

ТРИЩИНА, ЩО ВИХОДИТЬ НА ЛІНІЮ З'ЄДНАННЯ ДВОХ РІЗНИХ АНІЗОТРОПНИХ ПІВПЛОЩИН

Розв'язано задачу для неоднорідної площини, складеної з двох з'єднаних анізотропних півплощин, в одній із яких розміщена тріщина, що виходить вершиною на лінію з'єднання. Задачу зведено до системи сингулярних інтегральних рівнянь, яка розв'язана чисельно запропонованим узагальненим методом граничних елементів. Досліджено залежність показника особливості у вершині тріщини, що знаходиться на лінії з'єднання, і коефіцієнта інтенсивності напружень в іншій вершині від розташування тріщини та властивостей матеріалів. Для тріщини, що лежить на лінії з'єднання, одержано розв'язок у явному вигляді.

У роботі [2] запропоновано методику розв'язування задач про довільно орієнтовані тонкі дефекти (типу тріщин або включень) в неоднорідній анізотропній площині, яка дозволяє за допомогою побудованої фундаментальної матриці зосереджених стрибків зводити такі задачі до сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) та їх систем, що зв'язують стрибки та суми компонент вектора переміщень і тензора напружень на довільному контурі зосередження дефектів загального типу. У роботі [3] ця методика проілюстрована на задачах про внутрішні тріщини в кусочно-однорідній анізотропній площині.

Пропонована робота присвячена дослідженню особливостей поля напружень біля тріщини, що виходить на лінію з'єднання двох різних анізотропних півплощин. У цьому випадку системи СІР, крім рухомої особливості, мають також і нерухому, яка змінює поведінку розв'язків у точці виходу, тому методика розв'язування таких систем потребує вдосконалення.

1. Постановка задачі. Нехай тріщина розміщена в неоднорідній площині, складеній з двох різних анізотропних півплощин, з'єднаних уздовж осі Oy . Тріщина знаходиться на прямій, що проходить через початок координат під довільним кутом φ , $0 \leq \varphi < \pi/2$, до осі Ox , та однією з вершин виходить на лінію з'єднання півплощин (рис. 1). Знаючи розподіл нормальних і дотичних напружень на тріщині $\sigma_n|_{L^\pm} = p_1(t)$, $\tau_s|_{L^\pm} = p_2(t)$, $t \in [0, d]$, треба визначити похідні від стрибків переміщень на тріщині $\langle u'_n|_L \rangle = h_1(t)$, $\langle u'_s|_L \rangle = h_2(t)$.

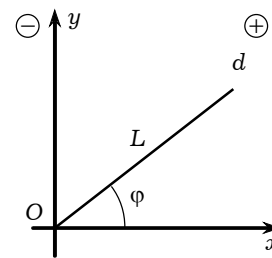


Рис. 1

Скориставшись інтегральними сингулярними співвідношеннями [2], що зв'язують стрибки та суми компонент вектора переміщень і тензора напружень на лінії тріщини, одержимо відносно невідомих функцій таку систему сингулярних інтегральних рівнянь:

$$\frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^2 \left\{ B_{kj}^+ \Gamma[h_j] + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 T_{kjm n}^+ \Gamma_{mn}^{++}[h_j] \right\} = -f_k(t), \quad k = 1, 2, \quad (1)$$

$$\Gamma[h_j] = \int_0^1 \frac{h_j(\tau) d\tau}{\tau - t}, \quad \Gamma_{mn}^{++}[h_j] = \int_0^1 \frac{h_j(\tau) d\tau}{t - \tau \cdot e_{mn}^{++}},$$

$$e_{mn}^{++} = \frac{\beta_m^\pm}{\beta_n^+}, \quad \beta_m^\pm = z_m^\pm \cos \varphi + \sin \varphi, \quad f_k(t) = p_k(d \cdot t), \quad t \in (0, 1),$$

де $z_m^\pm = \delta_m^\pm + i \gamma_m^\pm$ – корені характеристичних рівнянь [6] відповідно для правої і лівої півплощин. Явні вирази для сталих B_{kj}^+ , T_{kijmn}^+ , які залежать від пружних властивостей анізотропних півплощин і кута φ , наведено в [2]. Формулювання задачі завершують умови рівності нулевій стрибків на кінцях тріщини:

$$\int_0^1 h_k(t) dt = 0, \quad k = 1, 2. \quad (2)$$

2. Точний розв'язок задачі про міжфазну тріщину. Розглянемо задачу, коли тріщина розміщена на лінії з'єднання двох різних анізотропних півплощин і займає відрізок $(-a, a)$ на осі Oy .

Сингулярні інтегральні рівняння в цьому випадку можна одержати, скориставшись сингулярними співвідношеннями із [5] або виконавши граничний перехід $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$ у системі (1):

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{h}(y) + \mathbf{C} \cdot \Gamma_a[\mathbf{h}] = \mathbf{p}(y), \quad (3)$$

де

$$\mathbf{h}(t) = \begin{pmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}(t) = \Delta \cdot \begin{pmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} r_4^- & 0 \\ 0 & -r_4^- \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -r_1^+ & r_2^+ \\ r_3^+ & -r_1^+ \end{pmatrix},$$

$$\Gamma_a[f] = \int_{-a}^a \frac{f(\tau) d\tau}{\tau - t}, \quad \Delta = 2\ell = r_2^+ \cdot r_3^+ - (r_1^+)^2 - (r_4^-)^2 \neq 0,$$

$$r_k^\pm = A_k^- \pm A_k^+, \quad A_1^\pm = a_{22}^\pm (\delta_1^\pm \gamma_2^\pm + \delta_2^\pm \gamma_1^\pm), \quad A_2^\pm = a_{22}^\pm (\gamma_1^\pm + \gamma_2^\pm),$$

$$A_3^\pm = a_{22}^\pm (\gamma_1^\pm |z_2^\pm| + \gamma_2^\pm |z_1^\pm|), \quad A_4^\pm = a_{22}^\pm (\gamma_1^\pm \gamma_2^\pm - \delta_1^\pm \delta_2^\pm) + a_{12}^\pm,$$

a_{ij}^\pm – коефіцієнти закону Гука [6] для правої та лівої півплощини відповідно.

Систему (3) доповнюємо умовою (2) на інтервалі $[-a, a]$, завершуючи постановку задачі. За таких умов розв'язок задачі можна одержати в квадратах.

Будемо вважати, що матриці \mathbf{B} і \mathbf{C} одночасно не є виродженими, інакше система допускає пониження порядку. Припустимо, що матриця \mathbf{C} невироджена. Тоді, помноживши систему (3) зліва на \mathbf{C}^{-1} , отримаємо

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{h}(y) + \Gamma_a[\mathbf{h}] = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{p}(y), \quad \mathbf{M} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{B}. \quad (4)$$

Матрицю \mathbf{M} подамо у нормальній формі: $\mathbf{M} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}^{-1}$, де \mathbf{S} – матриця перетворення, а \mathbf{J} – нижня жорданова форма матриці \mathbf{M} . Помноживши систему (4) зліва на \mathbf{S}^{-1} , отримаємо

$$\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\tau}(y) + \Gamma_a[\boldsymbol{\tau}] = g(y), \quad (5)$$

де

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{h}(t), \quad g(t) = \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{p}(t).$$

Оскільки характеристичні числа матриці \mathbf{M} прості та дорівнюють $\lambda_k = (-1)^{k+1} i \alpha_0$, де $\alpha_0 = |r_4^-| (\Delta + (r_4^-)^2)^{-1/2}$, $k = 1, 2$, то система (5) розпадається на два окремі рівняння. Для операторів, які стоять у лівій частині рівнянь системи (5), відомий резольвентний оператор, що дозволяє отрима-

ти розв'язок цієї системи. Повертаючись до початкових невідомих функцій, запишемо розв'язок задачі у такому вигляді:

$$\mathbf{h}(y) = \alpha_0 \mathbf{M}_1 \mathbf{p}(t) + (a^2 - y^2)^{-1/2} \left\{ \cos \left(\alpha_1 \ln \frac{a-y}{a+y} \right) (\mathbf{M}_2 \Gamma_c[\mathbf{p}] - \mathbf{M}_1 \Gamma_s[\mathbf{p}]) + \right. \\ \left. + \sin \left(\alpha_1 \ln \frac{a-y}{a+y} \right) (\mathbf{M}_2 \Gamma_s[\mathbf{p}] + \mathbf{M}_1 \Gamma_c[\mathbf{p}]) \right\},$$

$$\Gamma_{s,c}[f] = \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \left(\frac{\sin}{\cos} \right) \left(\alpha_1 \ln \frac{a-t}{a+t} \right) (a^2 - t^2)^{1/2} f(t) \frac{dt}{t-y},$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1-\alpha_0}{1+\alpha_0}, \quad \mathbf{M}_2 = \frac{2}{\ell} \begin{vmatrix} r_1^+ & r_2^+ \\ r_3^+ & r_1^+ \end{vmatrix}, \quad \mathbf{M}_1 = \frac{2(\Delta + (r_4^-)^2)}{\ell \alpha_0^{-1} r_4^-} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Отже, розв'язок системи (3) має кореневу особливість, посилену (коли $\alpha_0 \neq 0$) осциляцією, яка зникає, якщо площина стає однорідною. При цьому слід зазначити, що стрибок самих переміщень зберігає невід'ємний знак.

3. Розв'язність і асимптотичні зображення розв'язків системи (1). Інтегральні оператори, що входять до системи (1), окрім рухомої особливості $\tau = t$, мають також і нерухому особливість $\tau = t = 0$, що приводить до необхідності дослідження розв'язності системи та визначення характеру поведінки її розв'язків в околі нуля. Поведінка розв'язків в околі одиниці залишається відомою: $h_j(\tau) = O((1-\tau)^{-1/2})$, $\tau \rightarrow 1-0$. З'ясуємо поведінку розв'язків у нулі. На підставі фізичних міркувань, властивостей інтегральних операторів системи та додаткових умов (2) розв'язки системи (1) будемо шукати в класі $L_p^2(\ell, \rho(t)) \cap H_\mu^{\alpha, 1/2}(\ell)$, де $L_p^2(\ell, \rho(t))$ – банахів простір інтегрованих нормованих функцій ($1 < p < \infty$, $\rho(t) = t^\gamma (1-t)^\delta$, $p-1 < \gamma < -1 + p \operatorname{Re} \alpha$, $p-1 < \gamma < -1 + p/2$, $\operatorname{Re} \alpha \in [0, 1)$, $\ell = (0, 1)$); $H_\mu^{\gamma, \beta}(\ell)$ – клас функцій $f(t)$, $t \in \ell$, що допускають зображення $f(t) = t^\gamma (1-t)^\beta f_*(t)$, $0 \leq \operatorname{Re} \gamma, \operatorname{Re} \beta < 1$; $H_\mu(\ell)$ – клас гельдерових функцій $f_*(t)$. Припустимо, що розв'язки в околі нуля мають степеневу-логарифмічну особливість $h_j(\tau) = O(\tau^{-\alpha} M_{nj}(\ln \tau))$, коли $\tau \rightarrow 0+0$, де $M_{nj}(x)$ – деякий многочлен степеня n і $\operatorname{Re} \alpha \in [0, 1)$. З'ясуємо умови для визначення α та n .

Встановлено [4], що сингулярні інтегральні оператори, які входять до системи (1), мають такі асимптотичні зображення в околі нуля:

$$B_{kj}^+ \Gamma(h_j) + \operatorname{Im} \sum_{m,n=1}^2 T_{kjmn}^+ \Gamma_{mn}^{++}(h_j) = \\ = t^{-\alpha} h_{*j}(0) \sum_{l=0}^n \frac{(-1)^{l+1}}{l!} M_{nj}^{(l)}(\ln t) \cdot G_{kj}^{(l)}(\alpha) + \Omega_{kj}(t), \quad (6)$$

$$\sin(\pi\alpha) G_{kj}(\alpha) = B_{kj}^+ \cos(\pi\alpha) - \operatorname{Im} \sum_{m,n=1}^2 T_{kjmn}^+ (-e_{mn}^{++})^{\alpha-1},$$

де $M_{nj}^{(l)}(x) = \frac{d^l}{dx^l} [M_{nj}(x)]$. При цьому $\Omega_{kj}(t)$ в околі нуля має таку оцінку:

$$|\Omega_{kj}(t)| < C t^{-\operatorname{Re} \alpha + \varepsilon}, \quad \varepsilon > 0, \quad k = 1, 2. \quad (7)$$

Враховуючи асимптотичне подання (6) та обмеженість функцій $f_k(t)$, $k = 1, 2$, із системи (1) отримаємо співвідношення

$$t^{-\alpha} \sum_{j=1}^2 h_{*j}(0) \sum_{l=0}^n G_{kj}^{(l)}(\alpha) \frac{(-1)^{l+1}}{l!} M_{nj}(\ln t) + \Omega_k(t) = 0, \quad k = 1, 2, \quad (8)$$

де $\Omega_k(t)$ задовольняють умову (7). Зважаючи на те, що система (8) повинна виконуватися, коли $t \rightarrow 0 + 0$, застосовуючи методику, описану в [1], і результати роботи [2], неважко довести такі твердження.

Теорема 1. *Якщо розв'язок системи (1), який має асимптотику $h_j(t) = O(t^\alpha M_{nj}(\ln t))$, $t \rightarrow 0$, $\operatorname{Re} \alpha \in [0, 1)$, $M_{nj}(z)$ – многочлен степеня n , існує в $L_p^2(\ell, \rho(t)) \cap H_\mu^{\alpha, 1/2}(\ell)$, то $\alpha \in (n+1)$ -кратним коренем трансцендентного рівняння*

$$\Delta(\eta) = 0, \quad \operatorname{Re} \eta \in [0, 1), \quad \Delta(\eta) = \begin{cases} \det G(\eta), & G_{kj} \neq 0, \\ \operatorname{tr} G(\eta), & G_{kj} = 0, \end{cases} \quad k \neq j, \quad (9)$$

де $G(\eta) = \{G_{kj}(\eta)\}_1^2$, $\operatorname{tr} G(\eta)$ – слід матриці $G(\eta)$.

Теорема 2. *Якщо існує таке число α_0 , $\operatorname{Re} \alpha_0 \in [0, 1)$, що $\Delta(\alpha_0) = 0$, то система (1) розв'язна в $L_p^2(\ell, \rho(t))$, її індекс дорівнює одиниці та за умов (2) і $f_k(t) \in H_\mu^{\alpha, 1/2}(\ell)$ має єдиний розв'язок в $H_\mu^{\alpha, 1/2}(\ell)$.*

Як показали дослідження рівняння (9), в інтервалі $[0, 1)$ розміщені принаймні два корені. Ці корені різні та дійсні для усіх значень кута φ , за винятком φ , близьких $\pi/2$ (тобто, коли тріщина наближається до лінії з'єднання), тоді вони стають взаємно спряженими комплексними числами.

4. Побудова розв'язку системи (1) методом граничних елементів.

Проблема побудови ефективних числових методів розв'язування систем вигляду (1), що містять нерухомі особливості, пов'язана з нееліптичністю вказаних систем, яка зумовлена наявністю розривів у символах цих систем. Застосування відомих проекційних методів, які враховують лише головні асимптотики, в цьому випадку виявляється неефективним і отримані розв'язки є нестійкими. Вказана проблема виникає вже при розв'язуванні задач про внутрішні дефекти, коли їх вершини наближаються до ліній з'єднання матеріалів. У роботі [3] проведено узагальнення методу граничних елементів (МГЕ) і виконано його порівняння з методом ортогональних многочленів для задач про внутрішні тріщини. Це узагальнення дозволило отримати ефективний числовий розв'язок задачі у випадку, коли вершина тріщини наближається до лінії з'єднання матеріалів.

Подальше узагальнення цього методу дозволило отримати ефективний числовий розв'язок системи (1). Доведена вище теорема 1 дозволяє виявити не тільки головні, але й наступні доданки в асимптотичному зображенні розв'язків у вершинах тріщини. Розв'язок будемо будувати таким чином.

Розіб'ємо інтервал $(0, 1)$, на якому визначаємо невідомі функції, на N інтервалів $I_\ell = (\ell/N, (\ell+1)/N)$, $\ell = 1, \dots, N$, і на кожному з них подамо зазначені функції у вигляді

$$h_j(\tau) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{K-1} h_{j,m+1} \tau^{-\alpha_m}, & \tau \in \bigcup_{\ell=1}^K I_\ell, \\ h_{j\ell} \tau^{-\alpha_0}, & \tau \in I_\ell, \quad \ell = K+1, \dots, N/2, \\ h_{j\ell} (1-\tau)^{-1/2}, & \tau \in I_\ell, \quad \ell = N/2+1, \dots, N-K, \\ \sum_{m=0}^{K-1} h_{j,N-m} (1-\tau)^{m-1/2}, & \tau \in \bigcup_{\ell=N-K+1}^N I_\ell, \end{cases} \quad (10)$$

де α_m – корені трансцендентного рівняння (9) з півплощини $\text{Re } \alpha < 1$, пронумеровані так, що їхні дійсні частини спадають. Отже, на кінцевих інтервалах враховано не лише головну особливість, а також $K-1$ особливості, які дають наступні асимптотичні доданки в розвиненні розв'язків на кінцях проміжку.

Для визначення коефіцієнтів $h_{j\ell}$, $j = 1, 2$, $\ell = 1, \dots, N$, підставимо зображення (10) у систему (1) та обчислимо кожне рівняння останньої посередині кожного з інтервалів розбиття: $t_\ell = (2\ell + 1)/(2N)$. Таким чином, відносно невідомих коефіцієнтів отримаємо систему $2N$ алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{s=1}^N h_{js} E_{kjs\ell}^+ = -f_{k\ell}, \quad k = 1, 2, \quad \ell = 1, \dots, N, \quad (11)$$

де

$$E_{kjs\ell}^+ = B_{k,j}^+ \int_{I_s} \frac{\tau^{-\alpha} d\tau}{t_\ell - \tau} + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 T_{kjmn}^+ \int_{I_s} \frac{\tau^{-\alpha} d\tau}{t_\ell - \tau e_{mn}^{++}},$$

$f_{k\ell} = f_k(t_\ell)$, а $E_{kjs\ell}^+$ записано для $s \leq N/2$. Щоб отримати ці коефіцієнти при $s > N/2$, треба у чисельнику кожного з інтегралів замінити $\tau^{-\alpha}$ на $(1-\tau)^{N-s-1/2}$, якщо $s > N-K$, або на $(1-\tau)^{-1/2}$, якщо $s \leq N-K$. Розв'язок системи (11) знайдено чисельно методом обернення, який у цьому випадку дає найкращі результати.

Обчисливши коефіцієнти $h_{j\ell}$, $j = 1, 2$, $\ell = 1, \dots, N$, із системи (11), можемо визначити коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) у вершині, яка не лежить на лінії з'єднання, вибравши для КІН співвідношення у вигляді $K = \lim_{t \rightarrow 1+0} [\sigma_n|_L \cdot \sqrt{t-1}]$, яке з урахуванням зображення (4) запишемо так:

$$K = -\sum_{k=1}^2 B_{1k}^+ h_{kN}. \quad (12)$$

5. Числові результати та їх аналіз. При числовій реалізації задачі використано наступні матеріали: $m1$ – шаровий склопластик ортогонального армування, $m2$ – тканинний склопластик гарячого пресування СТЕТ, $m3$ – склопластик на основі склотканини марки АСТТ(6) і поліефірної смоли, $m4$ – скло-епоксид, $m5$ – графіт-епоксид [6]. Наведені нижче криві на всіх рисунках відповідають таким комбінаціям цих матеріалів: 1-4 – права півплощина $m1$, ліва – $m2$ - $m5$ відповідно; 5-7 – $m2$ та $m3$ - $m5$; 8-9 – $m3$ та $m4$ - $m5$; 10 – $m4$ та $m5$.



Рис. 2

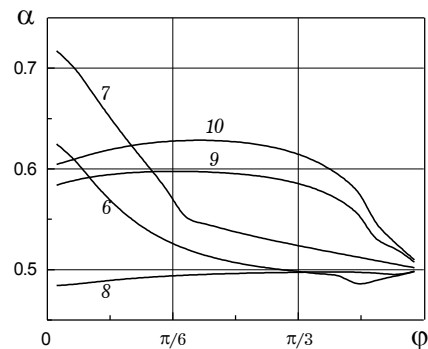


Рис. 3

На рис. 2, 3 наведено залежності дійсної частини показника особливості α від кута нахилу тріщини φ для різних комбінацій матеріалів. Як бачимо, показник коливається поблизу кореневої особливості, а коли кут φ наближається до $\frac{\pi}{2}$, тоді дійсна частина показника α наближається до $\frac{1}{2}$. Причому у цьому випадку показник стає комплексним, що обумовлює осциляцію розв'язку. Окрім того, треба зауважити, що усі корені трансцендентного рівняння з півплощини $\text{Re } \alpha < 1$ при наближенні φ до $\frac{\pi}{2}$ стають комплексними та наближаються до $\frac{1}{2} - n$, $n = 0, 1, 2, \dots$, що підтверджується побудованим вище точним розв'язком.

При числовій реалізації розглядали тріщину, що виходить на лінію з'єднання різних анізотропних матеріалів і знаходиться під дією нормально розподіленого зрівноваженого навантаження $\sigma_n|_{L^\pm} = 1$, $\tau_s|_{L^\pm} = 0$. Для порівняння пружних властивостей півплощин введено параметри $\eta_i = \frac{a_{ii}^+}{a_{ii}^-}$, $i = 1, 2$. Ці параметри характеризують ступінь взаємної жорсткості півплощин, тобто при $\eta_i > 1$ права півплощина жорсткіша у напрямку відповідної осі ($i = 1$ - осі Ox , $i = 2$ - осі Oy).

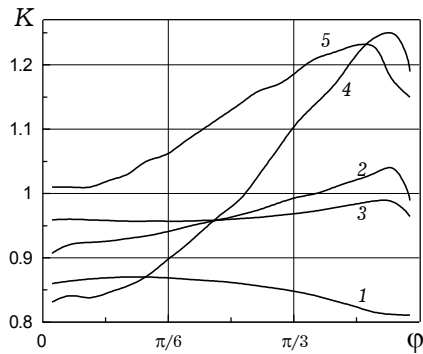


Рис. 4

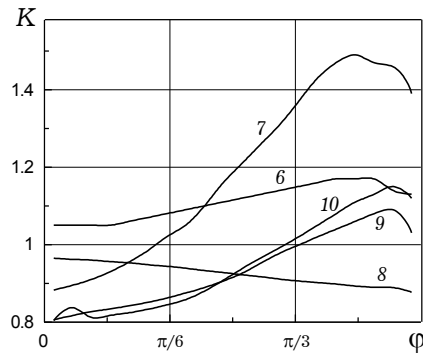


Рис. 5

На рис. 4, 5 зображено графіки залежності коефіцієнта інтенсивності напружень у вершині тріщини, що не лежить на лінії розділу матеріалів, від кута φ її нахилу. З аналізу наведених графіків випливає, що майже для будь-яких комбінацій матеріалів КІН зростає при збільшенні кута та має максимум поблизу $\varphi = \frac{\pi}{2}$, тобто коли тріщина наближається до лінії з'єднання матеріалів. І лише, коли параметр η_1 набагато більший, ніж η_2 (крива 1: $\eta_1 = 3.98$, $\eta_2 = 0.61$), або обидва близькі до одиниці (крива 8: $\eta_1 = 0.98$, $\eta_2 = 1.09$), то КІН зменшується при зростанні кута, а максимум знаходиться поблизу $\varphi = 0$.

1. Дудучава Р. В. Интегральные уравнения свёртки с разрывными предсимволами, сингулярные интегральные уравнения с неподвижными особенностями и их приложения к задачам механики // Тр. Тбилис. мат. ин-та. - 1979. - 60. - 136 с.
2. Кривої А. Ф. Произвольно ориентированные дефекты в составной анизотропной плоскости // Вісн. Одес. держ. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. - 2001. - 6, вип. 3. - С. 108-115.

3. Кривой А. Ф., Архипенко К. Н. Произвольно ориентированные трещины в неоднородной анизотропной плоскости // Теорет. и прикл. механика. – 2003. – Вып. 38. – С. 29–35.
4. Кривой А. Ф., Попов Г. Я., Радиолло М. В. Некоторые задачи о произвольно ориентированном стрингере в составной анизотропной плоскости // Прикл. математика и механика. – 1986. – 50, № 4. – С. 622–632.
5. Кривой А. Ф., Радиолло М. В. Особенности поля напряжений в составной анизотропной плоскости // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1984. – № 3. – С. 84–92.
6. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – Москва: Наука, 1977. – 415 с.

ТРЕЩИНА, КОТОРАЯ ВЫХОДИТ НА ЛИНИЮ СОЕДИНЕНИЯ ДВУХ РАЗНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ

Решена задача для неоднородной плоскости, составленной из двух соединенных анизотропных полуплоскостей, в одной из которых расположена трещина, выходящая на линию соединения. Задача сведена к системе сингулярных интегральных уравнений, которая решена численно предложенным методом граничных элементов. Исследована зависимость показателя особенности в вершине трещины, лежащей на линии соединения, и коэффициента интенсивности напряжений в другой вершине от расположения трещины и свойств полуплоскостей. Для трещины, лежащей на линии соединения анизотропных полуплоскостей, получено решение в явном виде.

CRACK, WHICH LEADS TO THE JOINING LINE OF TWO DIFFERENT ANISOTROPIC HALF-PLANES

We have solved the problem about the inhomogeneous plane, composing of two ideally contacting anisotropic half-planes, in one of which there is a crack leading to the joining line of these half-planes. The problem is reduced to a system of singular integral equations, which has been solved numerically by the offered boundary element method. We have analyzed the dependence of singularity index in the crack's tip, which is on the joining line, and the stress intensity factor in another tip on the crack's location and material properties. The exact solution has been obtained for the crack lying on the joining line of anisotropic half-planes.

Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечнікова, Одеса

Одержано
21.10.04