УДК 517.9

В. А. Бородін, В. Г. Самойленко

АСИМПТОТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ n-ГО ПОРЯДКУ З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ

Розглянуто задачу про існування таких значень імпульсної дії, коли для довільного (заданого) розв'язку $x^*(t)$ лінійного диференціального рівняння n-го порядку та фіксованих моментів імпульсної дії $t = t_k$, $k \in \mathbb{N}$, вихідне диференціальне рівняння з імпульсною дією у фіксовані моменти часу $t = t_k$, $k \in \mathbb{N}$, має періодичний розв'язок, значення якого в початковий момент часу $t_0 < t_1$ співпадають зі значеннями розв'язку $x^*(t)$ при $t = t_0$.

Вступ. При вивченні багатьох фізичних явищ виникає потреба в дослідженні асимптотичних властивостей диференціальних рівнянь з імпульсною дією у фіксовані моменти часу [3]. При цьому становить значний інтерес аналіз асимптотичних (при $t \to +\infty$) властивостей розв'язків таких диференціальних рівнянь.

Різні задачі теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією розглядались багатьма авторами, зокрема, огляд результатів з цього напрямку досліджень можна знайти в [1, 3, 4]. У роботах [6, 7] вивчались асимптотичні (при $t \to +\infty$) властивості розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з імпульсною дією у фіксовані моменти часу, де, зокрема, було показано, що умови імпульсної дії (моменти та величини імпульсної дії) можуть суттєво впливати на асимптотичні (при $t \to +\infty$) властивості розв'язків розглядуваних задач. Взагалі кажучи, завдяки імпульсному впливу розглядувана задача стає суттєво нелінійною. Так, наприклад [1, 2, 5, 9], завдяки імпульсному впливу розглядувана задача може мати періодичні розв'язки, в той час, як відповідне диференціальне рівняння (без імпульсної дії) таких розв'язків не має.

1. Формулювання задачі. Дослідимо властивості розв'язків лінійних диференціальних рівнянь n-го порядку з імпульсною дією у фіксовані моменти часу $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$ і з'ясуємо питання про існування періодичних розв'язків такої задачі залежно від умов імпульсної дії.

Розглянемо диференціальне рівняння наступного вигляду:

$$Lx = x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1} x^{(1)} + a_n x = f(t), \tag{1}$$

де Lx – диференціальний оператор порядку n з умовами імпульсної дії у деякі (фіксовані) моменти часу $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$:

$$\Delta x^{(i)}(t)|_{t=t_k} = x^{(i)}(t_k+0) - x^{(i)}(t_k-0) = I_{ki}, \quad i = 1, \ldots, n-1. \tag{2}$$

Розв'язком задачі (1), (2) вважаємо функцію, неперервну для всіх t та n раз неперервно диференційовну для $t \in \mathbb{R} \backslash \{t_k\}_{k \geq 1}$. При $t = t_k$, $k \in \mathbb{N}$, похідні $x^{(i)}(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$, мають розриви першого роду та вважаються неперервними зліва. Щодо величин імпульсної дії (значень $\{I_{ki}, t_k\}_{k=1}^{\infty}$) припускаємо, що виконуються такі умови:

1°) існує таке число $\delta > 0$, що для будь-якого $k \in \mathbb{N}$ справджується нерівність $|t_{k+1} - t_k| > \delta$;

2°) існує таке число $I > 0$, що для всіх $k \in \mathbb{N}$, $i = 1, \ldots, n-1$, справджується нерівність $|I_{ki}| < I$. При цьому вважаємо, що $\sum\limits_{i=1}^{n-1} |I_{ki}| \neq 0$ для всіх $k \in \mathbb{N}$.

З умови *1°* випливає, що t_k прямує до нескінченості при $k \to +\infty$, а наслідком умови *2°* є те, що всі значення $\{I_{ki}\}_{k=1}^{\infty}$ є рівномірно обмеженими. Ці умови щодо імпульсної дії (2) мають природний фізичний зміст. З огляду на те, що диференціальне рівняння є лінійним, очевидно, що розв'язок задачі (1), (2) визначено для всіх t.

Означення. Розв'язок $x(t)$ задачі (1), (2) називають періодичним з періодом $T > 0$ (при $t \to +\infty$) якщо існує таке t_0, що для всіх $t > t_0$ виконується рівність $x(t+T) = x(t)$.

Це означення стосується, перш за все, властивостей розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь і, зокрема, диференціальних рівнянь з імпульсною дією, оскільки є очевидним, що розв'язок лінійного звичайного диференціального рівняння (без умов щодо імпульсної дії) є або періодичним з деяким періодом T, або не є періодичним.

Для рівняння (1) можна розглядати такі дві задачі: *задачу 1* – про існування періодичних (при $t \to +\infty$) розв'язків задачі (1), (2) у множині всіх розв'язків задачі (1), (2) при заданих певним чином умовах імпульсної дії та *задачу 2* – про існування таких умов імпульсної дії, завдяки яким деякий (фіксований) розв'язок задачі (1), (2) стає періодичним (при $t \to +\infty$). Останню задачу можна вивчати також у часткових випадках, коли, наприклад, моменти імпульсної дії визначені (фіксовані) апріорно, а величини імпульсної дії мають бути визначені, та у випадку, коли, навпаки, – моменти імпульсної дії підлягають визначенню, а величини імпульсної дії є задано заздалегідь. Якщо перша із згаданих вище задач достатньо вивчена (див. [1]), то друга задача, що становить певний практичний інтерес, потребує подальшого дослідження.

2. Необхідна умова існування періодичних розв'язків задачі (1), (2). Для обох згаданих вище задач має місце така лема.

Лема 1. *Нехай виконуються умови 1°, 2°. Якщо задача* (1), (2) *має розв'язок $x(t)$, що є періодичним (при $t \to +\infty$) з деяким періодом T, то існує таке натуральне число m, що для умов імпульсної дії* (*величин* $\{I_{ki}, t_k\}_{k=1}^{\infty}$) *та для всіх $i = 1, 2, \ldots, n-1$ виконуються співвідношення*

$$I_{k+m,i} = I_{ki}, \qquad t_{k+m} = t_k + T, \qquad k \in \mathbb{N}. \tag{3}$$

Умова (3) щодо періодичності моментів імпульсної дії виконується для $t_k \geq t_0$, де t_0 – значення, що згадується в означенні. Надалі вважаємо $t_0 < t_1$.

Доведення леми 1 можна виконати аналогічно до доведення відповідної леми з [7] для випадку диференціального рівняння другого порядку.

Умови (3) є необхідними для того, щоб задача (1), (2) мала періодичний при $t \to +\infty$ розв'язок. Крім того, очевидно, що для T-періодичності (при $t \to +\infty$) розв'язку задачі (1), (2) також потрібно, щоб $f(t)$ була T-періодичною (при $t \to +\infty$) функцією.

3. Керування асимптотичними (при $t \to +\infty$) властивостями розв'язків задачі (1), (2) за допомогою умов імпульсної дії (2). Розглянемо таку задачу: нехай задано моменти імпульсної дії $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$ та дано деякий розв'язок $x^*(t)$, $t \geq t_0$, рівняння (1), що не є періодичним (ні при жодному $T > 0$). З'ясуємо питання про те, чи існують такі величини імпульсної дії I_{ki}, $k \in \mathbb{N}$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$, при яких задача (1), (2) має періодичний (при $t \to +\infty$) розв'язок $\Phi(t)$, $t \geq t_0$, початкові умови якого співпадають з початковими умовами для розв'язку $x^*(t)$, тобто $\Phi^{(i)}(t_0) = x^{*(i)}(t_0) = x_{i0}^*$, $i = 0, 1, \ldots, n-1$.

Якщо розв'язок $x^*(t)$ рівняння (1) вважати (в певному сенсі) *початковим* для задачі (1), (2), то цю задачу можна розглядати як задачу керування асимптотичними (при $t \to +\infty$) властивостями розв'язку $x^*(t)$ за допомогою умов імпульсної дії (2).

Для випадку, коли імпульсна дія має вигляд

$$\Delta x^{(i)}(t)|_{t=t_k} = I_{ki}, \quad i = 0, 1, \ldots, n-1, \tag{4}$$

розглядувана задача, очевидно, має розв'язок, який можна отримати, якщо в (4) покласти

$$I_{ki} = \Phi^{*(i)}(t_0 + T) - \Phi^{*(i)}(t_0), \quad i = 0, 1, \ldots, n-1, \tag{5}$$

де $\Phi^*(t)$, $t_0 \le t \le t_0 + T$, – розв'язок диференціального рівняння (1) з початковими умовами x^*_{i0} . При цьому шуканий розв'язок будується шляхом продовження за періодичністю функції $\Phi(t)$ і необов'язково є неперервним.

Якщо ж вимагати, щоб розв'язок $\Phi(t)$ задовольняв умову (2) і, зокрема, був неперервним, то розглядувана задача при певних умовах також має розв'язок і при цьому достатньо двох імпульсних дій за період.

Нехай для моментів імпульсної дії виконуються умови періодичності (3) при деякому $T > 0$ і деякому $m \in \mathbb{N}$. Вважатимемо спочатку, що $m = 2$.

Позначимо через $\Phi(t)$ розв'язок задачі (1), (2) з початковими умовами x^*_{i0} , $i = 0, 1, \ldots, n-1$. Нехай t_1 , t_2 , де $t_0 < t_1 < t_2 < t_0 + T$, – моменти імпульсної дії. У цьому випадку можна вважати, що розв'язок $\Phi(t)$ визначений для всіх t , як для $t \ge t_0$, так і для $t < t_0$, що можна досягти за допомогою продовження за періодичністю. Аналогічно функцію $x^*(t)$ як розв'язок рівняння (1) вважаємо визначеною для всіх $t \in \mathbb{R}^1$, оскільки рівняння (1) є лінійним. При цьому, очевидно, $\Phi(t) = x^*(t)$ для $t_2 - T \le t < t_1$.

З'ясуємо питання про значення величин I_{1i} , I_{2i} у (2), при яких буде виконуватись рівність

$$\Phi^{(i)}(t_0 + T) = \Phi^{(i)}(t_0), \quad i = 0, 1, \ldots, n-1, \tag{6}$$

тобто розв'язок $\Phi(t)$ буде T -періодичним (при $t \to +\infty$).

Розглянемо однорідне диференціальне рівняння вигляду

$$x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1} x^{(1)} + a_n x = 0, \tag{7}$$

що відповідає рівнянню (1). Припустимо, що рівняння (7) має розв'язок $x_0(t)$ з початковими даними Коші

$$x_0(t_1) = 0, \quad x_0^{(i)}(t_1) = x_{i0}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1, \tag{8}$$

для якого виконується умова $x_0(t_2) \ne 0$. Визначимо значення імпульсної дії I_{1i} у момент часу t_1 за допомогою формули

$$I_{1i} = I_1 x_{i0}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1, \tag{9}$$

де $I_1 x_0(t_2) = x^*(t_2 - T) - x^*(t_2)$. При цьому, очевидно, $\sum\limits_{i=1}^{n-1} |I_{1i}| > 0$.

Оскільки рівняння (1) є лінійним, то внаслідок принципу суперпозиції розв'язків для лінійних однорідних диференціальних рівнянь маємо, що на проміжку $[t_1, t_2)$ для функції $\Phi(t)$ – розв'язку задачі (1), (2), (9) справджується зображення $\Phi(t) = x^*(t) + x_0(t) I_1$, де $x^*(t)$ – розглядуваний розв'язок, $x_0(t)$ – розв'язок однорідного диференціального рівняння (7) з початковими умовами (8). Враховуючи, що розв'язок задачі (1), (2) є неперервно диференційовним зліва, при $t = t_2$ знаходимо

$$\Phi(t_2) = x^*(t_2) + I_1 x_0(t_2) = x^*(t_2 - T). \tag{10}$$

Звідси і з умов побудови функції $\Phi(t)$ на проміжку $[t_1, t_2)$ випливає, що $\Phi(t_2) = \Phi(t_2 - T)$. Значення імпульсної дії I_{2i} виберемо так, щоб виконувалась умова
$$\Phi^{(i)}(t_2 + 0) = x^{*(i)}(t_2 - T), \quad i = 1, 2, \ldots, n-1. \tag{11}$$

Очевидно, що такі значення I_{2i}, $i = 1, 2, \ldots, n-1$, для яких виконуються умови
$$\Phi^{(i)}(t_2 + 0) - \Phi^{(i)}(t_2 - 0) = I_{2i}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1,$$

і функція $\Phi(t)$ є неперервною при $t = t_1$, існують на підставі співвідношень (10), (11) та апріорної T-періодичності функції $\Phi(t)$. При цьому очевидно, що $\sum\limits_{i=1}^{n-1} (|I_{1i}| + |I_{2i}|) > 0$, тобто імпульсна дія не дорівнює нулеві. Значення імпульсної дії I_{ki}, $k \geq 3$, можна визначити за допомогою умов періодичності (3).

Таким чином, має місце таке твердження.

Лема 2. *Нехай задано моменти імпульсної дії $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$, для яких виконуються умови періодичності* (3) *при деякому $T > 0$ і $m = 2$. Припустимо, що однорідне диференціальне рівняння* (7) *має розв'язок $x_0(t)$, $t > t_1$, для якого виконується умова $x_0(t_1) = 0$ та нерівність $x_0(t_2) \neq 0$. Тоді для будь-якого розв'язку $x^*(t)$ рівняння* (1) *існують такі значення імпульсної дії I_{ki}, $k \in \mathbb{N}$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$, що задача* (1), (2) *має T-періодичний (при $t \to +\infty$) розв'язок $\Phi(t)$ з початковими умовами $\Phi^{(i)}(t_0) = x^{*(i)}(t_0)$, $i = 0, 1, \ldots, n-1$, причому для умов імпульсної дії виконуються умови періодичності* (3) *і нерівність*
$$\sum_{i=1}^{n-1} (|I_{2k-1,i}| + |I_{2k,i}|) > 0, \qquad k \in \mathbb{N}.$$

Іншими словами, при існуванні розв'язку $x_0(t)$, $t > t_1$, із згаданими вище властивостями будь-який розв'язок $x^*(t)$ рівняння (1) за допомогою не більш ніж двох умов імпульсної дії вигляду (2) у наперед фіксовані моменти часу $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$ можна зробити T-періодичним (при $t \to +\infty$).

4. Умови існування розв'язку $x_0(t)$ однорідного диференціального рівняння (7) з умовами $x_0(t_1) = 0$, $x_0(t_2) \neq 0$. З'ясуємо умови, при яких однорідне диференціальне рівняння (7) має розв'язок $x_0(t)$, для якого справджуються співвідношення $x_0(t_1) = 0$, $x_0(t_2) \neq 0$. Ці умови зручно сформулювати в термінах властивостей розв'язків характеристичного рівняння для диференціального рівняння (1), що записується таким чином:
$$\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0. \tag{12}$$

За допомогою прямих обчислень можна довести таку лему.

Лема 3. *Диференціальне рівняння* (7) *має розв'язок $x_0(t)$, що задовольняє умову $x_0(t_1) = 0$ та нерівність $x_0(t_2) \neq 0$, якщо виконується одна з наступних умов:*

1°) *характеристичне рівняння* (12) *має принаймні два різні дійсні корені;*

2°) *характеристичне рівняння* (12) *має корінь кратності 2 або більше;*

3°) *характеристичне рівняння* (12) *має простий комплексний корінь $\lambda = \alpha + i\omega$ з властивістю $(t_2 - t_1)\omega \neq p\pi$, де $p \in \mathbb{N}$;*

4°) *характеристичне рівняння* (12) *має два прості комплексні корені вигляду $\lambda_1 = \alpha_1 + i\omega_1$, $\lambda_2 = \alpha_2 + i\omega_2$, де $\alpha_1 \neq \alpha_2$, та їхні уявні частини задовольняють рівність $(t_2 - t_1)\omega_k = p_k \pi$, де $p_k \in \mathbb{N}$, $k = 1, 2$;*

5°) *характеристичне рівняння* (12) *має два прості комплексні корені вигляду* $\lambda_1 = \alpha + i\omega_1$, $\lambda_2 = \alpha + i\omega_2$, *уявні частини яких такі, що числа* $\frac{(t_2-t_1)\omega_1}{\pi}$ *і* $\frac{(t_2-t_1)\omega_2}{\pi}$ *цілі та мають різну парність;*

6°) *характеристичне рівняння* (12) *має простий комплексний корінь вигляду* $\lambda_1 = \alpha + i\omega$ *та простий дійсний корінь* $\lambda_2 \neq \alpha$, *де число* ω *задовольняє умову* $\frac{(t_2-t_1)\omega}{\pi} \in \mathbb{N}$ *;*

7°) *характеристичне рівняння* (12) *має простий комплексний корінь вигляду* $\lambda_1 = \alpha + i\omega$ *та простий дійсний корінь* $\lambda_2 = \alpha$, *і при цьому* $\frac{(t_2-t_1)\omega}{2\pi} \notin \mathbb{N}$ *або ж* $\frac{(t_2-t_1)\omega}{\pi}$ *є цілим непарним числом.*

Достатні умови неіснування згаданого вище розв'язку $x_0(t)$ дають наступні твердження.

Твердження 1. *Нехай* λ_1 , λ_2 , $\ldots$, λ_n *– корені характеристичного рівняння* (12) *і число* n *є парним. Диференціальне рівняння* (7) *не має розв'язку* $x_0(t)$, *що задовольняє умову* $x_0(t_1) = 0$ *та нерівність* $x_0(t_2) \neq 0$, *тоді й лише тоді, коли виконуються такі умови:*

1°) *всі корені характеристичного рівняння* (12) *є простими комплексними числами;*

2°) *дійсні частини коренів* λ_1 , λ_2 , $\ldots$, λ_n *є однаковими, тобто* $\operatorname{Re}\lambda_j = \operatorname{Re}\lambda_s$, $j, s = 1, 2, \ldots, n$ *;*

3°) *числа* $\frac{(t_2-t_1)}{\pi}\operatorname{Im}\lambda_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$, *є одночасно парними або одночасно непарними.*

Твердження 2. *Нехай* λ_1 , λ_2 , $\ldots$, λ_n *– корені характеристичного рівняння* (12) *і число* n *є непарним. Диференціальне рівняння* (7) *немає розв'язку* $x_0(t)$, *що задовольняє умову* $x_0(t_1) = 0$ *та нерівність* $x_0(t_2) \neq 0$, *тоді й лише тоді, коли виконуються такі умови:*

1°) *всі корені характеристичного рівняння* (12) *є простими числами;*

2°) *характеристичне рівняння* (12) *має рівно один дійсний корінь;*

3°) *дійсні частини коренів* λ_1 , λ_2 , $\ldots$, λ_n *є однаковими, тобто* $\operatorname{Re}\lambda_j = \operatorname{Re}\lambda_s$, $j, s = 1, 2, \ldots, n$ *;*

4°) *числа* $\frac{(t_2-t_1)}{\pi}\operatorname{Im}\ \lambda_k$, *де* $\operatorname{Im}\ \lambda_k \neq 0$, $k = 1, 2, \ldots, n$, *є одночасно парними.*

Підсумовуючи, сформулюємо таке твердження.

Теорема. *Нехай задано моменти імпульсної дії* $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$, *для яких виконуються умови періодичності* (3) *при деякому* $T > 0$ *і* $m = 2$. *Якщо корені характеристичного рівняння* (12) *не задовольняють умови або твердження 1 (при* $n = 2l$ *), або твердження 2 (при* $n = 2l + 1$ *), то для будь-якого розв'язку* $x^*(t)$ *рівняння* (1) *існують такі значення імпульсної дії* I_{ki} , $k \in \mathbb{N}$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$, *що задача* (1), (2) *має* T *-періодичний (при* $t \to +\infty$ *) розв'язок* $\Phi(t)$ *з початковими умовами* $\Phi^{(i)}(t_0) = x^{*(i)}(t_0)$, $i = 0, 1, \ldots, n-1$, *причому для умов імпульсної дії виконуються умови періодичності* (3) *і нерівність*

$$\sum_{i=1}^{n-1}(|I_{2k-1,i}| + |I_{2k,i}|) > 0, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Аналогічним чином можна розглянути випадок $m \geq 3$.

Висновки. Якщо задано деякий розв'язок $x^*(t)$ лінійного диференціального рівняння n -го порядку вигляду (1) і моменти імпульсної дії $t = t_k$, $k \in \mathbb{N}$, то при певних умовах на характеристичні корені однорідного диференціального рівняння, що відповідає рівнянню (1), існують такі значення імпульсної дії I_{ki}, $k \in \mathbb{N}$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$, при яких вихідне диференціальне рівняння (1) з імпульсною дією (2) має періодичний розв'язок, початкові значення якого в початковий момент часу $t_0 < t_1$ співпадають зі значеннями розв'язку $x^*(t)$ при $t = t_0$.

1. *Бойчук А. А., Журавлев В. Ф., Самойленко А. М.* Обобщенно-обратные операторы и нетеровы краевые задачи. – Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1995. – 318 с.
2. *Єлгондиев К. К., Самойленко В. Г., Собчук В. В.* Періодичні розв'язки рівняння Дюффінга з імпульсною дією // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Математика. Механіка. – 2000. – Вип. 5. – С. 47–51.
3. *Самойленко А. М., Перестюк Н. А.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. – Киев: Высш. шк., 1987. – 287 с.
4. *Самойленко А. М., Петришин Р. І.* Багаточастотні коливання нелінійних систем. – Київ: Ін-т математики НАН України, 1995. – 340 с. – (Праці Ін-ту математики НАН України. – Т. 21.)
5. *Самойленко А. М., Самойленко В. Г., Собчук В. В.* Про періодічні розв'язки рівняння нелінійного осцилятора з імпульсною дією // Укр. мат. журн. – 1999. – **51**, № 6. – С. 827–834.
6. *Самойленко В. Г., Елгондыев К. К.* Исследование линейных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием в $\mathbb{R}^2$. – Киев, 1989. – 32 с. – (Препр. / АН УССР. Ин-т математики; 89.59).
7. *Самойленко В. Г., Єлгондиев К. К.* Про періодичні розв'язки лінійних диференціальних рівнянь з імпульсною дією // Укр. мат. журн. – 1987. – **49**, № 1. – С. 141–148.
8. *Самойленко В. Г., Собчук В. В.* Існування періодичних розв'язків диференціальних рівнянь з імпульсною дією в околі складних особливих точок // Доп. НАН України. – 2000. – № 8. – С. 29–32.
9. *Самойленко В. Г., Собчук В. В.* Періодичні розв'язки рівняння Льєнара з імпульсною дією // Нелінійні коливання. – 2000. – **3**, № 2. – С. 256–265.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ n-ГО ПОРЯДКА С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Рассмотрена задача о существовании таких величин импульсного воздействия, что для произвольного (фиксированного) решения $x^*(t)$ линейного дифференциального уравнения n-го порядка и данных (фиксированных) моментов импульсного воздействия $t = t_k$, $k \in \mathbb{N}$, исходное дифференциальное уравнение с импульсным воздействием в моменты времени $t = t_k$, $k \in \mathbb{N}$, имеет периодическое решение, значение которого в начальный момент времени $t_0 < t_1$ совпадает со значениями решения $x^*(t)$ при $t = t_0$.

ASYMPTOTIC PROPERTIES OF SOLUTIONS TO THE n-TH ORDER DIFFERENTIAL EQUATION WITH IMPULSES

We study the problem on existence of such impulse values, that for given (fixed) solution $x^*(t)$ to the n-th order linear differential equation and fixed moments of impulses $t = t_k$, $k \in \mathbb{N}$, the original linear differential equation with impulses at the fixed moment of time $t = t_k$, $k \in \mathbb{N}$, has a periodic solution, the initial values of which at the initial moment $t_0 < t_1$ coincide with values of solution $x^*(t)$ at $t = t_0$.

Київ. нац. ун-т ім. Т. Шевченка, Київ

Одержано
09.09.03