УДК 517.524

Х. Й. Кучмінська[1], С. М. Возна[2]

РОЗВИНЕННЯ N-КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ В N-ВИМІРНИЙ ПРАВИЛЬНИЙ C-ДРІБ

Запропоновано один з можливих алгоритмів розвинення формального N-кратного степеневого ряду у функціональний N-вимірний правильний C-дріб, відповідний до цього ряду. При цьому використовуються алгоритми розвинення у відповідні та двовимірні відповідні дроби для степеневого і подвійного степеневого рядів.

Попередні дослідження. Одним з підходів зображення аналітичної функції від комплексної змінної $z \in \mathbb{C}$ неперервним дробом є побудова відповідного неперервного дробу, тобто дробу, розвинення n-го наближення якого у степеневий ряд співпадає почленно із заданим степеневим рядом від z до степеня ν_n включно ($\nu_n \to \infty$ з ростом n) [10].

Незважаючи на те, що ще Ґаусс, а потім Стілтьєс і Чебишев отримували розвинення степеневих рядів у неперервні дроби, використовуючи ідею відповідності, а також застосовували такі розвинення у прикладних задачах, а O. Perron [11] запровадив відповідні неперервні дроби для $\nu_n = n+1$, $\nu_n = 2n+1$. Загальну теорію відповідності виклали значно пізніше W. B. Jones і W. J. Thron у [10], зокрема, вони розглянули алгоритми розвинення функцій у правильні C-дроби. Двовимірні відповідні неперервні дроби, як один із конструктивних методів наближення функцій двох змінних, уведено в роботах Х. Й. Кучмінської [4] та J. A. Murphy, M. R. O'Donohoe [11], а пізніше W. Siemaszko [13]. Відповідні двовимірні дроби та двовимірні правильні C-дроби вивчалися Д. І. Боднаром, Х. Й. Кучмінською, С. М. Возною (див. [1–6]), О. М. Сусь [7], A. Cuyt at all. [8].

1. Основні результати. Розглянемо формальний N-кратний степеневий ряд вигляду

$$P(z) = \sum_{|k|=0}^{\infty} c_k z^k, \quad z = (z_1,\ldots,z_N) \in \mathbb{C}^N, \quad k = (k_1,\ldots,k_N) \in \mathbb{Z}_+^N,$$

$$|k| = k_1 + \ldots + k_N, \qquad z^k = z_1^{k_1} \ldots z_N^{k_N}, \tag{1}$$

у точці $0 = \underbrace{(0,\ldots,0)}_{N}$, а також послідовність раціональних функцій

$$R_k(z) = \frac{P_m(z)}{Q_\ell(z)}, \qquad z = (z_1, z_2, \ldots, z_N) \in \mathbb{C}^N, \qquad k = 1,2,\ldots,$$

$$\deg P_m(z) = m(N), \qquad \deg Q_\ell(z) = \ell(N).$$

Розкладемо функцію $R_k(z)$ у формальний N-кратний степеневий ряд у точці $0 = (0,\ldots,0)$. Це можливо тоді й тільки тоді, коли $Q_\ell(0) \neq 0$. Позначимо через $T(R_k)$ розвинення раціональної функції $R_k(z)$ в N-кратний ряд Тейлора в $0 = (0,\ldots,0)$.

Означення 1. Послідовність $\{R_k(z)\}$ називають *відповідною* до формального N-кратного степеневого ряду $P(z)$ (1) у точці $0 = (0,\ldots,0)$, якщо

$$\lim_{k\to\infty} \lambda(P - T(R_k(z))) = \infty, \qquad \lambda(P) = \begin{cases} \infty, & P = 0, \\ s, & P \neq 0, \end{cases} \qquad s = |k|.$$

Розглянемо N-вимірний неперервний дріб $\mathop{\mathrm{D}}\limits_{i=0}^{\infty}\dfrac{a_{\underbrace{i,i,\ldots,i}_{N}}(z)}{\Phi_i(z)}$, де $\Phi_i(z)$ – сума p-вимірних неперервних дробів ($p = 1,2,\ldots,N-1$) з наближеннями $f_n(z) = \dfrac{A_n}{B_n} = \mathop{\mathrm{D}}\limits_{i=0}^{n}\dfrac{a_{\underbrace{i,i,\ldots,i}_{N}}(z)}{\Phi_i^{(n-1)}(z)}$, де $\Phi_i^{(n-1)}(z)$ – сума $(n-1)$-х наближень p-вимірних неперервних дробів.

Означення 2. N-вимірний неперервний дріб називають *відповідним* до формального N-кратного степеневого ряду $P(z)$ (1), якщо послідовність його наближень (підхідних дробів) є відповідною до $P(z)$ у точці $0 = (0,\ldots,0)$.

Запишемо формальний N-кратний степеневий ряд в іншому вигляді, виділивши у ньому також і степеневі ряди меншої кратності. Для цього запровадимо позначення

$$i[i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_s}] =$$
$$= [i_1(i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_s}), i_2(i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_s}), \ldots, i_n(i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_s})],$$
$$p_s = 1,\ldots,N, \quad s = 1,\ldots,N,$$

$$i_k(i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_s}) = \begin{cases} i_{p_m}, & k = p_m,\ m = 1,2,\ldots,s, \\ 0, & k \neq p_m, \end{cases}$$

$$(i \pm t)[i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_s}] =$$
$$= [i_1(i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_s}) \pm t_1; \ldots; i_s(i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_s}) \pm t_s; 0, \ldots, 0],$$

$t = (t_1, t_2, \ldots, t_s)$, причому $1 = (1,1,\ldots,1)$.

Тоді формальний N-кратний степеневий ряд (1) можна зобразити у вигляді такої суми:

$$c_0 + \sum_{p_1=1}^{N} \sum_{i_{p_1}\geq 1} c_{i[i_{p_1}]} z_{p_1}^{i_{p_1}} + \sum_{p_1=1}^{N-1} \sum_{p_2=p_1+1}^{N} z_{p_1} z_{p_2} \sum_{i_{p_1}+i_{p_2}\geq 0} c_{(i+1)[i_{p_1}, i_{p_2}]} z_{p_1}^{i_{p_1}} z_{p_2}^{i_{p_2}} +$$
$$+ \sum_{p_1=1}^{N-2} \sum_{p_2=p_1+1}^{N-1} \sum_{p_3=p_1+2}^{N} z_{p_1} z_{p_2} z_{p_3} \sum_{i_{p_1}+i_{p_2}+i_{p_3}\geq 0} c_{(i+1)[i_{p_1}, i_{p_2}, i_{p_3}]} \times$$
$$\times z_{p_1}^{i_{p_1}} z_{p_2}^{i_{p_2}} z_{p_3}^{i_{p_3}} + \ldots + z_1 z_2 \ldots z_N \times$$
$$\times \sum_{i_1+i_2+\ldots+i_N\geq 0} c_{(i+1)[i_{p_1}, i_{p_2}, \ldots, i_{p_N}]} z_1^{i_1} z_2^{i_2} \ldots z_N^{i_N}. \tag{2}$$

Користуючись відомими формулами для знаходження коефіцієнтів дробу за коефіцієнтами степеневого ряду [5, 10], перші N доданків ряду (2) розвинемо у відповідні правильні C-дроби

$$1 + \cfrac{a_1 z}{1 + \cfrac{a_2 z}{1 + \ldots}} = 1 + \mathop{\mathrm{D}}\limits_{i=1}^{\infty} \frac{a_i z}{1} \qquad \text{чи} \qquad \left(1 + \mathop{\mathrm{D}}\limits_{i=1}^{\infty} \frac{a_i z}{1}\right)^{-1}$$

з наближеннями (підхідними дробами)

$$f_n(z) = \frac{A_n}{B_n} = 1 + \mathop{\mathrm{D}}\limits_{i=1}^{n} \frac{a_i z}{1} \qquad \text{чи} \qquad f_n = \left(1 + \mathop{\mathrm{D}}\limits_{i=1}^{n-1} \frac{a_i z}{1}\right)^{-1}$$

або у приєднані дроби

$$1+\cfrac{k_1 z}{1+\ell_1 z+\cfrac{-k_2 z^2}{1+\ell_2 z+\cfrac{-k_3 z^2}{1+\ell_3 z+_{\vdots}}}}=1+\cfrac{k_1 z}{1+\ell_1 z+\underset{i=2}{\overset{\infty}{\mathrm{D}}}\cfrac{-k_i z^2}{1+\ell_i z}},\quad k_i\neq 0,$$

чи

$$\left(1+\cfrac{k_1 z}{1+\ell_1 z+\underset{i=2}{\overset{\infty}{\mathrm{D}}}\cfrac{-k_i z^2}{1+\ell_i z}}\right)^{-1},\qquad k_i\neq 0,$$

з наближеннями

$$f_n=1+\cfrac{k_1 z}{1+\ell_1 z+\underset{i=2}{\overset{n}{\mathrm{D}}}\cfrac{-k_i z^2}{1+\ell_i z}},\qquad k_i\neq 0,\quad f_0=1,\quad f_1=1+\frac{k_1 z}{1+\ell_1 z},$$

чи

$$f_n=\left(1+\cfrac{k_1 z}{1+\ell_1 z+\underset{i=2}{\overset{n}{\mathrm{D}}}\cfrac{-k_i z^2}{1+\ell_i z}}\right)^{-1},\quad k_i\neq 0,\quad f_1=1,\quad f_2=\left(1+\frac{k_1 z}{1+\ell_1 z}\right)^{-1}.$$

Наступні $N-1$ доданків розвинемо у відповідні двовимірні правильні C-дроби [5, 6]

$$\Phi_0(z_1,z_2)+\underset{i=1}{\overset{\infty}{\mathrm{D}}}\frac{a_{i,i}z_1z_2}{\Phi_{i+1}(z_1,z_2)}\qquad\text{або}\qquad\left(\Phi_0(z_1,z_2)+\underset{i=1}{\overset{\infty}{\mathrm{D}}}\frac{a_{i,i}z_1z_2}{\Phi_{i+1}(z_1,z_2)}\right)^{-1},$$

де

$$\Phi_0(z_1,z_2)=a_{0,0}+\underset{k=1}{\overset{\infty}{\mathrm{D}}}\frac{a_{k,0}z_1}{1}+\underset{k=1}{\overset{\infty}{\mathrm{D}}}\frac{a_{0,k}z_2}{1},$$

$$\Phi_i(z_1,z_2)=1+\underset{k=1}{\overset{\infty}{\mathrm{D}}}\frac{a_{i+k,i}z_1}{1}+\underset{k=1}{\overset{\infty}{\mathrm{D}}}\frac{a_{i,i+k}z_2}{1},\quad i=1,2,\ldots,$$

$$a_{i,j}\neq 0,\quad i=0,1,\ldots,\quad j=0,1,\ldots,$$

з наближеннями

$$f_n(z)=\frac{A_n}{B_n}=\Phi_0^{(n)}(z)+\underset{i=1}{\overset{n}{\mathrm{D}}}\frac{a_{i,i}(z)}{\Phi_i^{(n-i)}(z)},$$

або $$f_n(z)=\frac{A_n}{B_n}=\cfrac{1}{\Phi_0^{(n-1)}+\underset{i=1}{\overset{n-1}{\mathrm{D}}}\cfrac{a_{i,i}(z)}{\Phi_i^{(n-1-i)}(z)}},$$

де $$\Phi_i^{(m)}=1+\underset{j=1}{\overset{m}{\mathrm{D}}}\frac{a_{i+j,i}z_1}{1}+\underset{j=1}{\overset{m}{\mathrm{D}}}\frac{a_{i,i+j}z_2}{1},\quad \Phi_i^{(0)}=1,\qquad a_{i,i},a_{i,j}\in\mathbb{C}.$$

Аналогічні розвинення $N-1$ доданків ряду (2) можна записати у приєднані двовимірні дроби [5].

Решту $\sum_{i=3}^{N}\frac{N!}{(N-i)!\,i!}=\sum_{i=3}^{N}\frac{(N-i+1)(N-i+2)\ldots N}{i!}$ доданків перетворимо у такий спосіб:

$$\sum_{p_1=1}^{N-s+1}\sum_{p_2=p_1+1}^{N-s}\dots\sum_{p_s=p_1+s-1}^{N} z_{p_1}z_{p_2}\dots z_{p_s}c_{(i+1)\underbrace{[0,\dots,0]}_{s}}\times$$

$$\times\sum_{i_{p_1}+i_{p_2}+\dots+i_{p_s}\ge 0}\frac{c_{(i+1)[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]}}{c_{(i+1)\underbrace{[0,\dots,0]}_{s}}}z_{p_1}^{i_{p_1}}\dots,z_{p_s}^{i_{p_s}}=\sum_{p_1=1}^{N-s+1}\sum_{p_2=p_1+1}^{N-s}\dots$$

$$\dots\sum_{p_s=p_1+s-1}^{N}\frac{c_{(i+1)\underbrace{[0,\dots,0]}_{s}}z_{p_1}z_{p_2}\dots z_{p_s}}{\cfrac{1}{\displaystyle\sum_{i_{p_1}+i_{p_2}+\dots+i_{p_s}\ge 0}\frac{c_{(i+1)[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]}}{c_{((i+1)\underbrace{[0,\dots,0]}_{s}}}z_{p_1}^{i_{p_1}}\dots z_{p_s}^{i_{p_s}}}}=$$

$$=\sum_{p_1=1}^{N-s+1}\sum_{p_2=p_1+1}^{N-s}\dots$$

$$\dots\sum_{p_s=p_1+s-1}^{N}\frac{c_{(i+1)\underbrace{[0,\dots,0]}_{s}}z_{p_1}z_{p_2}\dots z_{p_s}}{\displaystyle\sum_{i_{p_1}+i_{p_2}+\dots+i_{p_s}\ge 0}(-1)^{i_{p_1}+i_{p_2}+\dots+i_{p_s}}\gamma_{i[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]}^{(1)}z_{p_1}^{i_{p_1}}\dots z_{p_s}^{i_{p_s}}}.$$

Коефіцієнти $\gamma_{i[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]}^{(1)}$ однозначно визначаємо з рекурентних співвідношень

$$\gamma_{i[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]}^{(1)}=\sum_{t_1+t_2+\dots+t_s=1}^{i_{p_1}+i_{p_2}+\dots+i_{p_s}}(-1)^{t_1+t_2+\dots+t_s-1}\gamma_{(i-t)[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]}^{(1)}\frac{c_{(i+1)[t_1,t_2,\dots,t_s]}}{c_{(i+1)[0,0,\dots,0]}},$$

$$\gamma_0^{(1)}=1,\quad \gamma_{(i-t)[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]}^{(1)}=0,\quad i_m[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]-t_m<0,\qquad m=1,\dots,s,$$

$$i_k[t_1,t_2,\dots,t_s]=\begin{cases}t_k, & s=k,\\ 0, & s\ne k.\end{cases}\tag{3}$$

Степеневий ряд $\sum_{i_{p_1}+i_{p_2}+\dots+i_{p_s}\ge 0}(-1)^{i_{p_1}+i_{p_2}+\dots+i_{p_s}}\gamma_{i[i_{p_1},\dots,i_{p_s}]}^{(1)}z_{p_1}^{i_{p_1}}\dots z_{p_s}^{i_{p_s}}$ зобразимо у вигляді

$$\gamma_0^{(1)}+\sum_{p_1=1}^{N}\sum_{i_{p_1}\ge 1}(-1)^{i_{p_1}}\gamma_{i[i_{p_1}]}^{(1)}z_{p_1}^{i_{p_1}}+$$

$$+\sum_{p_1=1}^{N-1}\sum_{p_2=p_1+1}^{N}z_{p_1}z_{p_2}\sum_{i_{p_1}+i_{p_2}\ge 0}(-1)^{i_{p_1}+i_{p_2}}\gamma_{(i+1)[i_{p_1},i_{p_2}]}^{(1)}z_{p_1}^{i_{p_1}}z_{p_2}^{i_{p_2}}+$$

$$+\dots+z_1z_2\dots z_N\times$$

$$\times\sum_{i_1+i_2+\dots+i_N\ge 0}(-1)^{i_1+i_2+\dots+i_N}\gamma_{(i+1)[i_1,i_2,\dots,i_N]}^{(1)}z_1^{i_1}z_2^{i_2}\dots z_N^{i_N}.\tag{4}$$

Перші N доданків ряду (4) розвинемо у відповідні правильні C-дроби чи приєднані дроби [5, 10]. Наступні $N-1$ доданків розвинемо у відповідні двовимірні правильні C-дроби [5, 6], а до решти доданків застосуємо аналогічний до попереднього алгоритм.

Необхідні та достатні умови розвинення N-кратного степеневого ряду у відповідний N-вимірний правильний C-дріб (чи приєднаний N-вимірний неперервний дріб) сформулюємо у такому твердженні.

Теорема 1. N*-кратний степеневий ряд* (1) *розвивається у відповідний* N*-вимірний правильний* C*-дріб (або приєднаний* N*-вимірний неперервний дріб) тоді й тільки тоді, коли є відмінними від нуля всі визначники* $\varphi^{(k)}_{mi[i_{p_s}]}$, $\psi^{(k)}_{mi[i_{p_s}]}$, $k = 0,1,\ldots$, $i_{p_s} = 1$, $p_s = 1,\ldots,N$, $s = 1,\ldots,N$, $m = 0,1,2,\ldots$

(*або* $\varphi^{(k)}_{mi[i_{p_s}]}$, $k = 0,1,\ldots$, $i_{p_s} = 1$, $p_s = 1,\ldots,N$, $s = 1,\ldots,N$, $m = 0,1,2,\ldots$):

$$\varphi^{(k)}_{mi[i_{p_s}]} = \begin{vmatrix} \gamma^{(k)}_{i[i_{p_s}]} & \gamma^{(k)}_{(i+1)[i_{p_s}]} & \ldots & \gamma^{(k)}_{(i+m-1)[i_{p_s}]} \\ \gamma^{(k)}_{(i+1)[i_{p_s}]} & \gamma^{(k)}_{(i+2)[i_{p_s}]} & \ldots & \gamma^{(k)}_{(i+m)[i_{p_s}]} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma^{(k)}_{(i+m-1)[i_{p_s}]} & \gamma^{(k)}_{(i+m)[i_{p_s}]} & \ldots & \gamma^{(k)}_{(i+2m-2)[i_{p_s}]} \end{vmatrix},$$

$$\psi^{(k)}_{mi[i_{p_s}]} = \begin{vmatrix} \gamma^{(k)}_{(i+1)[i_{p_s}]} & \gamma^{(k)}_{(i+2)[i_{p_s}]} & \ldots & \gamma^{(k)}_{(i+m-1)[i_{p_s}]} \\ \gamma^{(k)}_{(i+2)[i_{p_s}]} & \gamma^{(k)}_{(i+3)[i_{p_s}]} & \ldots & \gamma^{(k)}_{(i+m)[i_{p_s}]} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma^{(k)}_{(i+m-1)[i_{p_s}]} & \gamma^{(k)}_{(i+m)[i_{p_s}]} & \ldots & \gamma^{(k)}_{(i+2m-3)[i_{p_s}]} \end{vmatrix}, \qquad (5)$$

де $$\varphi_{0i[i_{p_s}]} = \psi_{1i[i_{p_s}]} = 1,$$

$$\gamma^{(0)}_{i[i_{p_s}]} = c_{i[i_{p_s}]}, \qquad \gamma^{(k)}_0 = 1,$$

$$\gamma^{(k)}_{i[i_{p_1},\ldots,i_{p_s}]} = \sum_{t_1+t_2+\ldots+t_s=1}^{i_{p_1}+i_{p_2}+\ldots+i_{p_s}} (-1)^{t_1+t_2+\ldots+t_s-1} \gamma^{(k)}_{(i-t)[i_{p_1},\ldots,i_{p_s}]} \frac{\gamma^{(k-1)}_{(i+1)[t_1,t_2,\ldots,t_s]}}{\gamma^{(k-1)}_{(i+1)\underbrace{[0,\ldots,0]}_{s}}}$$

$$\gamma^{(k)}_{(i-t)[i_{p_1},\ldots,i_{p_s}]} = 0, \qquad \text{якщо} \qquad i_m[i_{p_1},\ldots,i_{p_s}] - t_m < 0, \ m = 1,\ldots,s,$$

$$i_k[t_1,t_2,\ldots,t_s] = \begin{cases} t_k, & s = k, \\ 0, & s \neq k. \end{cases}$$

Для д о в е д е н н я теореми суттєво використовується метод повної математичної індукції, який застосовується для алгоритму перетворення кратного степеневого ряду у відповідний правильний C-дріб, відмінність від нуля визначників (5), які дозволяють знайти коефіцієнти дробу через коефіцієнти вихідного степеневого ряду (1) та аналогічні результати для неперервних і двовимірних неперервних дробів.

Висновки. Представлення N-кратного степеневого ряду у вигляді суми степеневих рядів можна використати, наприклад, для побудови алгоритму Вісковатова [8] чи для розвинення у N-вимірні неперервні дроби типу Siemaszko [13].

1. *Боднар Д. И.* Ветвящиеся цепные дроби. – Киев: Наук. думка, 1986. – 176 с.
2. *Боднар Д. І., Кучмінська Х. Й.* Розвиток теорії гіллястих ланцюгових дробів у 1996–2016 роках // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2016. – **59**, № 2. – С. 7–18.
3. *Возна С. М., Кучмінська Х. Й.* Відповідність між формальним подвійним степеневим рядом і двовимірним неперервним дробом // Проблеми теорії наближень функцій та суміжні питання: Зб. праць Ін-ту математики НАН України / Відп. ред. О. І. Степанець. – 2004. – **1**, № 1. – С. 50–72.
4. *Кучмінська Х. Й.* Відповідний і приєднаний гіллясті ланцюгові дроби для подвійного степеневого ряду // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1978. – № 7. – С. 613–617.
5. *Кучмінська Х. Й.* Двовимірні неперервні дроби. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2010. – 218 с.

6. *Кучмінська Х. Й.* Двовимірні правильні C-дроби // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – **55,** № 2. – С. 7–15.
Те саме: *Kuchmins'ka Kh. Yo.* Two-dimensional regular C-fractions // J. Math. Sci. – 2013. – **192**, No. 5. – P. 485–497.
https://doi.org/10.1007/s10958-013-1410-x
7. *Сусь О. М.* Деякі питання аналітичної теорії двовимірних ланцюгових дробів: Дис. ... канд. фіз.-мат. наук. – Львів, 1996. – 123 с.
8. *Cuyt A. A. M., Petersen V. B., Verdonk B., Waadeland H., Jones W. B.* Handbook of continued fractions for special functions. – New York etc.: Springer, 2008. – xvi+431 p. – https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6949-9
9. *Dmytryshyn R. I.* The two-dimensional g-fraction with independent variables for double power series // J. Approx. Theory. – 2012. – **164,** No. 12. – P. 1520–1539.
https://doi.org/10.1016/j.jat.2012.09.002
10. *Jones W. B., Thron W. J.* Continued fractions: Analytic theory and applications. – Reading, MA.: Addison-Wesley Publ. Co., 1980. – xxix + 428 p. – Encyclopedia Math. Appl. – Vol. 11.
Те саме: *Джоунс У., Трон В.* Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения. – Москва: Мир, 1985. – 414 с.
11. *Murphy J. A., O'Donohoe M. R.* A two-variable generalization of the Stieltjes-type continued fractions // J. Comput. Appl. Math. – 1978. – **4**, No. 3. – P. 181–190.
https://doi.org/10.1016/0771-050X(78)90002-5
12. *Perron O.* Die Lehre von den Kettenbrüchen. – Band II: Analytisch-funktionen-theoretische Kettenbrüche. – Stuttgart: B. G. Teubner, 1957. – vi+316 S.
13. *Siemaszko W.* Branched continued fractions for double power series // J. Comput. Appl. Math. –1980. – **6**, No. 2. – P. 121–125.
https://doi.org/10.1016/0771-050X(80)90005-4

РАЗЛОЖЕНИЕ N-КРАТНОГО СТЕПЕННОГО РЯДА В N-МЕРНУЮ ПРАВИЛЬНУЮ C-ДРОБЬ

Предложен один из возможных алгоритмов разложения формального N-кратного степенного ряда в функциональную N-мерную правильную C-дробь, соответствующую этому ряду. При этом используются алгоритмы разложения в соответствующие и двумерные соответствующие дроби для степенного и двойного степенного рядов.

DEVELOPMENT OF N-MULTIPLE POWER SERIES INTO N-DIMENSIONAL REGULAR C-FRACTION

One of the possible algorithms for the development of a formal N-multiple power series into a functional N-dimensional regular C-fraction corresponding to this series is proposed. In this case, development algorithms into corresponding and two-dimensional corresponding fractions for the power and double power series are used.

[1] Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,
[2] Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано
21.11.16