УДК 519.21

Г. І. Сливка

ВЛАСТИВОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ ПРО КОЛИВАННЯ ПРЯМОКУТНОЇ МЕМБРАНИ З ВИПАДКОВИМИ ПОЧАТКОВИМИ УМОВАМИ

Досліджено першу крайову задачу для рівняння коливання прямокутної мембрани з випадковими початковими умовами. Встановлено умови існування двічі неперервно диференційовного з імовірністю одиниця розв'язку задачі, які сформульовано у термінах кореляційних функцій випадкових полів.

Зображення випадкових процесів у вигляді збіжних випадкових рядів відкриває додаткові можливості для їх використання як у самій теорії випадкових процесів, так і у її застосуваннях в інших математичних дисциплінах, наприклад, при розв'язуванні практичних задач математичної фізики з випадковими початковими умовами.

У пропонованій роботі розглядається перша крайова задача для рівняння коливання прямокутної мембрани з сумісно строго субґауссовими початковими умовами. Для такої задачі знайдено умови існування двічі неперервно диференційовного розв'язку, які формулюються у термінах кореляційних функцій.

Подібні задачі для рівнянь гіперболічного типу з випадковими початковими умовами розглядались у припущенні, що випадкові умови є ґауссовими [1, 2], строго субґауссовими [5, 6], сумісно строго Орличевими [7]. У праці [2] можна знайти посилання на інші роботи, які проводились у цьому напрямку.

Розглянемо першу крайову задачу про вільні поперечні коливання прямокутної мембрани $x \in [0, p]$, $y \in [0, q]$ із закріпленими кінцями [4]. Ставиться питання про існування двічі неперервно диференційовної функції $u(t, x, y)$, $t \in [0, T]$, $x \in [0, p]$, $y \in [0, q]$, яка задовольняє рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \qquad x \in [0, p], \qquad y \in [0, q], \tag{1}$$

та умови

$$u(0, x, y) = \xi(x, y), \qquad \left.\frac{\partial u(t, x, y)}{\partial t}\right|_{t=0} = \eta(x, y), \quad x \in [0, p], \quad y \in [0, q], \tag{2}$$

$$u(t, 0, y) = u(t, p, y) = 0, \qquad u(t, x, 0) = u(t, x, q) = 0, \quad t \in [0, T], \tag{3}$$

де u – відхилення мембрани від положення рівноваги, яке співпадає з площиною x, y.

Означення 1 [2]. Сім'ю випадкових полів $\xi_i(t)$, $t \in Q$, $i \in \mathbb{Z}$, які задані на загальному ймовірнісному просторі $(\Omega,\ \Im,\ P)$, називають *сумісно строго субґауссовою*, якщо для довільного $n \ge 1$ і будь-яких $t_1, \ldots, t_n$, $k_1, \ldots, k_n$ випадковий вектор $(\xi_{k_1}(t_1), \ldots, \xi_{k_n}(t_n))$ із цієї сім'ї є строго субґауссовим.

Означення 2 [2]. Випадковий вектор $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^n$ називають *строго субґауссовим*, якщо

$$E \exp\{(\mathbf{u}, \boldsymbol{\xi})\} \le \exp\left\{\frac{1}{2}(B\mathbf{u}, \mathbf{u})\right\}, \qquad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^n,$$

де B – коваріаційна матриця вектора $\boldsymbol{\xi}$.

Припустимо, що випадкові поля $\xi(x,y)$, $x \in [0,p]$, $y \in [0,q]$, і $\eta(x,y)$ $x \in [0,p]$, $y \in [0,q]$, – сумісно строго субґауссові, задані на загальному ймовірнісному просторі $(\Omega, \Im, P)$ і такі, що майже напевно

$$\xi(0,y) = \xi(x,0) = \xi(p,y) = \xi(x,q) = 0\,,$$

$$\eta(0,y) = \eta(x,0) = \eta(p,y) = \eta(x,q) = 0\,. \tag{4}$$

Нагадаємо, що в цьому випадку $E\,\xi = E\,\eta = 0$.

Позначимо кореляційні функції цих процесів через

$$B_\xi(x,y,x_1,y_1) = E\,\xi(x,y)\,\xi(x_1,y_1)\,,$$

$$B_\eta(x,y,x_1,y_1) = E\,\eta(x,y)\,\eta(x_1,y_1)\,.$$

Припустимо, що функції B_ξ і B_η неперервні, тобто процеси $\xi(x,y)$ і $\eta(x,y)$ є неперервними в середньому квадратичному. Із рівностей (4) випливає, що для всіх x, $x_1 \in [0,p]$ і y, $y_1 \in [0,q]$

$$\begin{aligned} B_\xi(0,y,x_1,y_1) &= B_\xi(x,0,x_1,y_1) = B_\xi(x,y,0,y_1) = \\ &= B_\xi(x,y,x_1,0) = B_\xi(p,y,x_1,y_1) = B_\xi(x,q,x_1,y_1) = \\ &= B_\xi(x,y,p,y_1) = B_\xi(x,y,x_1,q)\,, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} B_\eta(0,y,x_1,y_1) &= B_\eta(x,0,x_1,y_1) = B_\eta(x,y,0,y_1) = \\ &= B_\eta(x,y,x_1,0) = B_\eta(p,y,x_1,y_1) = B_\eta(x,q,x_1,y_1) = \\ &= B_\eta(x,y,p,y_1) = B_\eta(x,y,x_1,q)\,. \end{aligned} \tag{6}$$

Розв'язок шукаємо у вигляді ряду

$$u(t,x,y) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} V_{nm}(x,y)\left[\,a_{nm}\cos a\sqrt{\lambda_{nm}}\,t + \frac{b_{nm}}{a\sqrt{\lambda_{nm}}}\sin a\sqrt{\lambda_{nm}}\,t\,\right], \tag{7}$$

де

$$a_{nm} = \int_0^p\int_0^q \xi(x,y)V_{nm}(x,y)\,dx\,dy, \qquad b_{nm} = \int_0^p\int_0^q \eta(x,y)V_{nm}(x,y)\,dx\,dy\,,$$

λ_{nm} і V_{nm} – власні значення і власні функції задачі Штурма – Ліувілля

$$V_{xx} + V_{yy} + \lambda V = 0, \qquad V\big|_S = 0\,,$$

де S – межа прямокутника $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0,p],\ y \in [0,q]\}$.

Власні функції і власні значення мають вигляд

$$V_{nm}(x,y) = \frac{2}{\sqrt{pq}}\sin\frac{n\pi}{p}x\sin\frac{m\pi}{q}y, \qquad \lambda_{nm} = \pi^2\left(\frac{n^2}{p^2} + \frac{m^2}{q^2}\right).$$

При випадкових початкових умовах коефіцієнти a_{nm} і b_{nm}, $n \ge 1$, $m \ge 1$, є випадковими величинами, а ряд (7) є функціональним рядом з випадковими членами.

Нехай $D = [0,T]\times[0,p]\times[0,q]$, а $C(D)$ – простір неперервних на D функцій з нормою

$$\|f\|_D = \sup_{(x,y,t)\in D}|f(t,x,y)|, \qquad f \in C(D)\,.$$

Теорема 1 [5]. *Нехай початкові умови* $\xi(x,y),\ x\in[0,p],\ y\in[0,q]$, *і* $\eta(x,y),\ x\in[0,p],\ y\in[0,q]$, *є сумісно строго субґауссовими випадковими полями. Для того щоб з ймовірністю одиниця існував двічі неперервно диференційовний розв'язок задачі* (1)−(3) *в* D, *зображений у вигляді рівномірно збіжного за ймовірністю ряду* (7), *достатньо, щоб*:

(***i***) *існували неперервні з ймовірністю одиниця похідні*

$$\frac{\partial^2\xi(x,y)}{\partial x\partial y},\quad \frac{\partial^2\xi(x,y)}{\partial x^2},\quad \frac{\partial^2\xi(x,y)}{\partial y^2},\quad \frac{\partial\eta(x,y)}{\partial x},\quad \frac{\partial\eta(x,y)}{\partial y};$$

(***ii***) *для всіх* $(t,x,y)\in D$ *ряди*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{\pi n}{p}\right)^2\left[a_{nm}\cos a\sqrt{\lambda_{nm}}t+\frac{b_{nm}}{a\sqrt{\lambda_{nm}}}\sin a\sqrt{\lambda_{nm}}t\right]V_{nm}(x,y),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{\pi m}{q}\right)^2\left[a_{nm}\cos a\sqrt{\lambda_{nm}}t+\frac{b_{nm}}{a\sqrt{\lambda_{nm}}}\sin a\sqrt{\lambda_{nm}}t\right]V_{nm}(x,y),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}a^2\lambda_{nm}\left[a_{nm}\cos a\sqrt{\lambda_{nm}}t+\frac{b_{nm}}{a\sqrt{\lambda_{nm}}}\sin a\sqrt{\lambda_{nm}}t\right]V_{nm}(x,y)$$

збігалися за ймовірністю в $C(D)$.

Теорема 2 [5]. *Нехай виконуються умова* (***i***) *теореми 1. Тоді, якщо початкові умови* $\xi(x,y),\ x\in[0,p],\ y\in[0,q],\ \eta(x,y),\ x\in[0,p],\ y\in[0,q]$, *є сумісно строго субґауссовими полями та збігаються ряди*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{\ell=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}E\,|\,a_{nm}a_{\ell s}\,|(n^2+m^2)(\ell^2+s^2)\Big((\ln(n^2+ \\ +m^2))^{1/2+\delta}(\ln(\ell^2+s^2))^{1/2+\delta}\Big)<\infty, \tag{8}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{\ell=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}E\,|\,b_{nm}b_{\ell s}\,|(n+m)(\ell+s)\Big((\ln(n^2+ \\ +m^2))^{1/2+\delta}(\ln(\ell^2+s^2))^{1/2+\delta}\Big)<\infty, \tag{9}$$

де $\delta>0$ *− достатньо мале число, то майже напевно випадкова функція* $u(t,x,y),\ (t,x,y)\in D$, *є двічі неперервно диференційовним розв'язком задачі* (1)−(3).

Накладемо деякі умови на кореляційні функції $B_\xi(x,y,x_1,y_1)$ і $B_\eta(x,y,x_1,y_1)$, за яких справджується твердження теореми 1. Продовжимо функції B_ξ і B_η на весь простір $\mathbb{R}^4$ так, щоб вони були $2p$-періодичними функціями за $x,\ x_1$ та $2q$-періодичними за $y,\ y_1$ і щоб виконувались рівності

$$B_\xi(-x,y,x_1,y_1)=B_\xi(x,-y,x_1,y_1)=B_\xi(x,y,-x_1,y_1)= \\ =B_\xi(x,y,x_1,-y_1)=B_\xi(x,y,x_1,y_1),$$

$$B_\eta(-x,y,x_1,y_1)=B_\eta(x,-y,x_1,y_1)=B_\eta(x,y,-x_1,y_1)=$$

$$=B_\eta(x,y,x_1,-y_1)=B_\eta(x,y,x_1,y_1).$$

З огляду на умови (5), (6) для кореляційних функцій таке продовження є можливим.

Нехай

$$\Delta_{\delta_1\delta_2\delta_3\delta_4}f(x,y,x_1,y_1)=f(x+\delta_1,y+\delta_2,x_1+\delta_3,y_1+\delta_4)-$$

$$-f(x+\delta_1 y,x_1,y_1)-f(x,y+\delta_2,x_1,y_1)-f(x,y,x_1+\delta_3,y_1)-$$

$$-f\left(x,y,x_1,y_1+\delta_4\right)+f(x,y,x_1,y_1),$$

$$B_\xi^*(x,y,x_1,y_1)=\frac{\partial^{16}B_\xi(x,y,x_1,y_1)}{\partial x^4\partial y^4\partial x_1^4\partial y_1^4},$$

$$B_\eta^*(x,y,x_1,y_1)=\frac{\partial^{8}B_\eta(x,y,x_1,y_1)}{\partial x^2\partial y^2\partial x_1^2\partial y_1^2}.$$

Теорема 3. *Нехай* $\xi(x,y)$, $x\in[0,p]$, $y\in[0,q]$, *і* $\eta(x,y)$, $x\in[0,p]$, $y\in[0,q]$, *є сумісно строго субґауссовими випадковими полями. Для того щоб з ймовірністю одиниця існував двічі неперервно диференційовний розв'язок задачі* (1)–(3) *в* D, *зображений у вигляді рівномірно збіжного за ймовірністю ряду* (7), *достатньо, щоб:*

(***i***) *у продовжених на весь простір* $\mathbb{R}^4$ *функцій* $B_\xi(x,y,x_1,y_1)$ *і* $B_\eta(x,y,x_1,y_1)$ *існували обмежені похідні*

$$\frac{\partial^{16}B_\xi(x,y,x_1,y_1)}{\partial x^4\partial y^4\partial x_1^4\partial y_1^4},\qquad \frac{\partial^{8}B_\eta(x,y,x_1,y_1)}{\partial x^2\partial y^2\partial x_1^2\partial y_1^2};$$

(***ii***) *для достатньо малих* $\delta_1>0$, $\delta_2>0$, $\delta_3>0$, $\delta_4>0$ *виконувалися оцінки*

$$\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\left|\Delta_{\delta_1\delta_2\delta_3\delta_4}B_\xi^*(x,y,x_1,y_1)\right|dx\,dy\,dx_1\,dy_1\le$$

$$\le\frac{C_1}{\left(\left|\ln(\delta_1^2+\delta_2^2)\right|\left|\ln(\delta_3^2+\delta_4^2)\right|\right)^{1/2+\varepsilon}},\tag{10}$$

$$\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\left|\Delta_{\delta_1\delta_2\delta_3\delta_4}B_\eta^*(x,y,x_1,y_1)\right|dx\,dy\,dx_1\,dy_1\le$$

$$\le\frac{C_2}{\left(\left|\ln(\delta_1^2+\delta_2^2)\right|\left|\ln(\delta_3^2+\delta_4^2)\right|\right)^{1/2+\varepsilon}},\tag{11}$$

де $C_1>0$, $C_2>0$, $\varepsilon>0$.

Д о в е д е н н я. Для доведення теореми достатньо показати, що умова (***ii***) забезпечує виконання умов

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{\ell=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}| Ea_{nm}a_{\ell s}\,| n^2 m^2\,\ell^2\,s^2 \ln^{1/2+\varepsilon}(n^2+m^2)\ln^{1/2+\varepsilon}(\ell^2+s^2) < \infty\,,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{\ell=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}| Eb_{nm}b_{\ell s}\,| n\,m\,\ell\,s \ln^{1/2+\varepsilon}(n^2+m^2)\ln^{1/2+\varepsilon}(\ell^2+s^2) < \infty$$

для деякого $\varepsilon > 0$.

Із умов існування похідних у випадкових функцій випливає, що з існування обмежених похідних $\dfrac{\partial^{16}B_\xi(x,y,x_1,y_1)}{\partial x^4\partial y^4\partial x_1^4\partial y_1^4}$, $\dfrac{\partial^{8}B_\eta(x,y,x_1,y_1)}{\partial x^2\partial y^2\partial x_1^2\partial y_1^2}$ сепарабельні випадкові функції $\xi(x,y)$ і $\eta(x,y)$ з імовірністю одиниця мають неперервні похідні другого та першого порядків [3].

Згідно з умовою (*i*) за критерієм Колмогорова про вибіркову неперервність випадкових процесів $\xi(x,y)$ − вибірково неперервна з імовірністю одиниця випадкова функція. Можна переконатися, що з умов (10) і (11) випливає виконання умов (8) і (9), а це, в свою чергу, означає, що ряд (7) збігається рівномірно в $C(D)$ з імовірністю одиниця і збігається рівномірно в $C(D)$ за імовірністю ряд, одержаний із (7) почленним диференціюванням два рази за x. Якщо покласти $t=0$ в (7), то одержимо ряд Фур'є для $\xi(x,y)$. Оскільки цей ряд з імовірністю одиниця збігається рівномірно в $C(D)$ і ряд, одержаний із нього почленним диференціюванням два рази за x, збігається рівномірно в $C(D)$, то з леми 4 з [1] випливає, що у випадкової функції $\xi(x,y)$ існує з імовірністю одиниця вибіркова неперервна похідна.

Покажемо, наприклад, що із існування обмежених похідних $\dfrac{\partial^{16}B_\xi(x,y,x_1,y_1)}{\partial x^4\partial y^4\partial x_1^4\partial y_1^4}$ та з умови (10) випливає виконання умови (8). Для цього достатньо показати, що

$$Ea_{nm}a_{\ell s} \le \frac{C_3}{(n\,m\,\ell\,s)^4\left(\left|\ln(n^2+m^2)\ln(\ell^2+s^2)\right|\right)^{1/2+\varepsilon}},\qquad C_3>0,\quad \varepsilon>0\,.$$

Із означення a_{nm} випливає

$$E\,a_{nm}a_{\ell s} = \int_0^p\int_0^q\int_0^p\int_0^q B_\xi(x,y,x_1,y_1)V_{nm}(x,y)V_{\ell s}(x_1,y_1)\,dx\,dy\,dx_1\,dy_1 =$$

$$= \int_0^p\int_0^q\int_0^p\int_0^q B_\xi(x,y,x_1,y_1)\frac{2}{\sqrt{pq}}\sin\frac{n\pi}{p}x\sin\frac{m\pi}{q}y\times$$

$$\times\frac{2}{\sqrt{pq}}\sin\frac{\ell\pi}{p}x_1\sin\frac{s\pi}{q}y_1\,dx\,dy\,dx_1\,dy_1.$$

Інтегруючи частинами та враховуючи (5), (6), отримаємо

$$E\,a_{nm}a_{\ell s} = \int_0^p\int_0^q\int_0^p\int_0^q B_\xi(x,y,x_1,y_1)\frac{2}{\sqrt{pq}}\sin\frac{n\pi}{p}x\sin\frac{m\pi}{q}y\times$$

$$\times\frac{2}{\sqrt{pq}}\sin\frac{\ell\pi}{p}x_1\sin\frac{s\pi}{q}y_1\,dx\,dy\,dx_1\,dy_1 \le$$

$$\leq \frac{2p^3q^3}{\pi^{16}(n\,m\,\ell\,s)^4}\left|\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q} B_{\xi}^{*}(x,y,x_1y_1)\cos\frac{n\pi}{p}x\cos\frac{m\pi}{q}y\times\right.$$

$$\left.\times\cos\frac{\ell\pi}{p}x_1\cos\frac{s\pi}{q}y_1\,dx\,dy\,dx_1\,dy_1\right|.$$

Оскільки функція $B_{\xi}^{*}(x,y,x_1,y_1)$ є $2p$-періодичною за x,x_1 і $2q$-періодичною за y,y_1, то

$$\left|\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q} B_{\xi}^{*}(x,y,x_1y_1)\cos\frac{n\pi}{p}x\cos\frac{m\pi}{q}y\times\right.$$

$$\left.\times\cos\frac{\ell\pi}{p}x_1\cos\frac{s\pi}{q}y_1\,dx\,dy\,dx_1\,dy_1\right| =$$

$$= \frac{1}{4}\left|\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\Big[B_{\xi}^{*}\left(x+\frac{p}{n},y+\frac{q}{m},x_1+\frac{p}{\ell},y_1+\frac{q}{s}\right)-\right.$$

$$-B_{\xi}^{*}\left(x+\frac{p}{n},y,x_1,y_1\right)-B_{\xi}^{*}\left(x,y+\frac{q}{m},x_1,y_1\right)-$$

$$-B_{\xi}^{*}\left(x,y,x_1+\frac{p}{\ell},y_1\right)-B_{\xi}^{*}\left(x,y,x_1,y_1+\frac{q}{s}\right)+B_{\xi}^{*}(x,y,x_1,y_1)\Big]\times$$

$$\left.\times\cos\frac{n\pi}{p}x\cos\frac{m\pi}{q}y\cos\frac{\ell\pi}{p}x_1\cos\frac{s\pi}{q}y_1\,dx\,dy\,dx_1\,dy_1\right| \leq$$

$$\leq \frac{1}{4}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q}\left|\Delta_{\frac{\pi}{p}\frac{\pi}{q}\frac{\pi}{p}\frac{\pi}{q}}B_{\xi}^{*}(x,x_1,y,y_1)\right|dx\,dy\,dx_1\,dy_1 \leq$$

$$\leq \frac{1}{4}\,\frac{C_4}{\left(\left|\ln\left(\frac{\pi}{n}\right)^2+\left(\frac{\pi}{m}\right)^2\right|\left|\ln\left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2+\left(\frac{\pi}{s}\right)^2\right|\right)^{1/2+\varepsilon}}.$$

Отримаємо, що

$$|Ea_{nm}a_{\ell s}| \leq \frac{C_5}{(n\,m\,\ell\,s)^4\left(\left|\ln(n^2+m^2)\right|\left|\ln(\ell^2+s^2)\right|\right)^{1/2+\varepsilon}},$$

де C_5 − деяка стала, $C_5>0$, $\varepsilon>0$.

Аналогічно можна довести, що з існування обмежених похідних $\dfrac{\partial^8 B_{\eta}(x,y,x_1,y_1)}{\partial x^2\partial y^2\partial x_1^2\partial y_1^2}$ і виконання умови (11) випливає виконання умови (9).

Теорему доведено. ◊

1. *Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В.* К вопросу применимости метода Фурье для решения задач со случайными краевыми условиями // Случайные процессы в задачах мат. физики. – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1979. – С. 4–35.
2. *Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В.* Метрические характеристики случайных величин и процессов. – К.: ТВіМС, 1998. – 284 с.
3. *Гладкая О. Н.* Условия дифференцируемости по направлению выборочных функций случайных полей // Теория вероятностей и мат. статистика. – 1977. – № 17. – С. 33–40.
4. *Положій Г. М.* Рівняння математичної фізики. – К.: Рад. шк., 1959. – 478 с.
5. *Сливка Г. І.* Крайова задача математичної фізики з випадковими початковими умовами // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2002. – Вип. 5. – С. 172–178.
6. *Сливка Г. І.* Обґрунтування застосування методу Фур'є до задачі про коливання круглої мембрани з випадковими початковими умовами // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2002. – Вип. 4. – С. 31–37.
7. *Barrasa de la Krus E., Kozachenko Yu. V.* Boundary-value problems for equations of mathematical physics with strictly Orlicz random initial conditions // Random Oper. and Stoch. Equat. – 1995. – **3**, No. 3. – P. 201–220.

СВОЙСТВА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИЯХ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ МЕМБРАНЫ СО СЛУЧАЙНЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Исследована первая краевая задача для уравнения колебания прямоугольной мембраны со случайными начальными условиями. Найдены условия существования дважды непрерывно дифференцированного с вероятностью единица решения задачи в терминах корреляционных функций случайных полей.

PROPERTIES OF SOLUTION TO PROBLEM ON RECTANGULAR MEMBRANE VIBRATION UNDER RANDOM INITIAL CONDITIONS

The first boundary-value problem for the equation of rectangular membrane vibration under random initial conditions is considered in the work. The conditions of existence of twice continuously differentiated solution to the problem with probability 1 *in terms of correlation functions of random fields are analyzed.*

Ужгород. нац. ун-т, Ужгород

Одержано
22.11.02