УДК 539.3

В. В. Божидарник[1], В. А. Галазюк[2], В. В. Лаба[2], Г. Т. Сулим[2]

НЕКЛАСИЧНА МОДЕЛЬ ПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ТІЛА З ЩІЛИНОЮ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМУ ЗСУВІ

У межах лінійної моделі теорії пружності запропоновано математичну модель деформування тіла з щілиною при поперечному зсуві, в якій класичні умови відсутності нормальної і дотичної силової взаємодії між берегами щілини доповнено умовою неперервності кутів жорсткого повороту нормальних і дотичних лінійних елементів на фронті щілини. Введено клас фундаментальних розв'язків рівнянь рівноваги статичної теорії пружності з розподіленими в площині щілини об'ємними силами і диполями, на основі яких і запропонованих умов побудовано множину розв'язків задачі про поперечний зсув тіла з щілиною. При цьому доведено, що виконання фізичної умови неперервності кутів жорстких поворотів лінійних елементів на фронті щілини забезпечує регулярний напружено-деформований стан у тілі і є можливим тільки за існування певної зони нормальної силової взаємодії берегів щілини в околі її вістря і стрибка нормальних напружень на її продовженні. Стрибку нормальних напружень на продовженні щілини відповідає певна система розподілених об'ємних сил і диполів, яку можна трактувати як зону пошкодженості матеріалу, а вістря щілини – як пружний шарнір. Якщо не вимагати виконання умови неперервності кутів жорсткого повороту лінійних елементів на фронті щілини, то класичний сингулярний розподіл напружень з кореневою особливістю на вістрі щілини отримується як частковий випадок.

Класична математична модель деформування тіла з щілинами [1, 3, 4] та ін., сформульована з використанням основної для механіки деформівного твердого тіла гіпотези суцільності середовища, призводить до сингулярного у вістрі щілини розподілу напружень, деформацій і компонент вектора $\mathbf{\Omega} = 0.5\,\mathrm{rot}\,\mathbf{u}$, немалості там об'ємної деформації $\theta = \mathrm{div}\,\mathbf{u}$, розривності у зміні пружних кутів повороту лінійних елементів і порушення на фронті щілини закону парності дотичних напружень, який забезпечує урівноваженість моментів за відсутності моментних напружень.

Аналіз множини фундаментальних розв'язків плоскої статичної задачі лінійної теорії пружності, породжених одним класом розподілів у площині щілини масових сил і диполів, свідчить, що залежно від значення введеного параметра q можна отримати як регулярний, так і сингулярний на фронті щілини, зокрема, й класичний (з кореневою особливістю), типи розв'язку. Показано, що у задачі поперечного зсуву тіла з вільною від нормального та дотичного силового впливу щілиною лише регулярний розв'язок забезпечує виконання на фронті щілини закону парності дотичних напружень, гладкість деформацій і кутів повороту в площині щілини, умову малості об'ємного розширення $|\theta| \ll 1$.

Запропонований підхід до постановки задачі є спорідненим з ідеями праць Я. С. Підстригача та його співробітників [5, 6], де несумісність деформацій у певній області тіла (фактично, відхід у ній від моделі ідеально пружного тіла) трактується як певний засіб моделювання бажаного фізичного явища чи дефекту – залишкового зварювального напруження, сформованої дисторсіями щілини тощо.

Отримані результати дають можливість стан рівноваги у вістрі щілини трактувати як своєрідне шарнірне закріплення у пружному масиві вільних поверхонь щілини. Тобто вістря щілини – це специфічний шарнір, причому міра сингулярності напружень визначає тип цього шарніру. Обмеженому розв'язку відповідає пружний шарнір, при якому забезпечується фізично коректна умова неперервності пружних кутів повороту лінійних елементів в околі вістря щілини. У випадку сингулярного розв'язку невиконання останньої умови можна інтерпретувати як властивість пластичного шарніру не передавати обертальні рухи.

Отже, в межах моделі суцільного середовища досягти коректності пружного розв'язку на фронті щілини (виконання умови неперервності пружних кутів повороту у вістрі щілини, обмеженості напружено-деформованого стану тощо) можна додатковим «привантаженням» – або у прикінцевій зоні щілини (наприклад, моделі Баренблатта, Леонова – Панасюка), або поза щілиною у її площині. Таку зону «привантаження» можна також інтерпретувати як лінійчасту область «пошкодженого» матеріалу (зону передруйнування). Для опису зони передруйнування використовують додаткові співвідношення, що відрізняються від основних визначальних співвідношень. Найпростіші моделі такої зони побудували М. Я. Леонов, В. В. Панасюк і Д. Даґдейл.

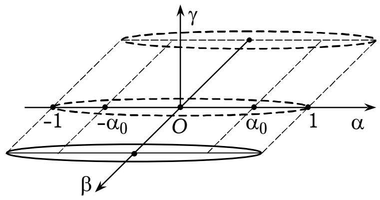

Рис. 1

З точки зору фізики явища класичний сингулярний розв'язок не є коректним в околі вістря (фронту) щілини. Для того щоб досягнути там повної коректності, необхідно на додаток до класичної моделі щілини ввести у розгляд або додаткове навантаження, або постулювати існування зони пошкодженого матеріалу.

1. Однорідний ізотропний пружний простір віднесемо до декартової системи координат ($R\alpha$, β, $R\gamma$) і вважатимемо, що під дією зосереджених у площині $\gamma = 0$ об'ємних диполів і сил зі складовими $X_\alpha(\alpha)$ і $X_\gamma(\alpha)$ у просторі (площина $\alpha O \gamma$) реалізується плоский напружений стан. Тоді для ненульових компонент вектора пружного переміщення $R\,u_\alpha(\alpha,\gamma)$ і $R\,u_\gamma(\alpha,\gamma)$, які задовольняють умови симетрії та антисиметрії

$$u_\alpha(\alpha,-\gamma) = -\,u_\alpha(\alpha,\gamma), \qquad u_\gamma(\alpha,-\gamma) = u_\gamma(\alpha,\gamma),$$

$$u_\alpha(-\,\alpha,\gamma) = u_\alpha(\alpha,\gamma), \qquad u_\gamma(-\,\alpha,\gamma) = -\,u_\gamma(\alpha,\gamma), \tag{1}$$

можна записати систему диференціальних рівнянь рівноваги [1]

$$k^2\partial_\alpha\theta + 2\partial_\gamma\omega_\beta = X_\alpha(\alpha)\delta'(\gamma), \qquad k^2\partial_\gamma\theta - 2\partial_\alpha\omega_\beta = X_\gamma(\alpha)\delta(\gamma), \tag{2}$$

$$X_\alpha(\alpha) = 2\int\limits_0^\infty \left[(k^2+1)A(\xi) - \xi B(\xi)\right]\xi^{-1}\cos\xi\alpha\, d\xi,$$

$$X_\gamma(\alpha) = -\,2\int\limits_0^\infty \left[(k^2-1)A(\xi) + \xi B(\xi)\right]\sin\xi\alpha\, d\xi, \tag{3}$$

$$\theta(\alpha,\gamma) = \partial_\alpha u_\alpha + \partial_\gamma u_\gamma, \qquad \omega_\beta = (\partial_\gamma u_\alpha - \partial_\alpha u_\gamma)/2, \tag{4}$$

де R – параметр, що має розмірність довжини; $k^2 = (\lambda + 2\mu)/\mu$; λ і μ – сталі Ляме; ∂_α і ∂_γ – оператори диференціювання за α і γ відповідно; $\delta(\gamma)$ і $\delta'(\gamma)$ – відповідно дельта-функція Дірака та її похідна; функції $A(\xi)$ і $B(\xi)$ визначають закон розподілу об'ємних сил і диполів у площині $\gamma = 0$ пружного простору.

Використовуючи правила диференціювання розривних функцій [2] безпосередньою підстановкою можна переконатися у тому, що функції

$$u_\alpha(\alpha,\gamma) = \operatorname{sgn}\gamma \int_0^\infty \left[(k^2+1)A(\xi) - \xi B(\xi)\right]\xi^{-1} e^{-\xi|\gamma|}\cos\xi\alpha\, d\xi -$$

$$- (k^2-1)\,\gamma \int_0^\infty A(\xi)\, e^{-\xi|\gamma|}\cos\xi\alpha\, d\xi\,, \tag{5}$$

$$u_\gamma(\alpha,\gamma) = \int_0^\infty B(\xi)\, e^{-\xi|\gamma|}\sin\xi\alpha\, d\xi + (k^2-1)|\,\gamma\,| \int_0^\infty A(\xi) e^{-\xi|\gamma|}\sin\xi\alpha\, d\xi\,, \tag{6}$$

$$\theta(\alpha,\gamma) = -\,2\operatorname{sgn}\gamma \int_0^\infty A(\xi) e^{-\xi|\gamma|}\sin\xi\alpha\, d\xi\,, \tag{7}$$

$$\omega_\beta(\alpha,\gamma) = \delta(\gamma)\int_0^\infty \left[(k^2+1)A(\xi) - \xi B(\xi)\right] e^{-\xi|\gamma|}\,\xi^{-1}\cos\xi\alpha\, d\xi -$$

$$- k^2 \int_0^\infty A(\xi) e^{-\xi|\gamma|}\cos\xi\alpha\, d\xi \tag{8}$$

є розв'язками рівнянь (2) з правою частиною у вигляді (3), задовольняють умови (1) і при відповідних обмеженнях на функції $A(\xi)$ і $B(\xi)$ заникають при $|\,\alpha\,| \to \infty,\ \ |\,\gamma\,| \to \infty$.

Відповідно до закону Гука та подань (5) і (6) для компонент тензора напружень $\sigma_{\alpha\gamma}(\alpha,\gamma)$ і $\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\gamma)$ одержимо такі вирази:

$$\sigma_{\alpha\gamma}(\alpha,\gamma) = 2\mu\delta(\gamma)\int_0^\infty \left[(k^2+1)A(\xi) - \xi B(\xi)\right]\xi^{-1}\cos\xi\alpha\, d\xi -$$

$$- 2\mu\int_0^\infty \left[k^2 A(\xi) - \xi B(\xi)\right] e^{-\xi|\gamma|}\cos\xi\alpha\, d\xi +$$

$$+ 2(\lambda+\mu)|\,\gamma\,|\int_0^\infty \xi A(\xi) e^{-\xi|\gamma|}\cos\xi\alpha\, d\xi\,, \tag{9}$$

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\gamma) = 2\mu\operatorname{sgn}\gamma\int_0^\infty \left[A(\xi) - \xi B(\xi)\right] e^{-\xi|\gamma|}\sin\xi\alpha\, d\xi -$$

$$- 2(\lambda+\mu)\gamma\int_0^\infty \xi A(\xi) e^{-\xi|\gamma|}\sin\xi\alpha\, d\xi\,. \tag{10}$$

Розв'язки (5)–(8) рівнянь (2) і (4) з правими частинами (3) і співвідношення (9), (10) визначено з урахуванням формальних [2] співвідношень $(\operatorname{sgn}\gamma)' = 2\delta(\gamma)$, $\ f(\gamma)\delta(\gamma) = f(0)\delta(\gamma)$, $\ f(\gamma)\delta'(\gamma) = f(0)\delta'(\gamma) - f'(0)\delta(\gamma)$, де $\operatorname{sgn}\gamma = 1$, якщо $\gamma > 0$; $\operatorname{sgn} 0 = 0$ і $\operatorname{sgn}\gamma = -1$, якщо $\gamma < 0$.

Аналіз виразів (7) і (10) дає можливість сформулювати

Твердження 1. *Якщо компоненти вектора пружного переміщення є фундаментальною системою розв'язків рівнянь* (2) *з правою частиною* (3) *і* $A(\xi) \ne 0$, $A(\xi) - \xi B(\xi) \ne 0$, *то об'ємна деформація* $\theta(\alpha,\beta)$ *і нормальне напруження* $\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\gamma)$ *мають стрибок при переході через площину* $\gamma = 0$.

2. Як важливий приклад застосування фундаментальних розв'язків (5) і (6) знайдемо такий закон розподілу $A(\xi)$ і $B(\xi)$ об'ємних сил і диполів (3) у площині $\gamma = 0$, щоб за поперечного зсуву простору дотичними напруженнями $\sigma_{\alpha\gamma}^{\infty} = \sigma_{\gamma\alpha}^{\infty} = \tau^0 = \mu\gamma^0$ реалізовувалися крайові умови для розміщеної у площині $\gamma = 0$ щілини з вільними від нормального та дотичного силового впливу берегами:

$$\sigma_{\alpha\gamma}(\alpha, \pm 0) = 0, \qquad \sigma_{\gamma\gamma}(\alpha, \pm 0) = 0, \qquad 0 \le |\alpha| \le 1, \tag{11}$$

а також фізично коректна умова неперервності вздовж осі γ переміщення $u_\alpha(\alpha, \pm 0)$ на продовженні щілини $1 \le |\alpha| < \infty$. Відповідно до виразу (5) ця умова буде виконана, якщо

$$\int_0^\infty \left[(k^2+1)A(\xi) - \xi B(\xi) \right] \xi^{-1} \cos \xi\alpha \, d\xi = 0, \qquad 1 \le |\alpha| < \infty. \tag{12}$$

Для побудови математичної моделі напружено-деформованого стану в тілі з щілиною, яка не суперечить лінійній моделі твердого деформівного тіла сформулюємо

Твердження 2. *Якщо в умовах поставленої задачі компонента* $\omega_\beta(\alpha, \gamma)$ *вектора локального жорсткого повороту* $\mathbf{\Omega}$ *задовольняє граничну рівність*

$$\lim_{|\alpha| \to 1-0} \omega_\beta(\alpha, \pm 0) = \lim_{|\alpha| \to 1+0} \omega_\beta(\alpha, \pm 0), \tag{13}$$

то компоненти $u_\alpha(\alpha, \gamma)$ *і* $u_\gamma(\alpha, \gamma)$ *вектора пружного переміщення є неперервно диференційовними функціями змінної* α *в усіх точках зайнятого тілом об'єму. Це забезпечує регулярний напружено-деформований стан у тілі з щілиною і гладкість деформованої поверхні* $\gamma = 0$ *у точці* $|\alpha| = 1$.

З огляду на лінійність задачі компоненти вектора пружного переміщення і тензора напружень подамо у вигляді суперпозиції основного стану, викликаного однорідним полем дотичних напружень на безмежності, і додаткового − від зосереджених у площині $\gamma = 0$ об'ємних сил і диполів (3):

$$u_\alpha(\alpha, \gamma) = u_\alpha^0(\alpha, \gamma) + u_\alpha^1(\alpha, \gamma), \qquad u_\gamma(\alpha, \gamma) = u_\gamma^0(\alpha, \gamma) + u_\gamma^1(\alpha, \gamma),$$

$$\omega_\beta(\alpha, \gamma) = \omega_\beta^0(\alpha, \gamma) + \omega_\beta^1(\alpha, \gamma), \tag{14}$$

$$\sigma_{\alpha\gamma}(\alpha, \gamma) = \sigma_{\alpha\gamma}^0(\alpha, \gamma) + \sigma_{\alpha\gamma}^1(\alpha, \gamma), \qquad \sigma_{\gamma\gamma}(\alpha, \gamma) = \sigma_{\gamma\gamma}^0(\alpha, \gamma) + \sigma_{\gamma\gamma}^1(\alpha, \gamma),$$

$$\theta(\alpha, \gamma) = \theta^0(\alpha, \gamma) + \theta^1(\alpha, \gamma). \tag{15}$$

У рівностях (14) і (15) основний напружено-деформований стан визначається так:

$$u_\alpha^0 = \frac{1}{2}\tau^0\gamma, \quad u_\gamma^0 = \frac{1}{2}\tau^0\alpha, \quad \sigma_{\alpha\gamma}^0 = \mu\tau^0, \quad \sigma_{\gamma\gamma}^0 = 0, \quad \omega_\beta^0 = 0, \quad \theta^0 = 0.$$

Відповідно до співвідношень (14) і (15) умови (11) будуть виконані, якщо у виразах (9) і (10) функції $A(\xi)$ і $B(\xi)$ визначатимуться розв'язками інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду

$$\int_0^\infty \left[k^2 A(\xi) - \xi B(\xi) \right] \cos \xi\alpha \, d\xi = \frac{1}{2}\tau^0, \qquad 0 \le |\alpha| \le 1, \tag{16}$$

$$\int_0^\infty \left[A(\xi) - \xi B(\xi) \right] \sin \xi\alpha \, d\xi = 0, \qquad 0 \le |\alpha| \le 1, \tag{17}$$

а також не суперечитимуть інтегральному рівнянню (12).

Подальші дослідження базуватимуться на властивостях розривних інтегралів Фур'є:

$$\int_0^\infty \frac{J_\nu(\xi)\sin\xi\alpha}{\xi^\lambda}d\xi =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{\Gamma\left(\dfrac{2-\lambda+\nu}{2}\right)\alpha F\left(\dfrac{2-\lambda+\nu}{2};\dfrac{2-\lambda-\nu}{2};\dfrac{3}{2};\alpha^2\right)}{2^{\lambda-1}\Gamma\left(\dfrac{\nu+\lambda}{2}\right)}, & 0 \le |\alpha| \le 1, \\ \dfrac{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\dfrac{2-\lambda+\nu}{2}\right)F\left(\dfrac{2-\lambda+\nu}{2};\dfrac{1-\lambda+\nu}{2};\nu+1;\dfrac{1}{\alpha^2}\right)\operatorname{sgn}\alpha}{2^\lambda\Gamma(\nu+1)\Gamma\left(\dfrac{1+\lambda-\nu}{2}\right)|\alpha|^{\nu-\lambda+1}}, & |\alpha| \ge 1, \end{cases} \tag{18}$$

$$\int_0^\infty \frac{J_\nu(\xi)\cos\xi\alpha}{\xi^\lambda}d\xi =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{\Gamma\left(\dfrac{1-\lambda+\nu}{2}\right)\alpha F\left(\dfrac{1-\lambda+\nu}{2};\dfrac{1-\lambda-\nu}{2};\dfrac{1}{2};\alpha^2\right)}{2^{\lambda}\Gamma\left(\dfrac{\nu+\lambda+1}{2}\right)}, & 0 \le |\alpha| \le 1, \\ \dfrac{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\dfrac{1-\lambda+\nu}{2}\right)F\left(\dfrac{1-\lambda+\nu}{2};\dfrac{2-\lambda+\nu}{2};\nu+1;\dfrac{1}{\alpha^2}\right)}{2^\lambda\Gamma(\nu+1)\Gamma\left(\dfrac{\lambda-\nu}{2}\right)|\alpha|^{\nu-\lambda+1}}, & |\alpha| \ge 1, \end{cases} \tag{19}$$

де $\lambda > -0.5$. У виразах (18), (19) $\Gamma(x)$ – ґамма-функція; $F(a;b;c;x^2)$ – гіпергеометрична функція Ґаусса, яка визначається гіпергеометричним рядом

$$F(a;b;c;x^2) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma(a+k)\Gamma(b+k)}{\Gamma(c+k)}\cdot\frac{x^{2k}}{k!} \tag{20}$$

з одиничним радіусом збіжності при $c-a-b>0$, причому

$$F(a;b;c;1) = \frac{\Gamma(c)\Gamma(c-a-b)}{\Gamma(c-a)\Gamma(c-b)}; \tag{21}$$

$$F(a;b;c;x^2) = (1-x^2)^{c-a-b}F(c-a;c-b;c;x^2). \tag{22}$$

Зазначимо, що при $a=-k$ або $b=-k$ $(k \in N_0)$ ряд (20) зводиться до полінома степеня $2k$ [7], який можна подати через поліноми Якобі.

Якщо функції $k^2A(\xi)-\xi B(\xi)$ і $(k^2+1)A(\xi)-\xi B(\xi)$, які є розв'язками інтегральних рівнянь (12) і 16), подати у вигляді

$$k^2A(\xi)-\xi B(\xi) = \frac{2^{q-1}\tau^0}{\Gamma(1-q)}\frac{J_{1-q}(\xi)}{\xi^q}, \qquad q > -0.5, \tag{23}$$

$$(k^2+1)A(\xi)-\xi B(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty}a_n\frac{J_{2n+r}(\xi)}{\xi^{r-1}}, \qquad r > 0.5, \tag{24}$$

де $J_s(\xi)$ – функції Бесселя першого роду порядку s, то інтегральні рівняння (12) і (16) задовольняються тотожно при довільних значеннях $q > -0.5$ і $r > 0.5$, а інтегральне рівняння (17) зводиться після інтегрування до такого рівняння стосовно коефіцієнтів b_n:

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n F\left(n+\frac{3}{2}; -n-r+\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \alpha^2\right) = F\left(\frac{3}{2}-q; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \alpha^2\right), \tag{25}$$

$$b_n = \frac{4\sqrt{\pi}\,(k^2-1)\,\Gamma(1-q)\,\Gamma(n+1.5)}{2^r k^2\, \tau^0\, \Gamma(1.5-q)\,\Gamma(n+r-0.5)}\, a_n\,.$$

За відомими функціями

$$A(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{I_{2n+r}(\xi)}{\xi^{r-1}} - \frac{\tau^0\, 2^{q-1}}{\Gamma(1-q)} \cdot \frac{I_{1-q}(\xi)}{\xi^q}, \tag{26}$$

$$B(\xi) = k^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{I_{2n+r}(\xi)}{\xi^r} - \frac{\tau^0\,(k^2+1)\,2^{q-1}}{\Gamma(1-q)} \cdot \frac{I_{1-q}(\xi)}{\xi^{q+1}}, \tag{27}$$

означеними рівностями (23) і (24), і формулами (5)–(10) можна повністю визначити напружено-деформований стан у тілі з точністю до параметрів $q > -0.5$ і $r > 0.5$.

3. Знайдемо розподіл переміщень, напружень, об'ємної деформації θ і компоненти ω_β локального жорсткого повороту в площині $\gamma = 0$. Для цього у формули (5)–(10) підставимо вирази $A(\xi)$ і $B(\xi)$, означені рівностями (26) і (27), і обчислимо при $\gamma = 0$ розривні інтеграли Фур'є. В результаті за формулами (18) і (19) одержимо

– *в області* $0 \le |\alpha| \le 1$:

$$u_\alpha(\alpha, \pm 0) = \pm \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\Gamma(n+0.5)\, F(n+0.5; -n-r+0.5; 0.5; \alpha^2)}{2^r\, \Gamma(n+r+0.5)}, \tag{28}$$

$$u_\gamma(\alpha, \pm 0) = k^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\Gamma(n+1)\,\alpha\, F(n+1; -n-r+1; 1.5; \alpha^2)}{2^{r-1}\Gamma(n+r)} - \frac{1}{2} k^2 \gamma^0 \alpha\,, \tag{29}$$

$$\theta(\alpha, \pm 0) = \mp 2 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\Gamma(n+1.5)\,\alpha (1-\alpha^2)^{r-1.5}\, F(-n; n+r; 1.5; \alpha^2)}{2^{r-2}\, \Gamma(n+r-0.5)} - \right.$$

$$\left. - \frac{\alpha\gamma^0 \Gamma(1.5-q)\, F(1.5-q; 0.5; 1.5; \alpha^2)}{\sqrt{\pi}\, \Gamma(1-q)} \right\}, \tag{30}$$

$$\omega_\beta(\alpha, \pm 0) = \frac{1}{2} k^2 \gamma^0 - k^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\Gamma(n+1)\, F(n+1; -n-r+1; 0.5; \alpha^2)}{2^{r-1}\, \Gamma(n+r)}, \tag{31}$$

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha, \pm 0) = \pm \frac{2\mu\, k^2\, \gamma^0\, \Gamma(1.5-q)}{\sqrt{\pi}\, \Gamma(1-q)} \left\{ F(1.5-q; 0.5; 1.5; \alpha^2) - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=0}^{\infty} b_n F(n+1.5; -n-r+1.5; 1.5; \alpha^2) \right\}; \tag{32}$$

– *в області* $1 \le |\alpha| < \infty$:

$$u_\alpha(\alpha, \pm 0) = 0\,,$$

$$u_\gamma(\alpha, \pm 0) = k^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(n+1) F(n+1; n+0.5; 2n+r+1; \alpha^{-2})}{2^r\, \Gamma(2n+r+1)\, \Gamma(-n+0.5) |\alpha|^{2n+1}} \operatorname{sgn}\alpha -$$

$$- \frac{(k^2+1)\,\gamma^0\, \sqrt{\pi}\, F(1-q; 0.5-q; 2-q; \alpha^{-2})}{4\,\Gamma(2-q)\,\Gamma(q+0.5) |\alpha|^{1-2q}} \operatorname{sgn}\alpha + \frac{1}{2}\gamma^0 \alpha\,, \tag{33}$$

$$\theta(\alpha, \pm 0) = \pm \frac{\gamma^0 \sqrt{\pi}\, \Gamma(1.5-q)\, F(1.5-q; 1-q; 2-q; \alpha^{-2})}{\Gamma(1-q)\, \Gamma(2-q)\, \Gamma(q) |\, \alpha\, |^{2-2q}} \operatorname{sgn} \alpha\,, \tag{34}$$

$$\omega_\beta(\alpha, \pm 0) = -k^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\sqrt{\pi}\, \Gamma(n+1)\, F(n+1; n+1.5; 2n+r+1; \alpha^{-2})}{2^{r-1} \Gamma(2n+r+1) \Gamma(-n-0.5) |\, \alpha\, |^{2n+2}} +$$

$$+ \frac{k^2 \gamma^0 \sqrt{\pi}\, F(1-q; 1.5-q; 2-q; \alpha^{-2})}{2\Gamma(2-q)\Gamma(q-0.5) |\, \alpha\, |^{2-2q}}\,, \tag{35}$$

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha, \pm 0) = \pm \frac{2\mu\, k^2 \gamma^0 \sqrt{\pi}\, \Gamma(1.5-q)\, F(1.5-q; 1-q; 2-q; \alpha^{-2})}{\Gamma(1-q)\, \Gamma(2-q)\, \Gamma(q) |\, \alpha\, |^{2-2q}} \operatorname{sgn} \alpha\,, \tag{36}$$

$$\sigma_{\alpha\gamma}(\alpha, \pm 0) = \mu\, \gamma^0 - \frac{\mu\, \gamma^0 \sqrt{\pi}\, F(1-q; 1.5-q; 2-q; \alpha^{-2})}{\Gamma(2-q)\, \Gamma(q-0,5) |\, \alpha\, |^{2-2q}}\,. \tag{37}$$

Оскільки згідно з виразами (31) і (35) компоненти $\omega_\beta(\alpha, \pm 0)$ вектора локального жорсткого повороту мають різні аналітичні вирази в областях $0 \le |\,\alpha\,| \le 1$ і $1 \le |\,\alpha\,| < \infty$, то внаслідок умови збіжності гіпергеометричного ряду при $|\,\alpha\,| = 1$ гранична рівність (13) виконуватиметься тоді й тільки тоді, якщо

$$0.5 < q < 1, \qquad 1.5 < r < 2, \qquad r = q + 1\,. \tag{38}$$

Зазначимо, що обмеження параметра q зверху випливає з обмеженості напруженого стану при $|\,\alpha\,| \to \infty$.

Тепер безпосередньою перевіркою можна переконатися у тому, що, коли виконуються нерівності (38), всі характеристики напружено-деформованого стану в тілі з щілиною при поперечному зсуві є регулярними у точці $|\,\alpha\,| = 1$ і задовольняють аналогічні до (13) граничні рівності, причому згідно з виразом (34) об'ємна деформація $\theta(\alpha, \pm 0)$ має порядок γ^0 при величині дотичного напруження на нескінченності $\sigma_{\alpha\gamma}^{\infty} = \mu\gamma^0$.

Аналіз виразів (28)–(37) дає можливість сформулювати

Твердження 3. *Нормальне напруження* $\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha, \pm 0)$, *дотичне напруження* $\sigma_{\alpha\gamma}(\alpha, \pm 0)$ *і об'ємна деформація* $\theta(\alpha, \pm 0)$ *у тілі з щілиною на її продовженні залежать тільки від параметра* q *і від зовнішнього навантаження* $\sigma_{\alpha\gamma}^{\infty} = \mu\gamma^0$.

4. Доведемо, що за відсутності нормальної дії на береги щілини (таку ситуацію можна трактувати як граничну пружну рівновагу в тілі з щілиною при поперечному зсуві) напружено-деформований стан у тілі залежить тільки від параметра q.

Зазначимо, що функціональне рівняння (25), яке відповідає умові відсутності нормальної силової взаємодії берегів щілини в усьому інтервалі $0 \le |\,\alpha\,| \le 1$, має єдиний розв'язок – набір коефіцієнтів b_n тільки при $r = 1.5$. Дійсно, в цьому випадку ліва частина рівняння (25) набуде вигляду

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n F(n+1.5; -n; 1.5; \alpha^2) = F(1.5-q; 0.5; 1.5; \alpha^2) \tag{39}$$

і стає рядом за повною системою функцій, якими є гіпергеометричні функції $F(n+1.5;-n;1.5;\alpha^2)$. Тому на підставі апроксимаційної теореми Вейєрштрасса рівняння (39) має єдиний набір коефіцієнтів b_n за довільної неперервної правої частини, якою є функція $F(1.5-q;0.5;1.5;\alpha^2)$ при $q>0.5$. Таким чином, умова $\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\pm 0)=0$ може бути виконана у всьому інтервалі $0\le|\alpha|\le 1$ тільки при $r=1.5$. При цьому значенні r друга з нерівностей (38) не виконується і, як наслідок, компонента $\omega_\beta(\alpha,\pm 0)$ вектора локального жорсткого повороту має логарифмічну особливість у точці $|\alpha|=1$, а нормальне напруження $\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\pm 0)=0$ та об'ємна деформація $\theta(\alpha,\pm 0)$ мають у цій точці стрибок:

$$\lim_{|\alpha|\to 1+0}\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\pm 0)-\lim_{|\alpha|\to 1-0}\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\pm 0)=$$

$$=\frac{2\mu k^2\gamma^0\,\Gamma(1.5-q)\,\Gamma(q-0.5)}{\Gamma(q)\,\Gamma(1-q)}=2\mu k^2\gamma^0\operatorname{tg}\pi q,$$

$$\lim_{|\alpha|\to 1-0}\theta(\alpha,\pm 0)-\lim_{|\alpha|\to 1+0}\theta(\alpha,\pm 0)=$$

$$=2\sqrt{2}\sum_{n=0}^{\infty}a_n\frac{\Gamma(n+1.5)\,F(-n;n+1.5;1.5;1)}{\Gamma(n+1)},\qquad(40)$$

і дотичне напруження $\sigma_{\alpha\gamma}(\alpha,\pm 0)$ залишається неперервним, забезпечуючи тим самим виконання закону парності дотичних напружень. Наявність стрибків (40) з точки зору фізики явища можна трактувати і як втрату стійкості геометрії щілини в околі точки $|\alpha|=1$.

Вкажемо на можливий аналітико-експериментальний спосіб визначення параметра q у стані граничної пружної рівноваги. Для цього за формулою (28) обчислимо

$$\frac{\partial u_\alpha(\alpha,\pm 0)}{\partial\alpha}=\mp\sum_{n=0}^{\infty}a_n\frac{\sqrt{2}\,\Gamma(n+1.5)}{\Gamma(n+1)}\,\alpha\,F\left(n+\frac{3}{2};-n;\frac{3}{2};\alpha^2\right),$$

звідки з урахуванням зв'язку (25) між коефіцієнтами a_n і b_n знайдемо, що

$$\frac{\partial u_\alpha(\alpha,\pm 0)}{\partial\alpha}=\mp\frac{k^2\gamma^0\,\Gamma(1.5-q)\,\alpha}{\sqrt{\pi}\,(k^2-1)\,\Gamma(1-q)}\sum_{n=0}^{\infty}b_n\,F\left(n+\frac{3}{2};-n;\frac{3}{2};\alpha^2\right),$$

і з огляду на рівність (25) остаточно одержимо, що в стані граничної пружної рівноваги

$$\frac{\partial u_\alpha(\alpha,\pm 0)}{\partial\alpha}=\mp\frac{k^2\gamma^0\,\Gamma(1.5-q)}{\sqrt{\pi}\,(k^2-1)\,\Gamma(1-q)}\,\alpha\,F\left(\frac{3}{2}-q;\frac{1}{2};\frac{3}{2};\alpha^2\right).\qquad(41)$$

Після інтегрування виразу (41) і визначення сталої інтегрування з умови $u_\alpha(\alpha,\pm 0)=0$ при $|\alpha|=1$ знайдемо залежність відносного зміщення берегів щілини від зовнішнього навантаження та параметра q:

$$u_\alpha(\alpha,\pm 0)=$$

$$=\pm\frac{k^2\gamma^0\,\Gamma(0.5-q)}{\sqrt{\pi}\,(k^2-1)\,\Gamma(1-q)}\left[F\left(\frac{1}{2}-q;-\frac{1}{2};\frac{1}{2};\alpha^2\right)-\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(q+0.5)}{\Gamma(q)}\right].\qquad(42)$$

За формулою (42) визначимо відносне зміщення берегів щілини в точці $\alpha=0$. Оскільки $F(0.5-q;-0.5;0.5;0)=1$, то

$$u_\alpha(0,\pm 0) = \mp \frac{k^2\,\gamma^0\,\Gamma(0.5-q)}{\sqrt{\pi}\,(k^2-1)\,\Gamma(1-q)}\left[\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(q+0.5)}{\Gamma(q)} - 1\right], \tag{43}$$

тобто, як і слід було очікувати, при $\sigma_{\alpha\gamma}^{\infty} > 0$ край $\gamma = +0$ щілини зміщується у від'ємному напрямі осі α. Формула (43) може слугувати для обчислення параметра q за експериментально виміряним відносним зміщенням берегів щілини у її центрі (при $\alpha = 0$).

Крайову умову $\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\pm 0) = 0$ при $0 \le |\alpha| \le 1$, математичним виразом якої є функціональне рівняння (25), можна задовольнити іншим способом. Зокрема, вважатимемо формально, що $b_0 = 1$, $a_0 = \dfrac{k^2\,\gamma^0}{2(k^2-1)}$, $b_n = 0$, $n \in \mathbb{N}$. Тоді рівняння (25), а з ним і друга з крайових умов (11), виконуватимуться, якщо

$$q = 0, \qquad r = 1, \tag{44}$$

оскільки гіпергеометричні функції Ґаусса в рівнянні (25) при умові (44) збігаються і мають при $|\alpha| = 1$ однакову кореневу особливість. Очевидно, що при значеннях (44) параметрів q і r існує ще один розв'язок сформульованої задачі, проте гранична рівність (13) при цьому не буде виконуватися.

Визначимо розподіл переміщень, напружень, об'ємної деформації $\theta(\alpha,\gamma)$ і компоненти $\omega_\beta(\alpha,\gamma)$ вектора локального жорсткого повороту у площині $\gamma = 0$.

Використовуючи формули підсумовування гіпергеометричних рядів [7]

$$F(c;b;c;\alpha^2) = (1-\alpha^2)^b, \qquad F\left(1;\frac{1}{2};2;\alpha^{-2}\right) = \frac{2|\alpha|}{|\alpha| + \sqrt{\alpha^2-1}},$$

$$F\left(\frac{3}{2};1;2;\alpha^{-2}\right) = \frac{2\alpha^2}{\sqrt{\alpha^2-1}\left(|\alpha| + \sqrt{\alpha^2-1}\right)},$$

одержимо

– *в області* $0 \le |\alpha| < 1$:

$$u_\alpha(\alpha,\pm 0) = \pm \frac{\gamma^0\,k^2}{2(k^2-1)}\sqrt{1-\alpha^2}, \qquad u_\gamma(\alpha,\pm 0) = \frac{\gamma^0\,k^2}{2(k^2-1)}\,\alpha, \tag{45}$$

$$\theta(\alpha,\pm 0) = \mp \frac{\gamma^0}{k^2-1}\frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}, \qquad \omega_\beta(\alpha,\pm 0) = -\frac{\gamma^0\,k^2}{2(k^2-1)}, \tag{46}$$

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\pm 0) = 0, \qquad \sigma_{\alpha\gamma}(\alpha,\pm 0) = 0, \tag{47}$$

– *в області* $1 < |\alpha| < \infty$:

$$u_\alpha(\alpha,\pm 0) = 0, \qquad u_\gamma(\alpha,\pm 0) = \frac{\gamma^0\,\operatorname{sgn}\alpha}{2(k^2-1)\left(|\alpha| + \sqrt{\alpha^2-1}\right)} + \frac{1}{2}\gamma^0\,\alpha, \tag{48}$$

$$\theta(\alpha,\pm 0) = 0, \qquad \omega_\beta(\alpha,\pm 0) = \frac{k^2\,\gamma^0}{2(k^2-1)}\left(\frac{|\alpha|}{\sqrt{\alpha^2-1}} - 1\right), \tag{49}$$

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha,\pm 0) = 0, \qquad \sigma_{\alpha\gamma}(\alpha,\pm 0) = \frac{\mu\,\gamma^0\,|\alpha|}{\sqrt{\alpha^2-1}}. \tag{50}$$

Отримані вирази (45)–(50) відповідають відомій, покладеній в основу механіки руйнування, моделі класичного сингулярного розподілу напружень із кореневою особливістю на краю $|\alpha| = 1$ щілини.

Як уже було доведено, виконання граничної рівності (13) забезпечує неперервність усіх характеристик напружено-деформованого стану в тілі з щілиною за змінною α. Тому внаслідок рівності $2\mu\,\partial_\alpha u_\gamma = \sigma_{\alpha\gamma} - 2\mu\,\omega_\beta$ виконуватиметься також гранична рівність

$$\lim_{|\alpha|\to 1-0} \partial_\alpha u_\gamma = \lim_{|\alpha|\to 1+0} \partial_\alpha u_\gamma\,, \tag{51}$$

яка свідчить про однаковість пружних поворотів у точці $|\alpha| = 1$ і підтверджує гладкість деформованої поверхні $\gamma = 0$.

Таким чином, за виконання умови (13) точки $|\alpha| = 1$ площини $\gamma = 0$ (фронт щілини) з точки зору фізики явища можна трактувати як специфічний пружний шарнір.

Зазначимо, що відповідно до виразів (45) і (48) класичного розв'язку з кореневою особливістю граничні рівності (13) і відповідно (51) не виконуються, а тому фронт щілини $|\alpha| = 1$ площини $\gamma = 0$ у класичній моделі можна трактувати як пластичний шарнір, причому відносні зміщення берегів щілини $u_\alpha(\alpha, \pm 0)$ у точці $\alpha = 0$, обчислені за формулою (43) при $q = 0$, і (45), збігаються.

5. Для побудови математичної моделі з неперервним розподілом усіх компонент тензора напружень у вершині щілини $|\alpha| = 1$ вважатимемо, що фронт щілини є пружним шарніром і гранична рівність (13) виконується, а, отже, виконуються нерівності (38). Додатково припустимо, що існує певна ділянка $\alpha_0 \le |\alpha| \le 1$, яка залежить від параметра $r > 1.5$, у якій відбувається нормальна силова взаємодія між берегами щілини, а тому друга з умов (11) набуде вигляду

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha, \pm 0) = 0, \qquad 0 \le |\alpha| \le \alpha_0 < 1\,. \tag{52}$$

Зазначимо, що у δ_c-моделі Леонова – Панасюка теж постулюється існування зони взаємодії у прикінцевій зоні щілини, але у задачі поперечного зсуву там постулюється зсувна взаємодія.

Для виконання крайової умови (52) при $r > 1.5$ і $q > 0.5$ рівняння (25) перетворимо за формулою (33) і, враховуючи, що

$$F(-n; n + r; 1.5; \alpha^2) = \frac{n!\sqrt{\pi}}{2\,\Gamma(n + 1.5)}\, P_n^{(0.5;\, r-1.5)}(1 - 2\alpha^2)$$

– поліноми Якобі з аргументом $(1 - 2\alpha^2)$, одержимо таке функціональне рівняння:

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n P_n^{(0.5;\, r-1.5)}(1 - \alpha^2) =$$

$$= \frac{2\,\Gamma(n + 1.5)}{\sqrt{\pi}\, n!}\, \frac{F(1.5 - q; 0.5; 1.5; \alpha^2)}{(1 - \alpha^2)^{r-1.5}}, \qquad 0 \le |\alpha| \le \alpha_0 < 1\,. \tag{53}$$

Внаслідок умови ортогональності поліномів Якобі [7]

$$\int_0^1 \alpha^2(1-\alpha^2)^{r-1.5} P_n^{(0.5;\, r-1.5)} P_m^{(0.5;\, r-1.5)}\, d\alpha =$$

$$= \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ \dfrac{\Gamma(n+1.5)\Gamma(n+r-0.5)}{2n!(2n+r)\Gamma(n+r)}, & m = n, \end{cases}$$

розв'язок функціонального рівняння (53) запишемо так:

$$b_n =$$

$$= \frac{4(2n+r)\,\Gamma(n+r)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(n+r-0.5)} \int_0^1 \alpha^2 F(1.5-q; 0.5; 1.5; \alpha^2)\, P_n^{(0.5;\, r-1.5)}\, d\alpha, \quad r > 1.5\,,$$

причому на підставі апроксимаційної теореми Вейєрштрасса ряд (53) буде збігатися у всьому інтервалі $0 \le |\,\alpha\,| \le \alpha_0 < 1$.

6. Обчислимо розподіл об'ємних сил і диполів у площині $\gamma = 0$, які забезпечують регулярний розподіл напружень, об'ємної деформації $\theta(\alpha, \gamma)$ і компоненти $\omega_\beta(\alpha, \gamma)$ вектора локального жорсткого повороту в околі вістря щілини при поперечному зсуві. Для цього у формули (3) підставимо функції $A(\xi)$ і $B(\xi)$, означені виразами (23) і (24). Після обчислення розривних інтегралів Фур'є за формулами (18) і (19) одержимо

– *в області* $0 \le |\,\alpha\,| \le 1$:

$$X_\alpha(\alpha) = 2\sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\Gamma(n+0.5)\,(1-\alpha^2)^{r-0.5}\, F(-n; n+r; 0.5; \alpha^2)}{2^r\, \Gamma(n+r+0.5)},$$

$$X_\gamma(\alpha) = 2\sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\Gamma(n+1.5)\,\alpha\,(1-\alpha^2)^{r-1.5}\, F(-n; n+r; 1.5; \alpha^2)}{2^{r-2}\, \Gamma(n+r-0.5)} -$$

$$- \frac{2\gamma^0\, \Gamma(1.5-q)\,\alpha\, F(1.5-q; 0.5; 1.5; \alpha^2)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(1-q)}$$

– *в області* $1 \le |\,\alpha\,| < \infty$:

$$X_\alpha(\alpha) \equiv 0\,,$$

$$X_\gamma(\alpha) = -\frac{\gamma^0 \sqrt{\pi}\, \Gamma(1.5-q)\, F(1.5-q; 1-q; 2-q; \alpha^{-2})}{\Gamma(q)\,\Gamma(1-q)\,\Gamma(2-q)\,|\,\alpha\,|^{2-2q}} \operatorname{sgn}\alpha\,.$$

Зауважимо, що при виконанні умов (38) $X_\alpha(\alpha)$ і $X_\gamma(\alpha)$ є неперервними в точці $|\,\alpha\,| = 1$ і тим самим компенсують стрибок (36) нормального напруження $\sigma_{\gamma\gamma}(\alpha, \pm 0)$ на продовженні щілини.

Знайдемо тепер розподіл об'ємних сил і диполів зі складовими $X_\alpha(\alpha)$ і $X_\gamma(\alpha)$ у класичному випадку за умови (44). При цьому в області $0 \le |\,\alpha\,| \le 1$

$$X_\alpha(\alpha) = \frac{k^2\gamma^0}{k^2-1}\sqrt{1-\alpha^2}\,, \qquad X_\gamma(\alpha) = \frac{\gamma^0}{k^2-1}\,\frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}$$

і $X_\alpha(\alpha) = X_\gamma(\alpha) = 0$ в області $1 < |\,\alpha\,| < \infty$. Таким чином, у класичному випадку складова $X_\alpha(\alpha)$ є неперервною при $|\,\alpha\,| = 1$, а $X_\gamma(\alpha)$ має кореневу особливість, чим і зумовлений сингулярний розподіл характеристик напружено-деформованого стану на фронті $|\,\alpha\,| = 1$.

1. *Божидарник В. В., Сулим Г. Т.* Елементи теорії пластичності та міцності. − Львів: Світ, 1999. − 945 с.
2. *Владимиров В. С.* Обобщенные функции в математической физике. − М.: Наука, 1976. − 280 с.
3. *Панасюк В. В.* Механика квазихрупкого разрушения материалов. − К.: Наук. думка, 1991. − 416 с.
4. *Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Партон В. З.* Основы механики разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1988. – 488 с.
5. *Підстригач Я. С.* Вибрані праці. – К.: Наук. думка, 1995. – 460 с.
6. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М.* Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. – Киев: Наук. думка, 1991. – 296 с.
7. *Справочник* по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. − М.: Наука, 1979. − 830 с.

НЕКЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ТЕЛА С ЩЕЛЬЮ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ СДВИГЕ

В рамках линейной модели теории упругости предложена математическая модель деформирования тела с щелью при поперечном сдвиге, в которой классические условия отсутствия нормального и касательного силового взаимодействия между берегами щели дополнены условием непрерывности углов жесткого поворота нормальных и касательных линейных элементов на фронте щели. Предложен класс фундаментальных решений уравнений равновесия статической теории упругости с распределенными в плоскости щели объемными силами и диполями, на основе которых и предложенных условий построено множество решений задачи о поперечном сдвиге тела с щелью. При этом доказано, что выполнение физического условия непрерывности углов жестких поворотов линейных элементов на фронте щели обеспечивает регулярное напряженно-деформированное состояние в теле и есть возможным только при существовании определенной зоны нормального силового взаимодействия берегов щели в окрестности ее вершины и скачка нормальных напряжений на ее продолжении. Скачку нормальных напряжений на продолжении щели соответствует определенная система распределенных объемных сил и диполей, которую можно интерпретировать как зону поврежденности материала, а острие трещины − как упругий шарнир. Если не требовать выполнения условий непрерывности углов жесткого поворота линейных элементов на фронте щели, то классическое сингулярное распределение напряжений с корневой особенностью у острия щели получается как частный случай.

NONCLASSICAL MODEL OF PLANAR DEFORMATION OF SOLID WITH GAP UNDER TRANSVERSE DISPLACEMENT

Within the framework of linear model of the elasticity theory a mathematical model is proposed for deformation of solid with gap under transverse displacement, in which the classical conditions of absence of normal and tangential force interaction between the gap faces are supplemented with the condition of continuity for the angles of rigid rotation of the normal linear elements on the gap front. A class of fundamental solutions to the equilibrium equations of the static elasticity theory with volume forces and dipoles distributed in the gap plane is introduced. On the base of this and of proposed conditions, a set of solutions to the problem on nonclassical displacement of solid with gap is constructed. It is proved that the physical condition of continuity for the angles of rigid rotations of linear elements on the gap front ensures a regular stressed-strained state in the solid and is possible only under the condition of certain zone of normal force interaction of the gap faces in the vicinity of its top and normal stress jump on the gap extension. A shroud of distributed volume forces corresponds to normal stress jump. This shroud can be interpreted as the damaging zone of the material and the gap top as elastic joint. If the condition of continuity for the angles of rigid rotation of linear elements on the gap front is not required, then the classical root-singular distribution of stresses on the gap top can be obtained as a special case.

[1] Луцький держ. техн. ун-т, Луцьк,
[2] Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано
11.08.02