

ВИБІР ОПТИМАЛЬНИХ РЕЖИМІВ ФУНКЦІОНУВАННЯ СКЛАДНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Запропоновано методику вибору оптимальних режимів функціонування складних динамічних систем на основі різностороннього багатокритеріального та багаторівневого аналізу поведінки їх основних характеристик. Як приклад застосування використовуються задачі з галузі реабілітаційної практики інвалідів.

Вступ. Дослідження законів функціонування складних динамічних систем різного типу (технічних, біологічних, економічних, соціальних) давно привертає увагу дослідників [1, 5, 6, 8]. Серед важливих проблем, які виникають при цьому, можна назвати оцінку якості функціонування складних динамічних систем, вибір з певного класу еквівалентних систем оптимально функціонуючої системи, визначення оптимальних режимів функціонування таких систем.

У цій роботі запропоновано методику розв'язання останньої задачі. Вона базується на оцінці функціонування як окремих характеристик, так і системи в цілому на заданому наборі режимів. Очевидно, що така оцінка повинна бути різносторонньою у сенсі розгляду якомога більшого числа характеристик системи та багатокритеріальною. У той же час неавтоматизоване її отримання для складних динамічних систем є неможливим у практично допустимі проміжки часу через великі обсяги оброблюваної інформації. Для оперативного аналізу отриманих результатів оцінка повинна бути багаторівневою у розумінні формування висновків різного ступеня загальності: від локальних, які визначають поведінку окремих характеристик системи, до остаточних, які визначають якість її функціонування в цілому в кожному з заданої сукупності режимів з метою визначення оптимального.

1. Постановка задачі. Розглянемо клас G_N еквівалентних динамічних систем, який включає N елементів. Нехай закон функціонування кожної системи класу описується набором характеристик $A(t) = \{A_j(t)\}_{j=1}^m$, $t \in [0, T]$, де T – час, протягом якого проводились тестові дослідження. Будемо вважати, що кожна характеристика $A_j(t) = \{A_j^i(t)\}_{i=1}^n$, $j = 1, 2, \dots, m$, є скалярним вектором або вектор-функцією, яка описує окремі аспекти функціонування досліджуваної системи. Припустимо, що ця система може функціонувати в ℓ режимах R_k , $k = 1, 2, \dots, \ell$. Характеристики законів функціонування системи можна отримувати як за експериментальними дослідженнями, так і за допомогою математичного моделювання динаміки її руху.

Нехай для оцінки якості функціонування досліджуваної системи використовуємо s критеріїв K_p , $p = 1, 2, \dots, s$. Надалі межі зміни індексів і значення t , якщо у цьому не буде виникати особливої потреби, будемо опускати. Позначимо через $\Omega_j^{kp}(t)$ область еталонних значень компоненти $A_j^i(t)$ при функціонуванні системи в k -му режимі за p -м критерієм оцінки.

Одним із прикладів класу складних динамічних систем може служити група інвалідів з аналогічним рівнем ампутації нижньої кінцівки та однаковим або різними типами застосованих протезів. Моделюючи опорно-руховий апарат людини багатоланковою системою твердих тіл, його рух можна описати ритмічними кінематичними, динамічними, енергетичними та рядом інших характеристик [8]. Кожна з цих характеристик є багатовимірним

скалярним вектором або вектор-функцією, компоненти яких описують тривалості фаз або особливості поведінки окремих суглобів тіла людини та шарнірів застосованого протезу в процесі руху. До основних режимів при дослідженні, наприклад, ходи, можна віднести рух у повільному, нормальному та швидкому темпах. Серед критеріїв оцінки можна назвати відхилення від відомої усередненої норми, рівень асиметрії ходи, відхилення від найкращого біжучого результату реабілітації і т.п [8]. За області еталонних значень компонент характеристик використовують області їх зміни при ході людини в нормі, 2-3%-й рівень асиметрії ходи, відомі результати найкращих досягнутих результатів реабілітації і т.д. Вибір оптимального режиму функціонування у такому випадку означає визначення найбільш сприятливого для інваліда темпу ходи.

Сформулюємо задачу визначення оптимального режиму функціонування заданої системи класу G_N :

на основі чисельного аналізу характеристик функціонування системи $\{A_j(t)\}_{j=1}^m$ сформулювати послідовність якісних локальних оцінок поведінки компонент цих характеристик $\{A_j^i(t)\}_{j=1, i=1}^{m, n}$, за сукупністю критеріїв K_p , $p = 1, \dots, s$, при заданому наборі режимів функціонування R_k , $k = 1, \dots, \ell$. На підставі отриманої сукупності локальних оцінок побудувати послідовність зважених усереднених оцінок різного степеня загальності, які давали б можливість визначити оптимальний режим функціонування досліджуваної системи в цілому.

2. Оцінка якості функціонування динамічної системи в заданому режимі. Нехай здійснюється оцінка досліджуваної системи за p -м критерієм при її функціонуванні в k -му режимі. Для розв'язання сформульованої задачі введемо допоміжну функцію $\alpha_j^i(t)$ таку, що

$$\alpha_j^i(t) = \begin{cases} 0, & A_j^i(t) \in \Omega_{ji}^{kp}(t), \\ A_j^i(t) - \max \Omega_{ji}^{kp}(t), & A_j^i(t) > \Omega_{ji}^{kp}(t), \\ A_j^i(t) - \min \Omega_{ji}^{kp}(t), & A_j^i(t) < \Omega_{ji}^{kp}(t). \end{cases}$$

Введемо числові параметри локальної оцінки i -ї компоненти j -ї характеристики системи за p -м критерієм у k -му режимі функціонування такими співвідношеннями:

$$c(A_j^i, K_p, R_k) = \|\alpha_j^i\|_{C[0, T]}, \quad \ell(A_j^i, K_p, R_k) = \|\alpha_j^i\|_{L_2[0, T]}.$$

Зазначимо, що c -параметри оцінки дозволяють відслідкувати окремі піки чи збурення у поведінці заданої компоненти характеристики, а ℓ -параметри – визначити усереднене значення її виходу за межі еталонної області $\Omega_{ji}^{kp}(t)$.

Очевидно, що безпосередній аналіз усієї сукупності числових параметрів локальної оцінки, а тим більше аналіз поведінки функціональних залежностей $A_j^i(t)$, наприклад, у вигляді графіків, з метою отримання узагальнених оцінок функціонування досліджуваної динамічної системи є складною проблемою, оскільки їх кількість $S = 2mnl s$ є достатньо великою. Дійсно, навіть при розгляді ходи людини в сагітальній площині при моделюванні опорно-рухового апарату системою 9-ти твердих тіл [7] (при $m = 3$, $n = 6$, $\ell = 3$, $s = 5$), отримуємо $S = 540$.

Нехай для характеристик $\{A_j^i(t)\}_{j=1}^m$ систем класу G_N визначено величини

$$c_{\min}(A_j^i, K_p, R_k) = \min_{G_N} c(A_j^i, K_p, R_k), \quad c_{\max}(A_j^i, K_p, R_k) = \max_{G_N} c(A_j^i, K_p, R_k),$$

$$\ell_{\min}(A_j^i, K_p, R_k) = \min_{G_N} \ell(A_j^i, K_p, R_k), \quad \ell_{\max}(A_j^i, K_p, R_k) = \max_{G_N} \ell(A_j^i, K_p, R_k).$$

Введемо для кожної функції $A_j^i(t)$ досліджуваної динамічної системи цілочислові масиви локальних якісних оцінок:

а) $C_{ji}^{kp} = 1$, якщо

$$c(A_j^i, K_p, R_k) < c_{\min}(A_j^i, K_p, R_k) + \frac{1}{4} [c_{\max}(A_j^i, K_p, R_k) - c_{\min}(A_j^i, K_p, R_k)].$$

При цьому оцінку будемо вважати *незадовільною*.

б) $C_{ji}^{kp} = 2$, якщо

$$c(A_j^i, K_p, R_k) \in \left[c_{\min}(A_j^i, K_p, R_k) + \frac{1}{4} [c_{\max}(A_j^i, K_p, R_k) - c_{\min}(A_j^i, K_p, R_k)], \right. \\ \left. c_{\max}(A_j^i, K_p, R_k) - \frac{1}{4} [c_{\max}(A_j^i, K_p, R_k) - c_{\min}(A_j^i, K_p, R_k)] \right].$$

При цьому оцінку будемо вважати *задовільною*.

в) $C_{ji}^{kp} = 3$, якщо

$$c(A_j^i, K_p, R_k) > c_{\max}(A_j^i, K_p, R_k) - \frac{1}{4} [c_{\max}(A_j^i, K_p, R_k) - c_{\min}(A_j^i, K_p, R_k)].$$

При цьому оцінку будемо вважати *доброю*.

Аналогічно вводимо масиви L_{ji}^{kp} для ℓ -параметрів оцінки.

Побудуємо на основі сукупності локальних якісних оцінок послідовність зважених усереднених оцінок різного ступеня загальності, яка дозволяє проаналізувати поведінку окремих характеристик чи системи в цілому за відповідним параметром і критерієм при функціонуванні у заданому режимі:

1°) для окремого типу оціночного параметра за *сукупністю компонент кожної характеристики* для кожного критерію оцінки:

$$V_{j,C}^{k,p} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \rho_{A_j^i}} \cdot \sum_{i=1}^n \rho_{A_j^i} C_{ji}^{kp}, \quad V_{j,L}^{k,p} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \rho_{A_j^i}} \cdot \sum_{i=1}^n \rho_{A_j^i} L_{ji}^{kp},$$

де $\{\rho_{A_j^i}\}_{i=1}^n$ – вагові коефіцієнти, які визначають значимість компонент характеристики системи. Тут і надалі оцінка за значеннями $V_{j,C}^{k,p}$ ($V_{j,L}^{k,p}$) проводиться аналогічно до оцінки за значеннями C_{ji}^{kp} (L_{ji}^{kp});

2°) для окремого критерію оцінки за *сукупністю оціночних параметрів*

$$V_j^{k,p} = \frac{1}{\rho_C + \rho_L} (\rho_C V_{j,C}^{k,p} + \rho_L V_{j,L}^{k,p}),$$

де ρ_C , ρ_L – вагові коефіцієнти, які визначають значимість параметрів оцінки;

3°) для заданого режиму функціонування за *сукупністю критеріїв оцінки*

$$V_j^k = \frac{1}{\sum_{p=1}^s \rho_{K_p}} \cdot \sum_{p=1}^s \rho_{K_p} V_j^{k,p},$$

де $\{\rho_{K_p}\}_{p=1}^s$ – вагові коефіцієнти, які визначають значимість критеріїв оцінки.

Детальний аналіз поведінки заданої характеристики можна проводити, користуючись табл. 1, де наведено локально-узагальнена оцінка характеристики для заданого режиму функціонування за сукупністю параметрів і критеріїв. Елементом таблиці, які стоять на перетині рядків A_j^i і стовпців C (L) відповідають значення C_{ji}^{kp} (L_{ji}^{kp}), решті – оцінки 1°–3° ступенів загальності.

Таблиця 1

R_k	K_1		...	K_2		...	K_s	
	C	L	...	C	L	...	C	L
A_j^1	■	■	...	■	■	...	■	■
...
A_j^i	■	■	...	■	■	...	■	■
...
A_j^n	■	■	...	■	■	...	■	■
$V_{j,C(L)}^{k,p}$	■	■	...	■	■	...	■	■
$V_j^{k,p}$	■		...	■		...	■	
V_j^k	■							

■	– добре	■	– задовільно	■	– незадовільно
---	---------	---	--------------	---	----------------

4°) Узагальнену оцінку функціонування системи в заданому режимі за сукупністю характеристик означимо як

$$V^k = \frac{1}{\sum_{j=1}^m \rho_{A_j}} \cdot \sum_{j=1}^m \rho_{A_j} V_j^k,$$

де $\{\rho_{A_j}\}_{j=1}^m$ – вагові коефіцієнти, які визначають значимість характеристик системи. Результати цієї оцінки наведено у вигляді табл. 2.

Таблиця 2

	R_1	...	R_k	...	R_l
A_1	■	...	■	...	■
...
A_j	■	...	■	...	■
...
A_m	■	...	■	...	■
V^k	■	...	■	...	■

Елементом таблиці, які стоять на перетині рядків A_j та стовпців R_k , відповідають значення V_j^k , решті – оцінки 4° ступеня загальності.

Основна перевага пропонованого способу зображення отриманих результатів полягає у можливості оперативного відслідковування незадовільно функціонуючих елементів системи з метою виявлення причин збоїв.

3. Вибір оптимального режиму функціонування динамічної системи.

Нехай для досліджуваної системи в результаті оцінки її функціонування отримано набір K , $1 < K \leq \ell$, режимів з найвищою оцінкою якості. Постає задача вибору одного з них. Можна обирати різні шляхи її розв'язання: звузити набір критеріїв чи параметрів, залишивши лише найважливіші (з найбільшими значеннями вагових коефіцієнтів); розширити набір критеріїв чи параметрів, що, як правило, вимагає проведення додаткових експериментальних досліджень чи додаткового математичного моделювання; провести додаткові, наприклад, більш тривалі експериментальні дослідження і відповідно повторне математичне моделювання і т. п. Природно, що це затримає процес отримання очікуваного результату.

Розглянемо процедуру вибору оптимального режиму у випадку, коли $K > 1$. Введемо величини

$$g_{j,C}^{i,k} = \frac{1}{\sum_{p=1}^{s-1} \rho_{K_p}} \cdot \sum_{p=1}^{s-1} \rho_{K_p} \left| C_{ji}^{kp} - C_{ji}^{k,p+1} \right|,$$

$$g_{j,L}^{i,k} = \frac{1}{\sum_{p=1}^{s-1} \rho_{K_p}} \cdot \sum_{p=1}^{s-1} \rho_{K_p} \left| L_{ji}^{kp} - L_{ji}^{k,p+1} \right|,$$

які визначають рівень стабільності функціонування компонент характеристик системи за *окремими параметрами оцінки* в k -му режимі; величини

$$g_j^{i,k} = \frac{1}{\rho_C + \rho_L} \cdot (\rho_C g_{j,C}^{i,k} + \rho_L g_{j,L}^{i,k}),$$

які визначають рівень стабільності функціонування компонент характеристик системи за *сукупністю параметрів оцінки* в k -му режимі; величини

$$g_j^k = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \rho_{A_j^i}} \cdot \sum_{i=1}^n \rho_{A_j^i} g_j^{i,k},$$

які визначають рівень стабільності функціонування *характеристик системи* в k -му режимі і величини

$$g^k = \frac{1}{\sum_{j=1}^m \rho_{A_j}} \sum_{j=1}^m \rho_{A_j} g_j^k,$$

які визначають рівень стабільності функціонування *системи* в k -му режимі, $k = 1, 2, \dots, \ell$.

Будемо вважати режими, за яких досягається мінімального значення g^k , $k = 1, 2, \dots, \ell$, оптимальними режимами функціонування досліджуваної динамічної системи.

Пропонований спосіб означає вибір оптимального режиму з мінімальним коливанням оцінок при переході від критерію до критерію, від параметра до параметра, від характеристики одного типу до характеристики іншого типу тощо, тобто оптимальним вважаємо найстабільніший режим функціонування досліджуваної динамічної системи. Зазначимо, що рівень стабільності функціонування також доцільно використовувати як критерій оцінки якості динамічної системи.

Висновки. Запропоновано методика вибору оптимальних режимів функціонування складних динамічних систем на основі різнобічного багатокритеріального та багаторівневого аналізів поведінки основних характеристик. Елементи запропонованої методики можна використовувати для оцінки якості функціонування динамічних систем [2] різного типу та призначення довільного рівня складності (оцінки якості протезування інвалідів [7], ефективності застосованих реабілітаційних технологій для відновлення функціональних можливостей опорно-рухового апарату людини [3] і т.д.), вибору оптимально функціонуючої системи з заданого класу еквівалентних систем (найсприятливішої для інваліда конструкції протеза) [4], визначення рівня їхньої стабільності, послідовної модернізації досліджуваних систем шляхом удосконалення визначених під час оцінки незадовільно функціонуючих елементів тощо.

1. Булитко В. К. Моделирование процессов функционирования производственных и экономико-экологических систем. – Киев: Наук. думка, 1986. – 184 с.
2. Полищук А. Д. Оптимизация оценки качества функционирования сложных динамических систем // Проблемы управления и информатики. – 2004. – № 4. – С. 39–44.
3. Полищук О. Д. Оптимізація оцінки функціонування опорно-рухового апарату людини // Комп'ютерна математика. Оптимізація обчислень. – Київ, 2001. – Т. 2. – С. 360–367.
4. Полищук О. Д. Про вибір оптимальної динамічної системи з даного класу еквівалентних систем // Вибір і обробка інформації. – 2004. – Вип. 20 (96). – С. 23–28.
5. Тацук Ш. Стратегия – технополисы. – Москва: Прогресс, 1989. – 344 с.
6. Эйрис Р., Миллер С. Перспективы развития робототехники. – Москва: Мир, 1986. – 328 с.
7. Polishchuk A. D. About estimation of the prosthesis quality of the lower limbs of the invalids // 7-а Міжнар. конф. з автомат. управління (Автоматика-2000), Львів, 11–15 вер. 2000: Зб. праць. – Львів: Львів. нац. ун-т, 2000. – Т. 1. – С. 194–200.
8. Winter D. A. The biomechanics and motor control of human gait: normal, elderly and pathological. – Univ. of Waterloo Press, Canada, 1991.

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Предложена методика выбора оптимальных режимов функционирования сложных динамических систем на основе разностороннего, многокритериального и многоуровневого анализа поведения их основных характеристик. В качестве примера применения используются задачи из области реабилитационной практики инвалидов.

CHOICE OF OPTIMAL REGIMES FOR FUNCTIONING OF COMPLEX DYNAMIC SYSTEMS

The methods for choice of optimal regimes for functioning of complex dynamic systems on the base of scalene, multilevel and multicriterion analysis of its main characteristics behavior are proposed. The problems of rehabilitation practice for invalids are used as an example.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
17.02.04