исследование характеристического уравнения для поверхностной волны. Сначала проверим, является ли значение $V = S_2$ решением дисперсионного уравнения (25). При $V = S_2$ имеем, что $\beta_2 = 0$. В этом случае дисперсионное уравнение (25) принимает вид $B(k, S_2) = C(S_2)$. Согласно (26) это уравнение выполняется при любом значении параметра k . Таким образом, при любом значении k дисперсионное уравнение имеет решение $V = S_2$. Однако при $V = S_2$ из уравнений амплитуд (24) следует, что они тождественно равны нулю. Это означает, что волны с такой скоростью распространения не существуют. Теперь рассмотрим другой характерный случай.

Пусть $V = S_1$. Тогда $\beta_1(S_1) = 0$, а дисперсионное уравнение принимает вид

$$(\bar{c}_2^2 \beta_2^2(S_1) - e_2^2 \bar{e}_2^2) \operatorname{sh} k \sin k \beta_2(S_1) + 2\bar{c}_2 e_2 \bar{e}_2 \beta_2(S_1) \operatorname{ch} k \cos k \beta_2(S_1) = 2\bar{c}_2 e_2 \bar{e}_2 \beta_2(S_1). \quad (27)$$

Отсюда при $k = 0$ получаем тождество $2\bar{c}_2 e_2 \bar{e}_2 \beta_2(S_1) = 2\bar{c}_2 e_2 \bar{e}_2 \beta_2(S_1)$. Значит, $V = S_1$ при $k = 0$ является решением дисперсионного уравнения (25) (случай $k = 0$ соответствует отсутствию слоя, когда в подложке распространяются объемные волны со скоростью S_1).

При $k \neq 0$ для слоистых систем с мягким слоем (т.е. при условии $S_2 < S_1$) волновая картина аналогична классическому случаю волн Лява, а именно: волны Лява имеют скорость, удовлетворяющую условию $S_2 < S_L < S_1$, причем для каждого значения относительной толщины слоя из интервала $k \in (0, \infty]$ существуют несколько мод волн Лява, фазовые скорости $V = V_n(k)$, $n = 1, 2, \dots$, которых удовлетворяют условию

$$V_1(k) < V_2(k) < \dots < V_n(k). \quad (28)$$

Критические значения k_n , $n = 1, 2, \dots$, при которых возникают новые моды, определяются из уравнения (27) при условии $\beta_1(V) = 0$. Каждая мода начинается с объемной волны, распространяющейся со скоростью $V = S_1 = \text{const}$ ($V_n(k_n) = S_1$), причем для первой моды $k_1 = 0$. При увеличении параметра k скорости всех мод монотонно убывают, стремясь асимптотически к скорости S_2 объемных сдвиговых волн в слое при $k \rightarrow \infty$. В пределе получаем случай двух полупространств, когда (слиянием всех мод) создается единственная так называемая объемно-поверхностная волна [5], которая должна распространяться со скоростью $V = S_2$. Однако, как показано выше, задача не имеет решения такого вида. Поведение дисперсионных кривых для мод волн Лява показано на рис. 2. При наличии условия $S_2 \geq S_1$ (случай твердого или промежуточного слоя) поверхностные волны не существуют.

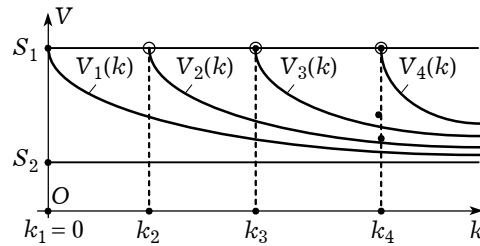


Рис. 2

При наличии условия $S_2 \geq S_1$ (случай твердого или промежуточного слоя) поверхностные волны не существуют.

Рассмотрим **числовые расчеты** для некоторых слоистых систем.

В табл. 1, 2 приведены характеристические параметры, соответствующие рассматриваемым материалам. На основании этих параметров по формулам (9) вычислены значения объемных скоростей S_1 и S_2 (табл. 3). Для удобства выполнен переход к новым величинам:

$$\begin{aligned} c_1 &= a_1 \cdot 10^{10}, & \bar{c}_2 &= a_2 \cdot 10^{10}, & e_2 \bar{e}_2 &= e_2^2 / \varepsilon_2 = b \cdot 10^{10}, \\ V^2 &= x \cdot 10^7, & S_1^2 &= \alpha_1 \cdot 10^7, & S_2^2 &= \alpha_2 \cdot 10^7. \end{aligned} \quad (29)$$

Таблица 1

Вещество Постоянные	ЦТС-4 (пьезокерамика)	Zn O (окись цинка)	Cd S (сульфид кадмия)	Te O ₂ (окись теллура)	Ba Ti O ₃ (титанат бария)
c_{11} , Па	$13.9 \cdot 10^{10}$	$20.97 \cdot 10^{10}$	$8.565 \cdot 10^{10}$	$5.6 \cdot 10^{10}$	$27.5 \cdot 10^{10}$
c_{12} , Па	$7.8 \cdot 10^{10}$	$12.11 \cdot 10^{10}$	$5.32 \cdot 10^{10}$	$5.1 \cdot 10^{10}$	$17.9 \cdot 10^{10}$
c_{13} , Па	$7.4 \cdot 10^{10}$	$10.51 \cdot 10^{10}$	$4.62 \cdot 10^{10}$	$2.2 \cdot 10^{10}$	$15.2 \cdot 10^{10}$
c_{33} , Па	$11.5 \cdot 10^{10}$	$21.09 \cdot 10^{10}$	$9.36 \cdot 10^{10}$	$10.6 \cdot 10^{10}$	$16.5 \cdot 10^{10}$
c_{44} , Па	$2.56 \cdot 10^{10}$	$4.25 \cdot 10^{10}$	$1.49 \cdot 10^{10}$	$2.65 \cdot 10^{10}$	$5.45 \cdot 10^{10}$
c_{66} , Па	–	–	–	$6.6 \cdot 10^{10}$	$11.3 \cdot 10^{10}$
ρ , кг/м ³	$7.5 \cdot 10^3$	$5.676 \cdot 10^3$	$4.824 \cdot 10^3$	$6.00 \cdot 10^3$	$6.02 \cdot 10^3$
e_{14} , Кл/м ²		–	–	0.22	–
e_{15} , Кл/м ²	17.7	-0.59	-0.21	–	21.3
e_{31} , Кл/м ²	-5.2	-0.61	-0.24	–	-2.65
e_{33} , Кл/м ²	15.1	1.14	0.44	–	3.64
ε_{11} , Ф/м	$650 \cdot 10^{-11}$	$7.38 \cdot 10^{-11}$	$7.99 \cdot 10^{-11}$	$20 \cdot 10^{-11}$	$1744 \cdot 10^{-11}$
ε_{33} , Ф/м	$560 \cdot 10^{-11}$	$7.83 \cdot 10^{-11}$	$8.44 \cdot 10^{-11}$	$20 \cdot 10^{-11}$	$97 \cdot 10^{-11}$

Таблица 2

Вещество Постоянные	Al (алюминий)	Au (золото)	Pt (платина)	Si (кремний)	W (вольфрам)	Be (бериллий)
c_{44} , Па	$2.83 \cdot 10^{10}$	$4.24 \cdot 10^{10}$	$7.65 \cdot 10^{10}$	$7.95 \cdot 10^{10}$	$16.06 \cdot 10^{10}$	$16.25 \cdot 10^{10}$
ρ , кг/м ³	$2.702 \cdot 10^3$	$19.3 \cdot 10^3$	$21.4 \cdot 10^3$	$2.329 \cdot 10^3$	$19.26 \cdot 10^3$	$1.848 \cdot 10^3$

Таблица 3

№	Вещество	Скорости		№	Вещество	Скорости	
		S_1 , м/с	S_2 , м/с			S_1 , м/с	S_2 , м/с
1	ЦТС-4	2588	–	6	Al	–	3240
2	Zn O	2898	–	7	Au	–	1483
3	Cd S	1789	–	8	Pt	–	1897
4	Te O ₂	2097	–	9	Si	–	5840
5	Ba Ti O ₃	3082	–	10	W	–	2881
				11	Be	–	9375

В этом случае из (21), (22), (25), (26) получим следующие соотношения:

$$\beta_1(x) = \sqrt{1 - x / \alpha_1}, \quad \beta_2(x) = \sqrt{x / \alpha_2 - 1}, \quad 0 < x < \alpha_1, \quad (30)$$

$$A(k, x) \sin k\beta_2(x) + B(k, x)\beta_2(x) \cos k\beta_2(x) = \bar{C}\beta_2(x), \quad (31)$$

где

$$A(k, x) = a_1 b \beta_1(x) \operatorname{ch} k + [a_2^2 (x / \alpha_2 - 1) - b^2] \operatorname{sh} k,$$

$$B(k, x) = a_2 [2b \operatorname{ch} k - a_1 \beta_1(x) \operatorname{sh} k], \quad \bar{C} = 2a_2 b.$$

Используя предыдущие данные, вычисляем значения величин $a_1, a_2, b, \alpha_1, \alpha_2$, которые приведены в табл. 4.

Таблица 4

Постоянные Вещество	a_2	b	α_2	a_1	α_1
ЦТС-4	5.04	2.48	0.67	–	–
Zn O	4.76	0.5	0.84	–	–
Cd S	1.55	0.06	0.32	–	–
Te O ₂	2.65	0	0.44	–	–
Ba Ti O ₃	5.72	2.60	0.95	–	–
Al	–	–	–	2.83	0.05
Au	–	–	–	4.24	0.22
Pt	–	–	–	7.65	0.36
Si	–	–	–	7.95	3.41
W	–	–	–	16.06	0.83
Be	–	–	–	16.25	8.79

Таким образом, в рассматриваемом случае исходное решение описывается уравнением (31) (при $0 < x < \alpha_1$, когда параметр k принимает значения из интервала $(0, \infty)$), коэффициенты которого приведены в табл. 4.

Анализируя приведенные выше численные решения задачи, приходим к такому заключению: в слоистой системе из упругих изотропных подложек с пьезоэлектрическим слоем классов $6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422$, когда свободный край слоя металлизирован, а подложка является идеальным проводником, качественная волновая картина электроупругих волн Лява аналогична случаю обычных волн Лява.

1. Даноян З. Н. Плоские магнитоупругие волны в анизотропных идеально проводящих средах // Мат. методы та физ.-мех. поля. – 2003. – **46**, № 3. – С. 116–120.
2. Даноян З. Н., Даноян Н. З., Манукян Г. А. Поверхностные электроупругие волны Лява в системе с пьезоэлектрической подложкой и диэлектрическим слоем (Исследование поведения коэффициента электромеханической связи) // Изв. НАН РА. Механика. – 2003. – **56**, № 4. – С. 46–55.
3. Даноян З. Н., Даноян Н. З., Манукян Г. А. Поверхностные электроупругие волны Лява в слоистой системе с пьезоэлектрической подложкой и твердым или промежуточным диэлектрическим слоем (Исследование характеристического уравнения) // Проблемы механики деформируемых тел. – Ереван: Гитутюн, 2003. – С. 159–170.
4. Даноян З. Н., Даноян Н. З., Манукян Г. А. Поверхностные электроупругие волны Лява для двух слоев на пьезоэлектрической подложке // Изв. НАН РА. Механика. – 2001. – **54**, № 4. – С. 22–25.
5. Кесенних Г. Г., Любимов В. Н., Филиппов В. В. Поперечные поверхностные акустические волны для изотропной подложки с пьезоэлектрическим слоем // – Акуст. журн. – 1985. – **31**, № 4. – С. 492–495.
6. Кесенних Г. Г., Любимов В. Н., Шувалов Л. А. О поверхностных волнах Лява в пьезоэлектриках // Кристаллография. – 1982. – **27**, № 3. – С. 437–443.
7. Curtis R. G., Redwood M. Transverse surface wave on a piezoelectric crystal bars // Int. J. Solids and Struct. – 1974. – **10**, No. 4. – P. 401–409.

**ПОВЕРХНЕВІ ЕЛЕКТРОПРУЖНІ ХВИЛІ ЛЯВА
В ШАРУВАТІЙ СИСТЕМІ З ПРУЖНОЮ ІЗОТРОПНОЮ ПІДКЛАДКОЮ
І П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМ ШАРОМ**

Досліджується існування і поведінка електропружних хвиль Лява в шаруватій системі, яка складається з пружної ізотропної підкладки і п'єзоелектричного шару (класів 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422) довільної товщини залежно від фізико-механічних параметрів цієї системи та відносної товщини шару. Отримано характеристичне рівняння задачі, яке є уточненням аналогічного рівняння з роботи [6]. Характеристичне рівняння для шуканої поверхневої хвилі досліджено у випадку, коли вільний край шару металізований, а підкладка є ідеальним провідником. Показано, що умови існування, структура та поведінка мод хвиль Лява подібні до класичного випадку хвиль Лява. Наведено графіки дисперсійних кривих. Для деяких матеріалів виконано числові розрахунки.

**SURFACE ELECTROELASTIC LOVE WAVES
IN LAYERED SYSTEM WITH ISOTROPIC ELASTIC
SUBSTRUCTURE AND PIEZOELECTRIC LAYER**

The article investigates the existence and behavior of Love surface electroelastic waves in a layered system with isotropic elastic substructure and a soft piezoelectric layer of the class 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422 with finite arbitrary thickness, depending on the physico-mechanical properties of the system. The characteristic equation of the surface wave is investigated in the case when free boundary of the layer is metallized and the substructure is a fine electric. It is shown that the existence, the structure and the behavior of Love waves are similar to the classic events. The qualitative graphs of dispersion curves are presented.

Ин-т механики НАН Армении, Ереван, Армения

Получено
14.03.06