УДК 539.3

В. Б. Говоруха

СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ В П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ МАТЕРІАЛІ З УРАХУВАННЯМ ПРИВЕРШИННОЇ АСИМПТОТИКИ НАПРУЖЕНЬ І ПЕРЕМІЩЕНЬ

Розглянуто напружений стан двох жорстко з'єднаних між собою п'єзоелектричних тіл, між якими розміщена електропроникна тріщина. Для моделювання електромеханічних полів навколо вершини тріщини використано поєднання асимптотичного та скінченно-елементного розв'язків. Знайдено коефіцієнти інтенсивності напружень і для окремого випадку тріщини, довжина якої мала порівняно з розміром тіла, проведено порівняльний аналіз з точним аналітичним розв'язком для нескінченної області.

Внаслідок внутрішнього ефекту взаємозв'язку, який має місце між електричним полем і механічними деформаціями, п'єзоелектричні матеріали широко використовуються у різних галузях машинобудування. Розв'язання задач про руйнування п'єзоелектричних матеріалів є важливим для практики, оскільки за своєю природою п'єзоматеріали дуже крихкі та схильні до появи в них різного роду дефектів, зокрема тріщин. У багатьох роботах для дослідження тріщин і визначення основних параметрів руйнування використовували аналітичні методи [2, 3, 7, 8]. Але значні математичні труднощі в отриманні аналітичних розв'язків, особливо для тіл скінченних розмірів, змусили широко використовувати чисельні методи, зокрема метод скінченних елементів. Слід відзначити, що точність методу скінченних елементів значною мірою залежить від способу врахування особливостей характеристик електромеханічних полів навколо вершини тріщини. У роботах [4, 6] для однорідного матеріалу запропоновано різні методики, які базуються на використанні звичайних або сингулярних елементів. Для композитних матеріалів з тріщинами, які розміщені на межі середовищ із різних матеріалів, має місце осциляційна особливість в околі вершин тріщини [10], і використання вищезгаданих методик стає неефективним за рахунок того, що збіжність скінченно-елементного розв'язку за наявності особливості цього типу є дуже повільною і не покращується зі зростанням степеня інтерполяції. У цій роботі запропоновано методику моделювання електромеханічних полів навколо вершини міжфазної тріщини, яка поєднує аналітичний і скінченно-елементний розв'язки. За допомогою цієї методики визначено основні параметри руйнування і виконано порівняльний аналіз з точним аналітичним розв'язком у випадку нескінченної області.

Постановка задачі. Вихідні співвідношення. У прямокутній системі координат розглянемо біматеріальне п'єзоелектричне тіло скінченних розмірів за осями x_1 і x_3. Це тіло може мати довільну форму, але для ілюстрації вважаємо його прямокутником, розміри якого вказано на рис. 1. На відрізку $(-\ell, \ell)$ лінії контакту матеріалів розміщена ненавантажена тріщина.

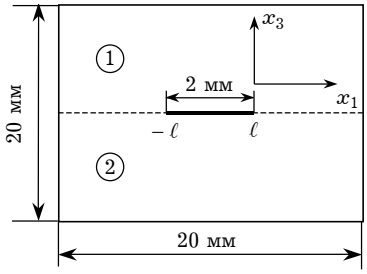

Рис. 1

Взаємозв'язок між основними електромеханічними характеристиками задається співвідношеннями [1]

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\gamma_{kl} - e_{kij}E_k,$$

$$D_i = e_{ikl}\gamma_{kl} + \varepsilon_{ik}E_k,$$

де σ_{ij}, γ_{ij} – напруження і деформації; D_i, E_i – електричне зміщення і напруженість електричного поля; c_{ijkl}, e_{ikl}, ε_{ij} – модулі пружності, п'єзоелектричні та діелектричні сталі відповідно.

Рівняння рівноваги та електростатики мають вигляд [1]

$$\sigma_{ij,i} = 0,$$
$$D_{i,i} = 0,$$

де комою позначено диференціювання за відповідною координатою. Деформації і напруженість електричного поля знаходимо за співвідношеннями

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}),$$
$$E_i = -\varphi_{,i},$$

де u_i, φ – переміщення та електричний потенціал.

На берегах тріщини задано такі граничні умови:

$$D_3^{(1)} = D_3^{(2)},\ \varphi^{(1)} = \varphi^{(2)},\ \sigma_{33}^{(1)} = \sigma_{33}^{(2)} = 0,\ \sigma_{13}^{(1)} = \sigma_{13}^{(2)} = 0,$$

де індекс «(1)» відповідає верхній частині тіла, а індекс «(2)» – нижній, а поза тріщиною – ідеальний електромеханічний контакт.

Асимптотична поведінка розв'язку навколо вершини тріщини. У цій роботі розглядаються найбільш поширені п'єзоелектричні матеріали, які мають клас симетрії $6mm$ і попередньо поляризовані в напрямку осі Ox_3. Беручи до уваги, що навантаження не залежить від координати x_2, отримуємо плоску деформацію в площині (x_1, x_3). У цьому випадку, як показано в роботі [8], загальний розв'язок задачі можна подати у вигляді

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}\mathbf{f}(z) + \overline{\mathbf{A}\mathbf{f}}(\bar{z}), \tag{1}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{B}\mathbf{f}'(z) + \overline{\mathbf{B}\mathbf{f}'}(\bar{z}), \tag{2}$$

де $\mathbf{U} = [u_1, u_3, \varphi]^\top$, $\mathbf{t} = [\sigma_{13}, \sigma_{33}, D_3]^\top$, $\mathbf{f}(z) = [f_1(z_1), f_2(z_2), f_3(z_3)]^\top$, $z_k = x_1 + p_k x_3$, $k = 1,2,3$. Тут індекс «$\top$» означає операцію транспонування; риска – комплексне спряження; $\mathbf{A}$ і $\mathbf{B}$ – матриці розміру 3×3, які визначаються характеристиками матеріалів; $\mathbf{f}(z)$ – вектор-функція, за допомогою якої задовольняємо граничні умови в околі вершини тріщини; p_k – комплексні числа, методика знаходження яких наведена в роботі [8].

З урахуванням степеневого характеру особливості навколо вершини тріщини асимптотичну поведінку загального розв'язку (1), (2) можна зобразити такими формулами:

$$U_i(x_1, x_3) = \sum_{k=1}^{3}\left[A_{ik} q_k z_k^{\lambda} + \bar{A}_{ik} v_k \bar{z}_k^{\lambda}\right], \tag{3}$$

$$t_i(x_1, x_3) = \sum_{k=1}^{3}\lambda\left[B_{ik} q_k z_k^{\lambda-1} + \bar{B}_{ik} v_k \bar{z}_k^{\lambda-1}\right], \tag{4}$$

де U_i, t_i, $i = 1,2,3$, – компоненти векторів $\mathbf{U}$ та $\mathbf{t}$; q_k і v_k – сталі, які слід визначити з заданих граничних умов. Допустимі значення степеня особливості λ належать до проміжку $0 < \mathrm{Re}(\lambda) < 1$.

Необхідні перетворення значно спрощуються, якщо ввести полярну систему координат (r, θ), як показано на рис. 2. Від прямокутних координат x_1, x_3 перейдемо до полярних координат r, θ за формулами

$$x_1 = r\cos\theta, \qquad x_3 = r\sin\theta,$$

при цьому комплексна змінна z_k визначається рівністю

$$z_k = r(\cos\theta + p_k \sin\theta).$$

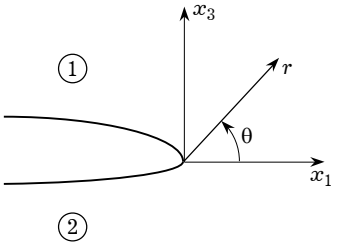

Рис. 2

Використовуючи співвідношення [9]

$$z_k = \begin{cases} r, & \theta = 0, \\ re^{\pm i\pi}, & \theta = \pm\pi, \end{cases}$$

рівняння (3), (4) запишемо у вигляді

$$\mathbf{U}(r,0) = r^{\lambda}\left[\mathbf{Aq} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{v}\right],$$

$$\mathbf{t}(r,0) = r^{\lambda-1}\lambda\left[\mathbf{Bq} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{v}\right],$$

$$\mathbf{U}(r,\pm\pi) = r^{\lambda}\left[e^{\pm i\pi\lambda}\mathbf{Aq} + e^{\mp i\pi\lambda}\bar{\mathbf{A}}\mathbf{v}\right],$$

$$\mathbf{t}(r,\pm\pi) = -r^{\lambda-1}\lambda\left[e^{\pm i\pi\lambda}\mathbf{Bq} + e^{\mp i\pi\lambda}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{v}\right],$$

де $\mathbf{q}$, $\mathbf{v}$ – матриці розміру 1×3 з елементами q_k і v_k, $k = 1,2,3$, відповідно.

Граничні умови на межі поділу матеріалів є такими:

$$\mathbf{U}^{(1)}(r,0) = \mathbf{U}^{(2)}(r,0),$$

$$\mathbf{t}^{(1)}(r,0) = \mathbf{t}^{(2)}(r,0), \qquad \mathbf{t}^{(1)}(r,\pi) = \mathbf{t}^{(2)}(r,-\pi), \tag{5}$$

$$\sigma_{13}^{(1)}(r,\pi) = 0, \qquad \sigma_{33}^{(1)}(r,\pi) = 0, \qquad \varphi^{(1)}(r,\pi) = \varphi^{(2)}(r,-\pi). \tag{6}$$

Вводячи нові матриці

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Bq}, \qquad \mathbf{V} = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{v}, \tag{7}$$

запишемо граничні умови (5), (6) через невідомі функції

$$\mathbf{Y}^{(1)}\mathbf{Q}^{(1)} - \bar{\mathbf{Y}}^{(1)}\mathbf{V}^{(1)} = \mathbf{Y}^{(2)}\mathbf{Q}^{(2)} - \bar{\mathbf{Y}}^{(2)}\mathbf{V}^{(2)}, \tag{8}$$

$$\mathbf{Q}^{(1)} + \mathbf{V}^{(1)} = \mathbf{Q}^{(2)} + \mathbf{V}^{(2)}, \tag{9}$$

$$e^{i\pi\lambda}\mathbf{Q}^{(1)} + e^{-i\pi\lambda}\mathbf{V}^{(1)} = e^{-i\pi\lambda}\mathbf{Q}^{(2)} + e^{i\pi\lambda}\mathbf{V}^{(2)}, \tag{10}$$

$$e^{i\pi\lambda}\mathbf{M}_1\mathbf{Q}^{(1)} + e^{-i\pi\lambda}\mathbf{N}_1\mathbf{V}^{(1)} = e^{-i\pi\lambda}\mathbf{M}_2\mathbf{Q}^{(2)} + e^{i\pi\lambda}\mathbf{N}_2\mathbf{V}^{(2)}, \tag{11}$$

де

$$\mathbf{M}_1 = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ Y_{31}^{(1)} & Y_{32}^{(1)} & Y_{33}^{(1)} \end{Vmatrix}, \qquad \mathbf{N}_1 = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\bar{Y}_{31}^{(1)} & -\bar{Y}_{32}^{(1)} & -\bar{Y}_{33}^{(1)} \end{Vmatrix},$$

$$\mathbf{M}_2 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ Y_{31}^{(2)} & Y_{32}^{(2)} & Y_{33}^{(2)} \end{Vmatrix}, \qquad \mathbf{N}_2 = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\bar{Y}_{31}^{(2)} & -\bar{Y}_{32}^{(2)} & -\bar{Y}_{33}^{(2)} \end{Vmatrix},$$

$$\mathbf{Y} = i\mathbf{A}(\mathbf{B})^{-1}.$$

Виключаючи з системи матричних рівнянь (8)–(11) послідовно $\mathbf{V}^{(1)}$, $\mathbf{Q}^{(2)}$, $\mathbf{V}^{(2)}$, отримуємо систему

$$\left[\mathbf{H} + e^{i2\pi\lambda}\bar{\mathbf{H}}\mathbf{W}\right]\mathbf{Q}^{(1)} = 0\,, \tag{12}$$

де

$$\mathbf{H} = \mathbf{Y}^{(1)} + \bar{\mathbf{Y}}^{(2)}, \qquad \mathbf{W} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2H_{32}/H_{33} & -1 \end{Vmatrix}.$$

Для існування нетривіального розв'язку системи (12) її визначник повинен дорівнювати нулеві. З цієї умови одержимо характеристичне рівняння для знаходження λ:

$$s(e^{i2\pi\lambda})^2 + pe^{i2\pi\lambda} + s = 0\,, \tag{13}$$

де

$$s = -H_{11}H_{22}H_{33} + 2H_{12}H_{13}H_{23} + H_{11}H_{23}^2 - H_{12}^2H_{33} - H_{13}^2H_{22}\,,$$

$$p = 2\left[-H_{11}H_{22}H_{33} + H_{11}H_{23}^2 - 2H_{12}H_{13}H_{23} + 2H_{13}^2H_{23}^2/H_{33} - \right.$$

$$\left. - H_{13}^2H_{22} + H_{12}^2H_{33}\right].$$

Рівняння (13) має два комплексно спряжені корені, які задаються формулою

$$\lambda = (0.5 + n) \pm i\varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{p}{2s} - \sqrt{\left(\frac{p}{2s}\right)^2 - 1}\right), \quad n = 0,1,2,\ldots.$$

Вектори $\mathbf{q}$ і $\mathbf{v}$, які відповідають кожному значенню λ, знаходимо за формулою (7).

Найменше значення λ (при $n = 0$) на проміжку $0 < \mathrm{Re}\,(\lambda) < 1$ характеризує степінь особливості навколо вершини тріщини. Отже, електромеханічне поле навколо вершини тріщини можна подати як

$$U_i(r,\theta) = 2\,\mathrm{Re}\left\{Cr^{\lambda}\Phi_i(\theta)\right\}, \tag{14}$$

$$t_i(r,\theta) = 2\,\mathrm{Re}\left\{Cr^{\lambda-1}\Psi_i(\theta)\right\}, \qquad i = 1,2,3\,, \tag{15}$$

де

$$\Phi_i(\theta) = \sum_{k=1}^{3}\left[A_{ik}q_k(\cos\theta + p_k\sin\theta)^{\lambda} + \bar{A}_{ik}v_k(\cos\theta + \bar{p}_k\sin\theta)^{\lambda}\right],$$

$$\Psi_i(\theta) = \sum_{k=1}^{3}\lambda\left[B_{ik}q_k(\cos\theta + p_k\sin\theta)^{\lambda-1} + \bar{B}_{ik}v_k(\cos\theta + \bar{p}_k\sin\theta)^{\lambda-1}\right],$$

C – невизначена комплексна стала.

Асимптотичний розв'язок (14), (15), який визначає поведінку поля лише навколо вершини тріщини, повинен стикуватись із скінченно-елементним розв'язком для всієї області, який будується з урахуванням усіх граничних умов як на тріщині, так і на границях області. З умов стикування асимптотичного та скінченно-елементного розв'язків і знаходимо константу C, детальна методика визначення якої описується на конкретному прикладі у наступному параграфі

Числові результати. Чисельну реалізацію наведеної методики проводили за допомогою методу скінченних елементів. Враховуючи симетрію задачі, для обчислень вибирали лише правосторонню частину п'єзоелектричного блока. Оскільки концентрація напружень і електричного потоку навколо вершини тріщини є найбільшою, скінченно-елементну сітку будували зі зміщенням до вершини тріщини. На рис. 3*а* показано сітку для всієї області, а на рис. 3*б* її фрагмент навколо вершини тріщини. При цьому використо-

вували звичайні 8-вузлові чотирикутні елементи. Довжина найменшого елемента становила $3 \cdot 10^{-8}$ довжини тріщини. Співвідношення між довжиною тріщини та розмірами всього тіла вибирали як 1 до 10. На верхній і нижній межі тіла вибирали рівномірно розподілене електромеханічне навантаження $\sigma_{33}^{(\mathrm{ext})} = 10\,\mathrm{МПа}$, $D_3^{(\mathrm{ext})} = 0.01\,\mathrm{Кл/м^2}$. За верхній і нижній матеріали вибирали відповідно п'єзокераміки PZT-4 [3] і PZT-5H [7].

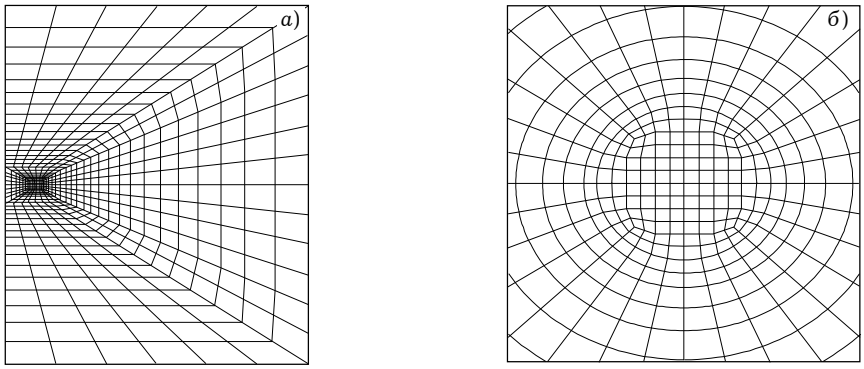

Рис. 3

Для оцінки точності отриманих результатів проведено порівняльний аналіз з точним аналітичним розв'язком для міжфазної тріщини між двома різними п'єзоелектричними півплощинами [5]. Цей розв'язок можна використовувати в розглядуваному випадку, оскільки довжина тріщини набагато менша від розмірів тіла.

Введемо комплексний коефіцієнт інтенсивності напружень [10]

$$K_1 + iK_2 = \sqrt{2\pi r}\, r^{-i\varepsilon} \left[\sigma_{33}(r,0) + i\sigma_{13}(r,0)\right]. \tag{16}$$

Враховуючи співвідношення (15), запишемо його у вигляді

$$K_1 + iK_2 = \sqrt{2\pi}\, C \left[\Psi_2(0) + i\Psi_1(0)\right]. \tag{17}$$

Як уже зазначалось, асимптотичний розв'язок навколо вершини тріщини повинен стикуватись із скінченно-елементним розв'язком для всієї області. Це поєднання здійснювали на відстані $r = r_0$ від вершини тріщини. Оскільки невідома стала C є комплексною ($C = \mathrm{Re}\, C + i\, \mathrm{Im}\, C$), то необхідно формулювати дві умови для визначення дійсних параметрів $\mathrm{Re}\, C$ та $\mathrm{Im}\, C$. Числовий аналіз показав, що найкращі результати відповідають випадку, коли вибирати умови на жорстко з'єднаній частині інтерфейсу в такому вигляді (електричне зміщення D_3 тоді пропорційне σ_{33}):

$$\sigma_{33}^{(\mathrm{asym})}(r_0,0) = \sigma_{33}^{(\mathrm{FEM})}(r_0,0),$$

$$\sigma_{13}^{(\mathrm{asym})}(r_0,0) = \sigma_{13}^{(\mathrm{FEM})}(r_0,0). \tag{18}$$

З умови (18) отримаємо такі вирази для знаходження сталої C:

$$\mathrm{Re}\, C = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{Im}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_2(0)\right]\sigma_{13}^{(\mathrm{FEM})}(r_0,0) - \mathrm{Im}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_1(0)\right]\sigma_{33}^{(\mathrm{FEM})}(r_0,0)}{\mathrm{Re}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_1(0)\right]\mathrm{Im}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_2(0)\right] - \mathrm{Im}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_1(0)\right]\mathrm{Re}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_2(0)\right]},$$

$$\mathrm{Im}\, C = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{Re}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_2(0)\right]\sigma_{13}^{(\mathrm{FEM})}(r_0,0) - \mathrm{Re}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_1(0)\right]\sigma_{33}^{(\mathrm{FEM})}(r_0,0)}{\mathrm{Re}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_1(0)\right]\mathrm{Im}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_2(0)\right] - \mathrm{Im}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_1(0)\right]\mathrm{Re}\left[r_0^{\lambda-1}\Psi_2(0)\right]}.$$

Таблиця 1

r_0/L	K_1, Мпа · м$^{1/2}$		K_2, МПа · м$^{1/2}$	
$0.1\cdot10^{-6}$	0.512257	(8.01%)	-0.0733603	(33.82%)
$0.2\cdot10^{-6}$	0.539698	(2.58%)	-0.0929913	(5.57%)
$0.3\cdot10^{-6}$	0.55371	(0.31%)	-0.0972333	(0.96%)
$0.4\cdot10^{-6}$	0.553427	(0.04%)	-0.0972030	(0.99%)
$0.11\cdot10^{-4}$	0.558741	(0.91%)	-0.0972420	(0.96%)
$0.38\cdot10^{-3}$	0.556832	(0.57%)	-0.0972831	(0.91%)
$0.14\cdot10^{-1}$	0.570252	(2.91%)	-0.0991591	(1.0%)
0.15	0.673473	(17.79%)	-0.110139	(10.87%)

Числові значення коефіцієнтів інтенсивності напружень K_1 та K_2, які обчислені за формулою (17) при різних значеннях r_0, наведено в табл. 1. У дужках подаються відносні похибки числових результатів і точного аналітичного розв'язку для міжфазної тріщини між двома п'єзоелектричними півплощинами. Як видно з таблиці, одержані результати суттєво залежать від вибору величини r_0. Зокрема, значення K_1 і K_2, які одержані при дуже малих (перші два рядки таблиці) або при дуже великих (два останніх рядки) величинах r_0/L, значно відрізняються від точного розв'язку. У той же час для $r_0/L \in [0.3\cdot10^{-6},\ 0.38\cdot10^{-3}]$ одержані результати практично збігаються із точним розв'язком, тому для подальшого практичного використання цієї методики рекомендується вибирати саме цей проміжок значень r_0.

На рис. 4, 5 зображено розподіли механічного напруження $\sigma_{33}(r,0)$ та електричного зміщення $D_3(r,\pi)$ уздовж інтерфейсу при $r_0/L = 0.4\cdot10^{-6}$.

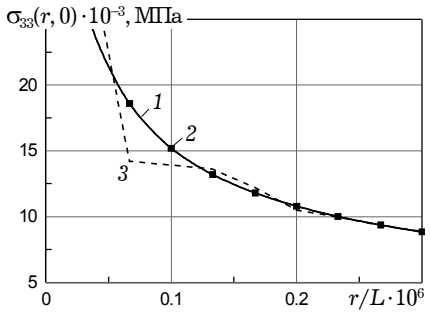

Рис. 4

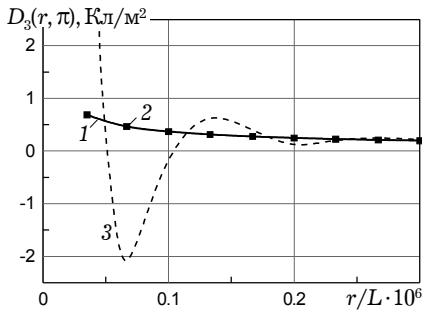

Рис. 5

Суцільна лінія відповідає точному розв'язку для тріщини на лінії поділу двох різнорідних п'єзоелектричних півплощин. Пунктирна лінія відповідає розв'язку, отриманому з використанням лише методу скінченних елементів, маркерами позначено результати, одержані за допомогою запропонованої методики

Порівняння скінченно-елементного розв'язку з результатами запропонованої методики і точним аналітичним розв'язком підтверджує факт, що скінченно-елементний розв'язок не може дати коректних результатів навколо вершини тріщини. Але результати, які отримані за допомогою розглянутої в роботі методики, майже збігаються з точним аналітичним розв'язком, що дає підставу зробити висновок про ефективність запропонованого методу.

Отже, у роботі запропоновано числово-аналітичний метод, який апробовано на прикладі, що допускає точний аналітичний розв'язок. Цей метод може бути застосований до біматеріальних тіл довільної форми з міжфазними тріщинами шляхом перебудови скінченно-елементної сітки лише в областях, віддалених від області тріщини

1. *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.* Электроупругость. – Киев: Наук. думка, 1989. – 279 с. – (Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. – Т. 5.)
2. *Партон В. З., Кудрявцев Б. А.* Механика разрушения при наличии электрических полей // Физ.-хим. механика материалов. – 1982. – № 5. – С. 3–14.
3. *Партон В. З., Кудрявцев Б. А.* Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. – Москва: Наука, 1988. – 472 с.
4. *Gruebner O., Kamlah M., Munz D.* Finite element analysis of cracks in piezoelectric materials taking into account the permittivity of the crack medium // Eng. Fract. Mech. – 2003. – **70**. – P. 1399-1413.
5. *Herrmann K. P., Loboda V. V.* Fracture-mechanical assessment of electrically permeable interface cracks in piezoelectric bimaterials by consideration of various contact zone models // Arch. Appl. Mech. – 2000. – **70**. – P. 127–143.
6. *Kuna M.* Finite element analyses of crack problems in piezoelectric structures // Commun. Mater. Sci. – 1998. – **13.** – P. 67–80.
7. *Pak Y. E.* Linear electro-elastic fracture mechanics of piezoelectric materials // Int. J. Frac. – 1992. – **54.** – P. 79–100.
8. *Suo Z., Kuo C. M., Barnet D. M., Willis J. R.* Fracture mechanics for piezoelectric ceramics // J. Mech. Phys. Solids. – 1992. **– 40.** – P. 739–765.
9. *Ting T. C. T.* Explicit solution and invariance of the singularities at an interface crack in anisotropic composites // Int. J. Solids Struct. – 1986. – **22**. – P. 965–983.
10. *Williams M. L.* Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1952. – **19**, No. 4. – P. 526–535.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕЖФАЗНОЙ ТРЕЩИНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ МАТЕРИАЛЕ С УЧЕТОМ ПРИВЕРШИННОЙ АСИМПТОТИКИ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Рассмотрено напряженное состояние двух жестко соединенных между собой пьезоэлектрических тел, на границе раздела которых находится электропроводящая трещина. Для моделирования электромеханических полей в окрестности вершины трещины используется комбинирование асимптотического и конечно-элементного решений. Найдены коэффициенты интенсивности напряжений и для частного случая трещины, длина которой мала по сравнению с размерами тела, проведен сравнительный анализ с точным аналитическим решением для бесконечной области.

FINITE ELEMENT INVESTIGATION OF INTERFACE CRACK IN PIEZOELECTRIC MATERIAL WITH REGARD FOR NEAR-TIP ASYMPTOTICS OF STRESSES AND DISPLACEMENTS

An electrically permeable interface crack in piezoelectric biomaterial is studied. An asymptotic solution in connection with the finite element method is derived. For electromechanical loads, the complex stress intensity factor for an interface crack is obtained. For a particular case the numerical results are compared with the exact analytical solutions, obtained for a piezoelectric biomaterial plane with an interface crack.

Дніпропетр. нац. ун-т, Дніпропетровськ

Одержано
25.08.04