УДК 517.95

В. М. Поліщук, Б. Й. Пташник

ПЕРІОДИЧНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ СЛАБКО НЕЛІНІЙНИХ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ ЗІ ЗМІННИМИ В ЛІНІЙНІЙ ЧАСТИНІ ОПЕРАТОРА КОЕФІЦІЄНТАМИ

Встановлено умови існування та єдиності періодичного за обома змінними розв'язку слабко нелінійного строго гіперболічного за Петровським рівняння на площині, оператор лінійної частини якого розпадається на множники першого порядку зі змінними за часом коефіцієнтами. Для розв'язання проблеми малих знаменників, що виникає при дослідженні задачі, застосовано метричний підхід.

Багато задач природознавства та техніки моделюються періодичними крайовими задачами для гіперболічних рівнянь і систем рівнянь. Однак вивчати такі задачі почали порівняно недавно; це, очевидно, зумовлено тим, що ці задачі, взагалі, є некоректними, а існування їх розв'язків у багатьох випадках пов'язане з проблемою малих знаменників (див., наприклад, [1, 3–9, 11–15]).

У цій праці, яка є розвитком робіт [3–5], встановлено умови існування і єдиності класичного 2π-періодичного за просторовою змінною розв'язку задачі з умовами періодичності за часовою змінною для слабко нелінійного строго гіперболічного за Петровським рівняння, оператор лінійної частини якого є добутком операторів першого порядку зі змінними за часом коефіцієнтами.

Надалі використовуватимемо такі позначення:

$D = \{(t,x) : t \in (0,T),\ x \in \Omega\}$, де Ω – коло одиничного радіуса;

$B = \{(t,x,z) : (t,x) \in \bar{D},\ |z| \le R < \infty\}$, де $R > 0$ – досить велике дійсне число;

$C^q(\bar{D})$ – банахів простір 2π-періодичних за x функцій $u(t,x)$, визначених і неперервних разом з усіма похідними до порядку q включно в області $\bar{D}$, з нормою

$$\| u \|_{C^q(\bar{D})} = \sum_{s+p\le q} \max_{(t,x)\in\bar{D}} \left| \frac{\partial^{s+p} u(t,x)}{\partial t^s \partial x^p} \right|;$$

$C^{(0,m)}(\bar{D})$ – банахів простір функцій $v(t,x)$, визначених в області $\bar{D}$, неперервних за t, 2π-періодичних та m раз неперервно диференційовних за x, з нормою

$$\| v \|_{C^{(0,m)}(\bar{D})} = \sum_{p=0}^{m} \max_{(t,x)\in\bar{D}} \left| \frac{\partial^{p} v(t,x)}{\partial x^p} \right|;$$

$C^{(0,s)}(B)$ – банахів простір функцій $w(t,x,z)$, визначених в області B, неперервних за t та s раз неперервно диференційовних за змінними x і z, з нормою

$$\| w \|_{C^{(0,s)}(B)} = \sum_{p+\ell\le s} \max_{(t,x,z)\in B} \left| \frac{\partial^{p+\ell} w(t,x,z)}{\partial x^p \partial z^\ell} \right|.$$

1. Постановка задачі. В області D розглядаємо задачу

$$\prod_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \lambda_j(t) \frac{\partial}{\partial x} - b_j(t) \right) u(t,x) = F(t,x) + \varepsilon f(t,x,u), \qquad (1)$$

$$\left.\frac{\partial^\ell u(t,x)}{\partial t^\ell}\right|_{t=0} - \left.\frac{\partial^\ell u(t,x)}{\partial t^\ell}\right|_{t=T} = 0, \qquad \ell = 0,1,\dots,n-1, \tag{2}$$

де $\lambda_j(t) = \lambda(t) + \alpha_j$, $b_j(t) = b(t) + \beta_j$, $\alpha_j, \beta_j \in \mathbb{R}$, $j = 1,\dots,n$, $\alpha_j \neq \alpha_r$, $j, r = 1,\dots,n$, $j \neq r$; $\lambda(t)$, $b(t)$ − $(n-1)$ раз неперервно диференційовні на відрізку $[0,T]$ дійснозначні функції, які задовольняють умови (2); $F \in C^{(0,m)}(\bar{D})$; $f \in C^{(0,s)}(B)$, m, s − натуральні числа, які будуть вказані нижче. Вигляд області D накладає умови 2π-періодичності за x на шуканий розв'язок u та на функції F і f.

2. Незбурена задача. Задача (1), (2) при $\varepsilon = 0$ досліджувалася в [3, 5, 6] у випадку сталих і змінних за t коефіцієнтів рівняння.

Наведемо деякі, необхідні в подальшому, твердження, що випливають із результатів указаних робіт.

Твердження 1. *Нехай справджуються умови*

$$\int_0^T b_j(t)\,dt \neq 0, \qquad j = 1,\dots,n. \tag{3}$$

Якщо $F \in C^{(0,3)}(\bar{D})$, *то існує єдиний розв'язок* $u^0(t,x)$ *задачі* (1), (2) *при* $\varepsilon = 0$, *який належить до простору* $C^n(\bar{D})$ *і неперервно залежить від функції* $F(t,x)$.

Цей розв'язок зображається формулою

$$u^0(t,x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_0^T G_k(t,\tau) F_k(\tau)\,d\tau \exp(ikx), \tag{4}$$

де $F_k(t) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} F(t,x)\exp(-ikx)\,dx$, $G_k(t,\tau)$ − функція Ґріна задачі

$$\prod_{j=1}^{n}\left(\frac{d}{dt} - ik\lambda_j(t) - b_j(t)\right) u_k(t) = 0,$$

$$u_k^\ell(0) - u_k^\ell(T) = 0, \qquad \ell = 0,1,\dots,n-1. \tag{5}$$

У квадраті $\mathcal{K} = \{(t,\tau) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le t,\ \tau \le T\}$ справджуються такі оцінки:

$$\max_{(t,\tau)\in\mathcal{K}} |G_0(t,\tau)| \le C_1,$$

$$\max_{(t,\tau)\in\mathcal{K}} |G_k(t,\tau)| \le$$

$$\le C_2 |k|^{1-n} \sum_{j=1}^{n} \left| 1 - \exp\int_0^T \big(ik\lambda_j(s) + b_j(s)\big)\,ds \right|^{-1}, \quad k \in \mathbb{Z}\setminus\{0\}, \tag{6}$$

де $C_1 = C_1(T, \bar{b}, M_\beta)$, $C_2 = C_2(T, \bar{b}, M_\alpha)$,

$$\bar{b} = \max\left\{\exp\int_0^T b_j(s)\,ds,\ j = 1,\dots,n\right\},$$

$$M_\alpha = \min\{|\alpha_\ell - \alpha_j|,\ \ell, j = 1,\dots,n;\ \ell \neq j\},$$

$$M_\beta = \min_{1\le \ell, j\le n}\{|\beta_\ell - \beta_j|,\ \beta_\ell \neq \beta_j,\ \ell \neq j\}.$$

За умов (3) із рівності (4) та оцінок (6) випливає оцінка

$$\| u^0 \|_{C^n(\bar{D})} \le C_3 \| F \|_{C^{(0,3)}(\bar{D})}, \tag{7}$$

де $C_3 = C_3(n, T, N, \bar{b}, \bar{\Lambda}, M_\alpha, M_\beta)$, $\bar{\Lambda} = \max\limits_{1 \le j \le n} \left\{ \exp \int\limits_0^T \lambda_j(t)\, dt \right\}$, $N = \sum\limits_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} |k|^{-2}$.

Твердження 2. *Якщо виконуються рівності*

$$\int\limits_0^T b_j(t)\, dt = 0, \qquad j \in \{\ell_1, \ldots, \ell_\nu\}, \qquad 1 \le \ell_1 < \ell_2 < \ldots < \ell_\nu \le n, \tag{8}$$

то для єдиності (з точністю до доданка $c\bar{u}_0(t)$, *де* c *− довільна стала, а* $\bar{u}_0(t)$ *− нетривіальний розв'язок задачі* (5) *при* $k = 0$) *розв'язку задачі* (1), (2) *при* $\varepsilon = 0$ *у просторі* $C^n(\bar{D})$ *необхідно та достатньо, щоб числа*

$$\Lambda_j = \frac{1}{2\pi} \int\limits_0^T \lambda_j(t)\, dt, \qquad j \in \{\ell_1, \ldots, \ell_\nu\}, \tag{9}$$

були ірраціональними.

Зауваження 1. Якщо справджуються рівності (8), а числа (9) є ірраціональними, то задача (1), (2) при $\varepsilon = 0$ не може мати двох різних розв'язків із простору $C^n(\bar{D})$, які задовольняють умову

$$\int\limits_\Omega u^0(t, x)\, dx = 0, \qquad t \in [0, T]. \tag{10}$$

На підставі теореми 32 із [10] отримуємо наступне твердження.

Твердження 3. *Для майже всіх (стосовно міри Лебега в* $\mathbb{R}$) *чисел* Λ_j, *визначених формулами* (9), *кожна з нерівностей*

$$\left| 1 - \exp \int\limits_0^T ik\lambda_j(t)\, dt \right| \ge \frac{1}{|k|^{1+\gamma}}, \qquad 0 < \gamma < 1, \qquad j \in \{\ell_1, \ldots, \ell_\nu\}, \tag{11}$$

виконується для всіх (крім скінченного числа) $k \in \mathbb{Z}$.

Твердження 4. *Нехай виконуються умови* (8) *і числа* (9) *є ірраціональними. Якщо* $F \in C^{(0,4)}(\bar{D})$ *і*

$$\int\limits_0^{2\pi} F(t, x)\, dx = 0, \qquad t \in [0, T], \tag{12}$$

то в класі функцій, які належать $C^n(\bar{D})$ *і справджують умову* (10), *існує єдиний розв'язок* $u^0(t, x)$ *задачі* (1), (2) *при* $\varepsilon = 0$ *для майже всіх (стосовно міри Лебега в* $\mathbb{R}$) *чисел* (9). *Цей розв'язок неперервно залежить від* $F(t, x)$ *і зображається формулою вигляду* (4), *де підсумовування проводиться по всіх* $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

Із (4), (6), (11), (12) випливає оцінка

$$\| u^0 \|_{C^n(\bar{D})} \le C_4 \| F \|_{C^{(0,4)}(\bar{D})}, \tag{13}$$

де $C_4 = C_4(n, T, N_\gamma, \bar{b}, \bar{\Lambda}, M_\alpha, M_\beta)$, $N_\gamma = \sum\limits_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} |k|^{\gamma - 2}$, $0 < \gamma < 1$.

3. Збурена задача. Позначимо через $S(r)$, $0 < r < R$, замкнену множину функцій $u \in C^n(\bar{D})$, які задовольняють нерівність $\left\| u - u^0 \right\|_{C^n(\bar{D})} \le r$ та умову (10). Розв'язок задачі (1), (2) при $\varepsilon \ne 0$ шукаємо у множині $S(r)$.

Кожну функцію із $S(r)$ можна зобразити у вигляді ряду

$$u(t,x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u_k(t) \exp(ikx).$$

Очевидно, що для кожної $u \in S(r)$ функції $f(t,x,u(t,x))$ і $\dfrac{\partial f(t,x,u(t,x))}{\partial u}$ є 2π-періодичними за x, тому

$$f(t,x,u(t,x)) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_k(t,\{u_m(t)\}) \exp(ikx),$$

де

$$f_k(t,\{u_m(t)\}) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(t,x,\sum_{m=-\infty}^{\infty} u_m(t)\exp(imx)) \exp(-ikx)\, dx. \qquad (14)$$

Надалі будемо вважати, що

$$\forall u \in S(r) \qquad \int_0^{2\pi} f(t,x,u(t,x))dx = 0, \qquad \int_0^{2\pi} \frac{\partial f(t,x,u(t,x))}{\partial u} dx = 0. \qquad (15)$$

Використовуючи правило диференціювання складної функції та оцінки (7), (13), на підставі формули (14) отримуємо, що для кожної $u \in S(r)$ виконуються нерівності

$$\max_{t\in[0,T]} |\, f_k(t,\{u_m(t)\}) \,| \le |k|^{-\sigma} \max_{(t,x)\in\bar{D}} \left| \frac{\partial^\sigma f(t,x,u(t,x))}{\partial x^\sigma} \right| \le$$

$$\le |k|^{-\sigma} (1 + \| u \|_{C^n(\bar{D})})^\sigma \, \| f \|_{C^{(0,\sigma)}(B)} \le$$

$$\le \bar{f}_\sigma |k|^{-\sigma} \left(1 + \left\| u - u^0 \right\|_{C^n(\bar{D})} + \left\| u^0 \right\|_{C^n(\bar{D})}\right)^\sigma \le$$

$$\le \bar{f}_\sigma |k|^{-\sigma} (1 + r + C_\sigma \bar{F}_\sigma)^\sigma, \qquad k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}, \qquad \sigma = 3, 4, \qquad (16)$$

де $\bar{f}_\sigma = \| f \|_{C^{(0,\sigma)}(B)}$, $\bar{F}_\sigma = \| F \|_{C^{(0,\sigma)}(\bar{D})}$.

Дослідимо умови існування розв'язку задачі (1), (2).

Введемо такі позначення:

$$\Psi_1 = C_3(1 + r + C_3\bar{F}_3)^3; \qquad \Psi_2 = C_4(1 + r + C_4\bar{F}_4)^4;$$

$$\Phi_\sigma = \left\| \frac{\partial f}{\partial u} \right\|_{C^{(0,\sigma)}(B)}, \ \sigma = 3,4; \qquad \varepsilon_\ell = \min\left\{ \frac{r}{\Psi_\ell \bar{f}_{2+\ell}}, \frac{1}{\Psi_\ell \Phi_{2+\ell}} \right\}, \ \ell = 1,2.$$

Якщо ряд

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{k\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}} G_k(t,\tau) \exp(ik(x-y)) \qquad (17)$$

рівномірно збігається в області $\bar{D} \times \bar{D}$ до функції $Q(t,\tau,x,y)$, то задача (1), (2) еквівалентна нелінійному інтегральному рівнянню

$$u(t,x) = u^0(t,x) + \varepsilon \int_D Q(t,\tau,x,y) f(\tau,y,u(\tau,y))\, dy\, d\tau. \qquad (18)$$

Зауважимо, що за умов (3) із оцінок (6) випливає рівномірна збіжність ряду (17) в області $\bar{D} \times \bar{D}$ при $n \geq 3$.

Теорема 1. *Нехай* $n \geq 3$ *і справджуються умови* (3). *Якщо* $F \in C^{(0,3)}(\bar{D})$, *а* $f, \dfrac{\partial f}{\partial u} \in C^{(0,3)}(B)$ *і задовольняють умови* (15), *то для всіх* ε, *де* $|\varepsilon| < \varepsilon_1$, *у класі* $S(r)$ *існує єдиний розв'язок задачі* (1), (2), *який неперервно залежить від функції* $F(t,x)$.

Д о в е д е н н я. Рівняння (18) запишемо у вигляді

$$u(t,x) = A_{u^0}[u(t,x)], \tag{19}$$

де A_w – нелінійний інтегральний оператор, визначений на множині $S(r)$ формулою

$$A_w[u(t,x)] \equiv w(t,x) + \varepsilon \int_D Q(t,\tau,x,y)\, f(\tau,y,u(\tau,y))\, dy\, d\tau. \tag{20}$$

Покажемо, що для довільної функції $w \in S(\rho)$, $\rho = r - |\varepsilon|\Psi_1 \bar{f}_3 > 0$, оператор A_w переводить множину $S(r)$ в себе. Нехай $u(t,x) \in S(r)$. Тоді на підставі (4), (6), (15), (16), (17), (20) отримуємо, що функція $A_w[u(t,x)]$ належить до простору $C^n(\bar{D})$ і справджує нерівність

$$\| A_w[u] - u^0 \|_{C^n(\bar{D})} \leq \| w - u^0 \|_{C^n(\bar{D})} +$$

$$+ |\varepsilon| \sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \sum_{s=0}^{n} |k|^{n-s} \max_{t \in [0,T]} \left| \frac{\partial^s}{\partial t^s} \int_0^T G_k(t,\tau) f_k(\tau, \{u_m(\tau)\})\, d\tau \right| \leq$$

$$\leq \rho + |\varepsilon| \Psi_1 \bar{f}_3 = r. \tag{21}$$

Тепер покажемо, що при $|\varepsilon| < \varepsilon_1$ оператор (20) є оператором стиску. Нехай $u_1, u_2 \in S_r$. Використовуючи формулу Лаґранжа про скінченні прирости, з формул (4), (6), (15), (16), (17), (20) отримуємо

$$\| A_w[u_2] - A_w[u_1] \|_{C^n(\bar{D})} = |\varepsilon| \left\| \int_0^T G_k(t,\tau) \int_\Omega \big(f(\tau,y,u_2(\tau,y)) - \right.$$

$$\left. - f(\tau,y,u_1(\tau,y)) \big) \exp(ik(x-y))\, dy\, d\tau \right\|_{C^n(\bar{D})} \leq$$

$$\leq |\varepsilon| \Psi_1 \Phi_3 \| u_2 - u_1 \|_{C^n(\bar{D})}.$$

Неперервність оператора A_w за w є очевидною.

На підставі теорем 1 та 3 з [2, с. 605–608] із вищесказаного випливає доведення теореми. ◊

Якщо виконуються умови (8), то з оцінок (6) і твердження 3 випливає, що ряд (17) рівномірно збігається в області $\bar{D} \times \bar{D}$ при $n \geq 4$ для майже всіх (стосовно міри Лебега в $\mathbb{R}$) чисел (9).

Теорема 2. *Нехай* $n \geq 4$ *і виконуються умови* (8), *а числа* (9) *є ірраціональними. Якщо* $F \in C^{(0,4)}(\bar{D})$ *і задовольняє умову* (12), *а* $f, \dfrac{\partial f}{\partial u} \in C^{(0,4)}(B)$ *і справджують умови* (15), *то для всіх* ε, $|\varepsilon| < \varepsilon_2$, *і для майже всіх (стосовно міри Лебега в* $\mathbb{R}$) *чисел* (9) *у класі* $S(r)$ *існує єдиний розв'язок задачі* (1), (2), *який неперервно залежить від* $F(t,x)$.

Д о в е д е н н я проводиться за схемою доведення теореми 1, при цьому враховується, що на підставі твердження 3 для майже всіх (стосовно міри Лебега в $\mathbb{R}$) чисел (9) справджуються нерівності

$$\| A_w[u] - u^0 \|_{C^n(\bar{D})} \le \rho + |\varepsilon| \Psi_2 \bar{f}_4 ,$$

$$\| A_w[u_2] - A_w[u_1] \|_{C^n(\bar{D})} \le |\varepsilon| \Psi_2 \Phi_4 \| u_2 - u_1 \|_{C^n(\bar{D})} . \qquad \Diamond$$

Теорема 3. *Нехай* $n \ge 3$ *і справджуються умови* (3). *Якщо* $F \in C^{(0,3)}(\bar{D})$, *а* $f \in C^{(0,3)}(B)$ *і справджує першу з умов* (15), *то для всіх* ε, $|\varepsilon| < \dfrac{r}{\Psi_1 \bar{f}_3}$, *існує розв'язок задачі* (1), (2) *з множини* $S(r)$.

Д о в е д е н н я. Згідно з принципом Шаудера [2, с. 608], достатньо показати, що оператор (20) є неперервним і відображає замкнену опуклу множину $S(r)$ у її компактну частину.

Неперервність оператора A_w, замкненість та опуклість множини $S(r)$ є очевидними.

З нерівності (21) та умови $|\varepsilon| < \dfrac{r}{\Psi_1 \bar{f}_3}$ отримуємо, що оператор (20) переводить множину $S(r)$ в себе.

Залишається довести компактність $A_w[u]$, тобто показати, що $A_w[u]$ – множина одностайно неперервних та рівномірно обмежених функцій.

Одностайна неперервність функцій $A_w[u]$ випливає з формул (17), (20) внаслідок неперервності функцій $G_k(t,\tau)$ і $\exp(ik(x-y))$ за t та x відповідно. Рівномірна обмеженість функцій $A_w[u]$ випливає з того, що для довільних $w(t,x)$ із $S(\rho)$, де $\rho = r - |\varepsilon| \Psi_1 \bar{f}_3$, $A_w[u] \in S(r)$.

Теорему доведено. ◊

Аналогічно доводиться наступне твердження.

Теорема 4. *Нехай виконуються умови* (8) *і числа* (9) *є ірраціональними. Нехай* $n \ge 4$, $F \in C^{(0,4)}(\bar{D})$ *і задовольняє умову* (12), *а* $f \in C^{(0,4)}(B)$ *і справджує першу з умов* (15). *Якщо* $|\varepsilon| < \dfrac{r}{\Psi_1 \bar{f}_3}$, *то для майже всіх* (*стосовно міри Лебега в* $\mathbb{R}$) *чисел* (9) *в класі функцій* $S(r)$ *існує розв'язок задачі* (1), (2).

Зауваження 2. Результати роботи переносяться на випадок нестрого гіперболічного рівняння вигляду (1), а також на випадок, коли в рівнянні (1) функції $b_j(t)$, $j = 1, \ldots, n$, є комплекснозначними.

Робота виконана за часткової підтримки Державного фонду фундаментальних досліджень Міністерства освіти і науки України (Проект «ДФФД–БРФФД–2005», № 10.01/053).

1. *Артемьев Н. А.* Периодические решения одного класса уравнений в частных производных // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1937. – № 1. – С. 15–50.
2. *Канторович Л. В., Акилов Г. П.* Функциональный анализ. – Москва: Наука, 1977. – 742 с.
3. *Полищук В. Н.* Периодическая краевая задача для гиперболических уравнений с переменными коэффициентами // Теорет. и прикл. вопросы алгебры и дифференц. уравнений. – Киев: Наук. думка, 1976. – С. 60–65.

4. *Поліщук В. М., Пташник Б. Й.* Задача з періодичними за часовою змінною умовами для слабко нелінійних гіперболічних рівнянь // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – **46**, № 3. – С. 7–14.
5. *Пташник Б. И.* Периодическая краевая задача для гиперболического оператора, распадающегося на линейные множители первого порядка // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1973. – № 11. – С. 985–989.
6. *Пташник Б. И.* Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – Киев: Наук. думка, 1984. – 264 с.
7. *Пташник Б. Й., Ільків В. С., Кміть І. Я., Поліщук В. М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. – Київ: Наук. думка, 2002. – 416 с.
8. *Соколов Г. Т.* О периодических решениях волнового уравнения. // Учен. зап. Ферган. гос. пед. ин-та. Сер. мат. – 1965. – Вып. 1. – С. 17–25.
9. *Соловьев П. В.* Некоторые замечания о периодических решениях нелинейных уравнений гиперболического типа // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1939. – № 2. – С. 149–164.
10. *Хинчин А. Я.* Цепные дроби. – Москва: Наука, 1978. – 112 с.
11. *Bambusi D., Paleari S.* Families of periodic orbits for some PDE's in higher dimensions // Comm. on Pure and Appl. Analysis. – 2002. – **1**. – P. 269–279.
12. *Bourgain J.* Periodic solutions of nonlinear wave equations // Harmonic analysis and partial differential equations. – Chicago: Univ. Press, 1999. – P. 69–97.
13. *Rabinovitz P.* Free vibrations for semilinear wave equation // Commun. Pure Appl. Math. – 1978. – **31**. – P. 31–68.
14. *Stedry M., Vejvoda O.* Periodic solutions to weakly non-linear autonomous wave equations // Czechosl. Math. J. – 1975. – **25**, No. 4. – P. 536–555.
15. *Vejvoda O.* Partial differential equations: time periodic solutions. – USA: Sijthoff, Noordhoff, 1981. – XIII+358 p.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СЛАБО НЕЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ В ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТИ ОПЕРАТОРА КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Установлены условия существования и единственности периодического по обоим переменным решения слабо нелинейного строго гиперболического за Петровским уравнения на плоскости, оператор линейной части которого разлагается на множители первого порядка с переменными по времени коэффициентами. Для разрешения проблемы малых знаменателей, возникающей при исследовании задачи, использован метрический подход.

PERIODIC BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR WEAKLY NONLINEAR HYPERBOLIC EQUATIONS WITH VARIABLE COEFFICIENTS IN LINEAR PART OF OPERATOR

The conditions of existence and uniqueness of the periodic (for both variables) solution to the weakly nonlinear strictly hyperbolic – by Petrovsky – equation on the plane are established. The linear part of operator decomposes into the first order factors with time varying coefficients. In order to solve the problem of small denominators, that appear at investigation, the metric method is used.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
30.12.04