УДК 517.95

Н. І. Гузіль, С. П. Лавренюк

ЗАДАЧА БЕЗ ПОЧАТКОВИХ УМОВ ДЛЯ ГІПЕРБОЛІЧНОЇ СИСТЕМИ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

У праці розглянуто задачу без початкових умов для гіперболічної системи вигляду

$$u_t + \sum_{i=1}^{l} A_i(x,t)u_{x_i} + C(x,t)u + g(t,u) = f(x,t)$$

в обмеженій за змінною x області. Отримані деякі достатні умови існування і единості розв'язку майже всюди незалежно від його поведінки при $t \to -\infty$.

Вперше задачу без початкової умови для рівняння теплопровідності дослідив А. М. Тихонов [11]. У праці [1] для певного нелінійного параболічного рівняння вперше було виявлено такий ефект: коректність задачі не залежить від поведінки розв'язку при $t \to -\infty$. Аналогічний результат для деякої напівлінійної системи гіперболічних рівнянь першого порядку з трьома незалежними змінними в необмеженому за часом паралелепіпеді одержано в праці [8]. Інші класи коректності для гіперболічних систем першого порядку з двома незалежними змінними і для напівлінійних гіперболічних рівнянь другого порядку побудовано в працях [4, 5, 6, 7, 10]. Зокрема, в працях [4, 5] за допомогою методу характеристик доведено коректність задачі без початкових умов для лінійної гіперболічної системи з двома незалежними змінними в класі неперервних обмежених функцій. У праці [10] одержано умови розв'язності задачі без початкових умов для напівлінійної гіперболічної системи з двома незалежними змінними в класі функцій з експоненціальним зростанням при $t \to -\infty$. Тут використано метод Гальоркіна.

У цій статті досліджено задачу без початкових умов для напівлінійної системи гіперболічних рівнянь з багатьма незалежними змінними. Доведено, що коректність задачі не залежить від поведінки розв'язку при $t \to \infty$. Мішану задачу для такої системи рівнянь в обмеженій області досліджено в [9, с.343].

Нехай Ω — обмежена область в $\mathbb{R}^l$ з межею $\partial\Omega \subset C^1$, $Q_T = \{(x,t) : x \in \Omega, -\infty < t < T\}$.

Розглянемо в Q_T систему рівнянь

$$u_t + \sum_{i=1}^{l} A_i(x,t)u_{x_i} + C(x,t)u + g(t,u) = f(x,t), \tag{1}$$

де $u = col(u_1, \dots, u_m), g = col(g_1, \dots, g_m), f = col(f_1, \dots, f_m)$, A_i, C — матриці порядку m, $i = 1, \dots, l$.

Позначимо $Q_{t_1,t_2} = \{(x,t) : x \in \Omega, t_1 < t < t_2\}$, $\forall t_1, t_2$, $-\infty < t_1 < t_2 \le T$, $\Omega_t = Q_T \cap \{\tau = t\}$.

Нехай $L^r_{loc}((-\infty,T]; W)$, $r \in [1, +\infty]$ є простором функцій u таких, що $u \in L^r((t_1,t_2); W)$ для всіх $t_1, t_2 \in (-\infty, T]$, $t_1 < t_2$, де W є деяким банаховим простором.

Припускаємо, що виконуються відповідно умови:

(A) : елементи матриць A_i неперервні в $\overline{Q}_T$, елементи матриць A_{ix_j} кусково–неперервні в $\overline{Q}_T$ для всіх $i, j = 1, \dots, l$; $A_i(x,t) = A_i^*(x,t)$, $i = 1, \dots, l$ для всіх $(x,t) \in Q_T$;

(C) : елементи матриці C належать до простору $L^{\infty}_{loc}((-\infty,T];L^{\infty}(\Omega))$, елементи матриць C_{x_i} належать до простору $L^{\infty}_{loc}((-\infty,T];L^{\infty}(\Omega))$, $i=1,\dots,l$;
(G) : функції $t\to g(t,\xi)$ є вимірними на $(-\infty,T)$ для всіх $\xi\in\mathbb{R}^m$; функції $\xi\to g(t,\xi)$ є неперервними в $\mathbb{R}^m$ майже для всіх $t\in(-\infty,T]$; функції $\xi\to g_{\xi_i}(t,\xi)$ є неперервними в $\mathbb{R}^m\setminus\{0\}$ майже для всіх $t\in(-\infty,T]$ і для всіх $i=1,\dots,m$; існують такі невід'ємні сталі g_0, g_1, що $\forall\xi,\eta\in\mathbb{R}^m$
і майже всіх $t\in(-\infty,T]$ виконуються нерівності

$$|g_i(t,\xi)|\le g_1\sum_{j=1}^{m}|\xi_j|^{p-1},\quad i=1,\dots,m,\quad p>1,$$

$$(g(t,\xi)-g(t,\eta),\xi-\eta)\ge g_0|\xi-\eta|^p;$$

$(G(t,\eta)\xi,\xi)\ge 0$ для майже всіх $t\in(-\infty,T]$ і майже для всіх $\eta,\xi\subset\mathbb{R}^m$, де

$$G(t,\eta)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial g_1(t,\eta)}{\partial\eta_1} & \dots & \dfrac{\partial g_1(t,\eta)}{\partial\eta_m}\\ \dots & \dots & \dots\\ \dfrac{\partial g_m(t,\eta)}{\partial\eta_1} & \dots & \dfrac{\partial g_m(t,\eta)}{\partial\eta_m}\end{bmatrix},$$

$(\cdot,\cdot)$ — скалярний добуток в $\mathbb{R}^m$.

Позначимо через S^1_τ множину точок поверхні $S_\tau=\partial\Omega\times(-\infty,\tau)$, $\tau\in(-\infty,T]$, для яких

$$\sum_{i=1}^{l}(A_i(x,t)\cos(\nu,x_i)\xi,\xi)<0$$

для всіх $\xi\in\mathbb{R}^m\setminus\{0\}$; через S^2_τ — множину тих точок поверхні S_τ, для яких

$$\sum_{i=1}^{l}(A_i(x,t)\cos(\nu,x_i)\xi,\xi)\ge 0$$

для всіх $\xi\in\mathbb{R}^m$, де ν є зовнішньою нормаллю до $\partial\Omega$.

Задамо для системи (1) крайові умови

$$u(x,t)=0\ \text{ на }\ S^1_T. \tag{2}$$

Говоритимемо, що система (1) задовольняє умову (S), якщо
(S) : $S^1_T=\Gamma_1\times(-\infty,T)$, $S^2_T=\Gamma_2\times(-\infty,T)$, $\Gamma_1\cup\Gamma_2=\partial\Omega$.

Позначимо через $V_1(\Omega)$ простір функцій

$$V_1(\Omega)=\{v: v\in H^1(\Omega); v|_{\Gamma_1}=0\},$$

через $V_{1,loc}(\overline{Q}_T)$ — простір функцій v, які належать до $H^1(Q_{t_1,T})$ для довільного $t_1\in(-\infty,T)$ і $v|_{S^1_T}=0$, через $L^p_{loc}(\overline{Q}_T)$ — простір функцій v, які належать до $L^p(Q_{t_1,T})$ для довільного $t_1\in(-\infty,T)$.

Позначимо через $A_\nu(x,t)$ матрицю $\sum\limits_{i=1}^{l}A_i(x,t)\cos(\nu,x_i)$.

Запишемо рівняння характеристик для системи (1) [2]

$$\det\left|E\tau+\sum_{i=1}^{l}A_i(x,t)\xi_i\right|=0, \tag{3}$$

де E — одинична матриця. Нехай для кожного (x,t) і $(\xi_1,\ldots,\xi_l)$ найбільшим коренем рівняння (3) є τ^*. Приймемо, що

$$H(\xi,x,t)=-\tau^*.$$

Тоді рівняння Гамільтона для системи (1) має вигляд

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+H(\varphi_x,x,t)=0. \tag{4}$$

Нехай в деякому околі області Ω_{t_0} існує розв'язок $\varphi(x,t)$ рівняння (4), який задовольняє початкову умову

$$\varphi(x,t_0)=\varphi_0(x), \qquad \varphi_0\in C^1(\overline{\Omega}).$$

Через кожну точку області Ω_{t_0} проведемо характеристику, яка визначається рівняннями

$$\frac{dp_i}{dt}=-H_{q_i}, \qquad \frac{dq_i}{dt}=H_{p_i}, \qquad i=1,\ldots,l \tag{5}$$

і початковими умовами

$$q_i(t_0)=x_i, \qquad p_i(t_0)=\frac{\partial\varphi_0(x)}{\partial x_i}, \quad i=1,\ldots,l, \tag{6}$$

де

$$q_i=x_i, \ \ p_i=\varphi_{x_i}, \ \ i=1,\ldots,l.$$

Припустимо виконання такої умови:

(K) : Інтегральні криві задачі (5), (6) можна продовжити (при $t<t_0$) до перетину з поверхнею S_T для всіх $t\in(-\infty,T]$ і для кожного $t_0\in(-\infty,T)$.

Продовжимо інтегральні криві задачі (5), (6) до перетину з поверхнею S_T при $t<t_0$ і позначимо через K_{t_0} об'єднання таких інтегральних кривих для всіх $x\in\Omega_{t_0}$.

Нехай $Q^K_{t_0,T}=Q_{t_0,T}\bigcup K_{t_0}$, $S^K_{t_0,T}=\partial Q^K_{t_0,T}\backslash(S_{t_0,T}\bigcup\Omega_T)$. Тоді для точок поверхні $S^K_{t_0,T}$ квадратична форма $\left(\left(E\tau+\sum\limits_{i=1}^{l}A_i(x,t)\xi_i\right)\eta,\eta\right)$ невід'ємно визначена, де вектор (τ,ξ) є нормальним до $S^K_{t_0,T}$ [2, с.130].

Теорема. *Нехай виконуються умови* (A), (C), (G), (S), (K), $f\in(L^2_{loc}((-\infty,T];V_1(\Omega)))^m, 1<p\le\dfrac{2l}{l-2}$, *якщо* $l>2$, $g_0>0$, *якщо* $p>2$ *і* $g_0=0$, *якщо* $p\in(1,2]$, *поверхня* $S^K_{t_0,T}$ *кусково гладка для кожного* $t_0\in(-\infty,T]$. *Тоді існує єдиний розв'язок майже всюди задачі* (1), (2) *в області* Q_T.

Д о в е д е н н я. Нехай t_1 таке значення t, що $Q^K_{T-1,T}\subset Q_{t_1-1,T}$, t_2 таке значення t, що $Q^K_{t_1,T}\subset Q_{t_2-1,T}$, і т.д. $Q^K_{t_k,T}\subset Q_{t_{k+1}-1,T}$, $\quad k=1,2,\ldots$ В області $Q_{t_k,T}$ розглянемо задачу для системи (1) з початковою умовою

$$u(x,t_k)=0.$$

Згідно з теоремою 1 [3], для кожного k існує розв'язок майже всюди цієї задачі. Тоді одержимо послідовність функцій $\{u^k(x,t)\}$.

Легко бачити, що $u^s(x,t)=u^k(x,t)$ в $Q^K_{t_k,T}$ для $s>k$. Справді, в $Q^K_{t_k,T}$ кожна з функцій u^s і u^k задовольняють систему (1) і крайову умову (2). Позначимо через $u^{k,s}=u^k-u^s$, тоді

$$\int\limits_{Q^K_{t_k,T}} \left(u^{k,s}_t+\sum_{i=1}^{l}A_i(x,t)u^{k,s}_{x_i}+C(x,t)u^{k,s}+g(t,u^k)-g(t,u^s),u^{k,s}e^{-\gamma t}\right)dxdt=0.$$

Звідси одержуємо рівність

$$\int\limits_{\Omega_T}|u^{k,s}|^2e^{-\gamma T}dx+\int\limits_{Q^K_{t_k,T}}\Big[\gamma|u^{k,s}|^2+2(C(x,t)u^{k,s},u^{k,s})+2(g(t,u^k)-g(t,u^s),u^{k,s})-$$
$$\sum_{i=1}^{l}(A_{ix_i}(x,t)u^{k,s},u^{k,s})\Big]e^{-\gamma t}dxdt+\int\limits_{S^K_{t_k,T}}\Big[|u^{k,s}|^2\cos(\nu,t)+ \tag{7}$$
$$\sum_{i=1}^{l}(A_i(x,t)\cos(\nu,x_i)u^{k,s},u^{k,s})\Big]e^{-\gamma t}dS+$$
$$\int\limits_{S^2_{t_k,T}}\sum_{i=1}^{l}(A_i(x,t)\cos(\nu,x_i)u^{k,s},u^{k,s})e^{-\gamma t}dS=0,$$

де $S^2_{t_k,T}=\Gamma_2\times(t_k,T)$.

Враховуючи умови $(A),(C),(G),(K)$, а також те, що $S^K_{t_k,T}$ є характеристичною, з (7) одержуємо нерівність

$$\int\limits_{\Omega_T}|u^{k,s}|^2e^{-\gamma T}dx+(\gamma+2c_0-a_1)\int\limits_{Q^K_{t_k,T}}|u^{k,s}|^2e^{-\gamma t}dxdt\le 0, \tag{8}$$

де a_1 — стала з оцінки $\sum\limits_{i=1}^{l}(A_{ix_i}(x,t)\xi,\xi)\le a_1|\xi|^2$.

Отже, вибравши $\gamma=2c_0-a_1+1$, з (8) матимемо, що $u^k=u^s$ майже всюди в $Q^K_{t_k,T}$. Можемо визначити функцію u так:

$$u(x,t)=u^k(x,t),\qquad (x,t)\in Q^K_{t_k,T}.$$

Функція u буде розв'язком майже всюди задачі Фур'є для системи (1).

Доведемо єдиність розв'язку. Припустимо, що існують два розв'язки u^1 і u^2 задачі (1), (2). Тоді функція $u=u^1-u^2$ задовольнятиме систему

$$u_t+\sum_{i=1}^{l}A_i(x,t)u_{x_i}+C(x,t)u+g(t,u^1)-g(t,u^2)=0. \tag{9}$$

Помножимо (9) на $ue^{-\beta t}$, де $\beta=2c_0-a_1+1$ і проінтегруємо по області $Q^K_{t_k,\tau}$, де k — довільне фіксоване натуральне число, а $\tau\in(t_k,T)$. Тоді, аналогічно як (8), одержимо нерівність

$$\int\limits_{\Omega}|u(x,\tau)|^2e^{-\beta\tau}dx\le 0.$$

Звідси, $u^1(x,t) = u^2(x,t)$ майже всюди в $Q^K_{t_k,T}$. Оскільки k є довільним, це завершує доведення теореми.

Приклад 1. Розглянемо систему

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + a_i(x,t)\frac{\partial u_i}{\partial x} + \sum_{j=1}^{m} c_{ij}(x,t)u_j = f_i(x,t), \qquad i = 1,\dots,m \tag{10}$$

в області $Q_T = \{(x,t) : 0 < x < x_0, -\infty < t < T\}$.

Припускаємо, що для функцій a_i, c_{ij}, f_i, $i,j = 1,\dots,m$ виконуються умови:

$a_i \in C(\overline{Q}_T)$, a_{ix}, a_{it} — кусково–неперервні в $\overline{Q}_T$,
$a_i(x,t) \neq 0$ в $\overline{Q}_T$;
c_{ij}, $c_{ijx} \in L^\infty_{loc}((-\infty,T];(0,x_0))$, $\forall j,i = 1,\dots,m$;
f_i, $f_{ix} \in L^\infty_{loc}((-\infty,T];(0,x_0))$, $i = 1,\dots,m$.

Оскільки a_i для всіх (x,t) зберігають знак, то характеристики системи (10), проведені з точки (x,t), перетинають прямі $x = 0$ або $x = x_0$ (в залежності від знаку a_i). Нехай, наприклад,

$$\begin{aligned}&a_i(x,t) > 0, \quad i = 1,\dots,s,\\ &a_j(x,t) < 0, \quad j = s+1,\dots,m, \quad 1 \le s \le m.\end{aligned}$$

Розглянемо для системи (10) крайові умови

$$\begin{aligned}&u_i(0,t) = 0, \quad\ \ i = 1,\dots,s,\\ &u_j(x_0,t) = 0, \quad j = s+1,\dots,m.\end{aligned} \tag{11}$$

Тоді задача (10), (11) має єдиний розв'язок майже всюди. Зазначимо, що коректність задачі не залежить від поведінки розв'язку при $t \to -\infty$.

Приклад 2. Нехай $A_{ij}(x,t) = \mathrm{diag}\{a_{j1},\dots,a_{jl}\}$, $j = 1,\dots,m$ і $a_{ij} \neq 0$ в $\overline{Q}_T$. Запишемо рівняння характеристик кожного рівняння системи (1):

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{ij}(x,t), \qquad i,j = 1,\dots,l. \tag{12}$$

Розглянемо для рівнянь (12) початкові умови

$$x(t_0) = x^0, \qquad x^0 \in \overline{\Omega}_{t_0}. \tag{13}$$

Тоді розв'язок задачі (12), (13) може бути продовжений до перетину з поверхнею S_T. Розглянемо ті частини інтегральних кривих задачі (12), (13) для $t \le t_0$, які лежать в $\overline{Q}_T$. Позначимо об'єднання цих інтегральних кривих для всіх $x^0 \in \overline{\Omega}_{t_0}$ через I_{t_0}. Тоді $Q^K_{t_0,T} = Q_{t_0,T} \bigcup I_{t_0}$.

Отже, існує єдиний розв'язок майже всюди задачі без початкових умов (1), (2) в необмеженій за часом області.

Розглянемо частковий випадок прикладу 2, коли

$$a_{ij}(x,t) = a_j(x,t), \quad i = 1,\dots,m.$$

Запишемо характеристичне рівняння (3) для системи (1). Оскільки матриці A_j діагональні, то рівняння (3) можна записати у вигляді

$$\prod_{i=1}^{m}\Big(\tau + \sum_{j=1}^{l}\xi_j a_{ij}(x,t)\Big) = 0,$$

тобто це рівняння розпадається на m рівнянь

$$\tau+\sum_{j=1}^{l}\xi_j a_{ij}(x,t)=0,\quad i=1,\ldots,m.$$

Нехай $\tau^*=\max_{i=1,\ldots,m}\left(-\sum_{j=1}^{l}\xi_j a_{ij}(x,t)\right)$ досягається при $i=i^*(\xi,x,t)$.

Тоді $H(\xi,x,t)=\sum_{j=1}^{l}\xi_j a_{ji^*}(x,t)$ і рівняння Гамільтона-Якобі набуде вигляду

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\sum_{j=1}^{l}a_{ji^*}(x,t)\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}=0. \tag{14}$$

Оскільки $a_{ij}(x,t)=a_j(x,t),\quad i=1,\ldots,m,$ то рівняння (14) запишемо так

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\sum_{j=1}^{l}a_j(x,t)\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}=0. \tag{15}$$

Характеристики рівняння (15) визначаються як розв'язок задачі Коші

$$\frac{dx_j}{dt}=a_j(x,t),\qquad x(t_0)=x^0\in\Omega_{t_0}. \tag{16}$$

Розв'язок задачі (16) можна продовжити до перетину з поверхнею S_T. Розглянемо об'єднання I_{t_0} інтегральних кривих задачі (16) для $t\le t_0$ для всіх $x^0\in\Omega_{t_0}$. Тоді $Q^K_{t_0,T}=Q_{t_0,T}\bigcup I_{t_0}$.

Отже, якщо виконуються умови гладкості коефіцієнтів системи (1), то існує єдиний розв'язок майже всюди задачі без початкових умов (1), (2) незалежно від поведінки розв'язку при $t\to-\infty$.

Приклад 3. Розглянемо симетричну гіперболічну систему, яка описує поширення звукових хвиль в рухомому середовищі [2, с.141]

$$\begin{cases}\rho_0\dfrac{\partial u}{\partial t}+\rho_0 U\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial p}{\partial x}=f_1(x,y,t),\\[2ex] \rho_0\dfrac{\partial v}{\partial t}+\rho_0 U\dfrac{\partial v}{\partial x}+\dfrac{\partial p}{\partial y}=f_2(x,y,t),\\[2ex] \dfrac{1}{\rho_0 c_0^2}\dfrac{\partial p}{\partial t}+\dfrac{U}{\rho_0 c_0^2}\dfrac{\partial p}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=f_3(x,y,t),\end{cases} \tag{17}$$

в області $Q_T=\Omega\times(-\infty,T)$, де Ω — обмежена область в $\mathbb{R}^2$ з гладкою межею $\partial\Omega$. Рівняння Гамільтона–Якобі для (17) [2, с.142] є

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+U\frac{\partial\varphi}{\partial x}-c_0\sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2}=0,$$

а рівняння характеристичного конуса

$$c_0^2(t-t_0)^2-[(x-Ut)-(x_0-Ut_0)]^2-(y-y_0)^2=0, \tag{18}$$

де $(x_0,y_0)\in\Omega_{t_0}$.

Тоді $Q^K_{t_0,T}$ буде об'єднанням перетинів зовнішньої частини конусів (18) для $t\le t_0$ з областю Q_T для всіх $(x,y)\in\overline{\Omega}_{t_0}$. Отже, існує єдиний розв'язок майже всюди задачі без початкових умов. Коректність задачі не залежить від поведінки розв'язку при $t \to -\infty$.

Приклад 4. Розглянемо двовимірне рівняння теорії пружності [2, с.134]

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + f_1,$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + f_2, \qquad (\sigma_{12} = \sigma_{21}),$$

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial t} = \left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\frac{\partial u}{\partial x} + \left(K - \frac{2}{3}\mu\right)\frac{\partial v}{\partial y} + f_3,$$

$$\frac{\partial \sigma_{22}}{\partial t} = \left(K - \frac{2}{3}\mu\right)\frac{\partial u}{\partial x} + \left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\frac{\partial v}{\partial y} + f_4,$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial t} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + f_5.$$

Тоді рівняння Гамільтона–Якобі буде [2, с.137]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - c_0\sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2} = 0,$$

де $c_0 = \sqrt{\dfrac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho_0}}$.

Характеристичні конуси одержуємо з (18) при $U = 0$. Область $Q^K_{t_0,T}$ будуємо аналогічно як в прикладі 3.

Отже, існує єдиний розв'язок майже всюди і зазначимо, що коректність задачі не залежить від поведінки розв'язку при $t \to \infty$.

1. *Бокало Н. М.* О задаче без начальных условий для некоторых классов нелинейных параболических уравнений // Труды семинара имени И.Г.Петровского.– 1989. – Вып.14. – С. 3–44.
2. *Годунов С. К.* Уравнения математической физики. – Москва: Главная редакция физико–математической литературы изд–ва „Наука", 1971. – 416 с.
3. *Гузіль Н. І.* Мішана задача для напівлінійної гіперболічної системи першого порядку в необмеженій області// Вісн. Львів. ун–ту. Сер. мех.–мат. – 2002. – Вип.60 – С. 80–91.
4. *Кирилич В. М., Мишкіс А. Д.* Крайова задача без початкових умов для лінійної одновимірної системи рівнянь гіперболічного типу // Доп. АН УРСР, сер.А. – 1991.– N 5. – С. 8–10.
5. *Кирилич В. М., Мышкис А. Д.* Краевые задачи без начальных условий для линейной однородной системы уравнений гиперболического типа // Дифференциальные уравнения. – 1992. – Т.28. – № 3. – С. 463–469.
6. *Лавренюк С. П.* Задача без начальных условий для одной эволюционной системы. Условия единственности// Нелинейные граничные задачи. – 1993. – № 5. – С. 53–58.
7. *Лавренюк С. П.* Задача для одного эволюционного уравнения в полуограниченном по времени цилиндре// Украинский матем. журн. – 1990. – Т.42. – № 11. – С. 1481–1486.
8. *Лавренюк С. П., Оліскевич М.* Задача Фур'є для однієї нелінійної системи гіперболічних рівнянь з трьома незалежними змінними // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.–мат. – 2002. – Вип.60 – С. 80–91.
9. *Лионс Ж.–Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М., Мир, 1972. – 588 с.

10. *Lavrenyuk S. P., Zareba L.* Nonlocal problem for the nonlinear system of the first order without initial conditions // Математичні Студії. – 2000. – Т.14. – № 2. – С. 150–158.
11. *Tychonoff A.* Theoremes d'unicite pour l'equation de la chaleur// Mat. Sbornik. – 1935. – Vol.42. – № 2. – P. 199–216.

ЗАДАЧА БЕЗ НАЧАЛЬНИХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

В работе рассмотрена задача без начальных условий для гиперболической системы вида

$$u_t + \sum_{i=1}^{l} A_i(x,t)u_{x_i} + C(x,t)u + g(t,u) = f(x,t)$$

в ограниченной по переменным x *области. Получены некоторые достаточные условия существования и единственности решения почти всюду независимо от его поведения при* $t \to -\infty$.

THE PROBLEM WITHOUT INITIAL DATA FOR HYPERBOLIC SYSTEM OF THE FIRST ORDER

In the article there is considered the problem without initial data for hyperbolic system of a type

$$u_t + \sum_{i=1}^{l} A_i(x,t)u_{x_i} + C(x,t)u + g(t,u) = f(x,t)$$

in a bounded on the variable x. *There are obtained some sufficient conditions of the existence and uniqueness a solution independently on its behaviour when* $t \to -\infty$.

Львівський національний
університет ім. І. Франка

Отримано
24.12.03