

ВЗАЄМОДІЇ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ПОЛІВ У ТІЛАХ ІЗ ТОНКИМИ СТРУКТУРНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ: ОГЛЯД

У роботі здійснено огляд досліджень, що стосуються аналізу термо-, магніто-, електронапруженого та напружено-деформованого стану тіл із тонкими включеннями та їхніми системами.

Ключові слова: тонке включення, накладка, відшарування, тріщина, термопружність, піроефект, магнітоелектропружність, анізотропія.

Значний інтерес до прикладних та теоретичних досліджень композитних структурно неоднорідних тіл зумовлений розвитком шести основних напрямів сучасних технологій [275]: нанотехнології, біомеханіки, сенсорних технологій, енергозбереження, виготовлення високотехнологічних матеріалів, а також паливних елементів. За даними [209], питома вага наукових теорій і засобів моделювання у загальному процесі розробки та виробництва передових матеріалів за десятибальною шкалою складає $5 \div 8$ балів, тобто чинить істотний вплив.

Проектування сучасних композитів не обходиться без використання тонких елементів геометрії і структури. Зокрема, у роботах [20, 172, 231, 244] відмічена значна перевага армування стрічками порівняно з армуванням волокнами: міцність на розтяг у трансверсальному напрямі досягає $50 \div 70$ % від величини міцності у поздовжньому, натомість використання волокон дає, зазвичай, лише $2 \div 15$ %. Експериментальних досліджень властивостей нанокompозитів стосуються праці [143, 233, 252, 272]. У роботах [146, 201] обґрунтовано також можливість розрахунку композитів із карбонних нанотрубок за допомогою методів механіки континууму.

Розрахункові моделі суцільних середовищ також невпинно розширюються в сенсі врахування якомога більшої кількості фізичних властивостей тіл і полів, що діють у них. Одними з ключових у цьому сенсі є методи розрахунку та проектування смарт- (інтелектуальних) матеріалів, здатних змінювати свої властивості, самостійно налаштовуючись на оптимальні режими роботи. П'єзоелектричні матеріали, основною властивістю яких є зв'язок між електричними та механічними полями, все ширше використовують в інтелектуальних електромеханічних системах як сенсори, перетворювачі та актуатори [6, 119, 125, 161]. Зокрема, п'єзоелектричні сенсори часто впроваджують в конструкційні елементи для контролю прикладеного навантаження. Наприклад, запропоновано [195, 196] використовувати композити на основі п'єзоелектричних матриць із п'єзоволокнами, що дають можливість проектувати пристрої з великою кількістю додаткових функцій, зокрема моніторингу внутрішнього стану, перетворення енергії, керування вібраціями, демпфування тощо [196].

Вагоме місце серед новітніх матеріалів посідають магнітоелектричні композити, тобто виготовлені за керамо- чи нанотехнологіями тверді суміші п'єземагнітної і п'єзоелектричної компонент [39, 160, 171, 271], у яких магнітоелектричний ефект виникає внаслідок механічної взаємодії цих двох фаз. Огляд лінійних теорій електромагнітомеханіки таких діелектриків, а також локально градієнтну теорію діелектриків подано в роботах [19, 51]. Унаслідок структурної неоднорідності магнітоелектричних композитів одна з фаз може розглядатися як сукупність мікрровключень. З іншого боку, недосконалість чи порушення технології виробництва або експлуатації таких

* iaroslav.m.pasternak@gmail.com

композитів можуть зумовити утворення на мезо- та макрорівнях дефектів гомогенізованої структури у формі тонких включень або тріщин.

Тонкі неоднорідності можуть чинити також і небажаний вплив, адже вони є одними з найпоширеніших типів дефектів конструкційних матеріалів. До них належать тріщини, тонкі плівкові прошарки, заповнені чужорідними матеріалами порожнини тощо. Результати експериментальних досліджень впливу на втому металів різноманітних порожнин і неметалевих включень та класифікацію включень подано у книзі [213]. У монографії П. В. Яснія [135] описано багатоплановий вплив попереднього пластичного деформування на механічні властивості конструкційних матеріалів та їхню міцність. Доведено, що істотною роль при цьому відіграють дрібні включення.

Із поширенням ін'єкційних технологій заліковування тріщин [64, 65, 78, 107] задача розрахунку напруженого стану тіла з включеннями з урахуванням варіювання механічних і теплофізичних характеристик наповнювача набуває все більшої ваги [64, 222], а додаткове врахування анізотропії властивостей матеріалу є важливим аспектом при дослідженні цього комплексу задач.

1. Основні методи дослідження тіл із тонкими неоднорідностями.

Проблем побудови моделей і методів дослідження тонких включень у пружних і термпружних середовищах стосуються оглядові праці Д. В. Гриліцького, Г. Т. Сулима та Й. З. Піскозуба [31, 114], Г. Я. Попова [97], Т. Муга [212] та ін. Широкий огляд робіт з тематики тонких неоднорідностей подано у монографії [111]. Зокрема, у ній зазначено, що для аналізу тіл із тонкими включеннями використовують такі основні підходи:

1) розглянути включення довільної форми, а потім істотно зменшити один із його розмірів;

2) використати експериментальні методи;

3) за допомогою асимптотичних методів докладно розглянути напружено-деформований стан біля вістря неоднорідності та межі поділу матеріалів;

4) опрацювати специфічну теорію, що дала би можливість досить просто розв'язувати відповідні задачі з урахуванням малої товщини дефекту;

5) застосувати прямі числові методи.

Математична складність першого підходу зумовила появу специфічних теорій тонких включень, у яких властивості неоднорідності усереднюються за товщиною, а певні параметри взагалі відкидаються. Тобто саме включення вилучається з розгляду, а його вплив описується певними умовами неідеального контакту на деякій серединній поверхні (лінії у двовимірних задачах). *Вперше таку ідею сформулював Я. С. Підстригач* [87] стосовно задач теплопровідності, побудувавши відповідні умови взаємодії. Цей підхід до аналізу тіл із включеннями та щілинами отримав значний розвиток у роботах вітчизняних і зарубіжних вчених. Зокрема, поєднання континуумних і молекулярних моделей при скінченноелементному аналізі тонких неоднорідностей будови матеріалу також використано у роботах Т. Belytschko, S. P. Xiao [141], S. Badia et al. [139].

У зв'язку з активним розвитком механіки руйнування значна кількість робіт стосується вивчення задач для тіл зі щілинами та тріщинами, які є частковим випадком загального класу дефектів типу тонких неоднорідностей і моделюються математичним розрізом із заданими крайовими умовами на ньому. Зокрема, слід відмітити праці О. Є. Андрейківа, О. П. Дацишин, Р. М. Кушніра, З. Т. Назарчука, М. М. Николишина, В. А. Осадчука, В. В. Панасюка, М. П. Саврука, Г. П. Черепанова та інших вчених [2, 57, 69, 74, 77, 103–105, 130].

Основні результати, що стосуються, загалом, двовимірних задач теорії тонких включень в ізотропних тілах, були отримані на основі застосування методів функцій стрибка [111], лінійного розвинення комплексних потенціалів

лів [71, 73] і розривних розв'язків [96, 98]. У роботі [110] вперше розв'язано задачу для тонкого пружного включення у повному спектрі зміни його властивостей, а також знайдено асимптотичний розподіл напружень і переміщень в околі вершини такого включення.

Деяко менше уваги приділено просторовим задачам теорії пружності для тіл із тонкими включеннями. Зокрема, у працях [8, 9, 32] досліджено коефіцієнти інтенсивності напружень для жорстких пластинчатих включень. У роботах [253, 254] розглянуто жорсткі дискові включення на межі поділу пружних півпросторів, а також взаємодію включень і тріщин у півпросторі. Тонкі жорсткі включення в пружному середовищі досліджено також у монографії [184]. Просторові задачі для тонких податних включень (Вінклерова модель) детально розглянуто у монографіях [79, 106].

Спеціальні підходи, зокрема й метод функцій стрибка [111], продуктивні при розв'язуванні задач для лінійних включень у безмежних середовищах, смугах, півплощинах тощо, тобто для задач, у яких геометричні параметри та вид і спосіб навантаження дають можливість записати зручну для подальших обчислень систему інтегральних рівнянь. Що стосується викривлених включень, то за допомогою спеціальних підходів на цей час досліджено лише включення уздовж дуги кола [12, 128].

Застосування прямих числових методів [70, 113, 117] дає можливість розглядати різноманітні задачі для обмежених і необмежених тіл із прямолінійними та викривленими включеннями, однак їхня ефективність істотно залежить від використаних методів моделювання тонких елементів тіл [113, 117].

Тому при дослідженні напруженого стану скінченних тіл із тонкими непрямолінійними включеннями може бути ефективним поєднання прямих числових методів (граничних чи скінченних елементів) зі спеціальними підходами. Зокрема, у роботах [21, 22] модель тонкого податного включення введено в метод скінченних елементів. У роботі [188] на основі методу граничних елементів (МГЕ) побудовано модель тіла з тонким жорстким включенням, що описується стрижневими скінченними елементами. Цю модель розвинуто в роботі [189] для випадку податних включень. Унаслідок врахування малої товщини включення при його розбитті та при розбитті тіла, а також при числовому розв'язуванні відповідних задач використовують спеціальні підходи, зокрема й щодо обчислення квазісингулярних інтегралів.

При моделюванні методом граничних елементів тонких включень їхній вплив на основний матеріал часто замінюють силами, розподіленими з певною густиною вздовж лінії, що лежить на серединній поверхні включення (метод масових сил). Такий підхід використано при моделюванні паль у ґрунті (модель згину стрижнів) у роботі [217], для дослідження впливу загвинчених у породу утримуючих болтів (модель розтягу-стиску стрижнів) [245], для моделювання прямолінійних армувань бетону [136, 250]. Найповнішою серед розглянутих є модель [136], оскільки у ній враховано розтяг, зсув і згин тонкого включення. Проте внаслідок використання методу масових сил у таких моделях не вдається описати поперечне деформування включення, яке супроводжується стрибком переміщень при переході через серединну поверхню. Саме тому згадані вище моделі тонкої неоднорідності потребують розвитку в напрямі врахування також і поперечної податності матеріалу включення, зокрема, з використанням підходів методу функцій стрибка. Крім того, мабуть, важливим врахувати вплив можливої викривленості форми тонкого включення.

2. Анізотропні середовища з тріщинами та тонкими включеннями.

На сьогодні достатньо повно опрацьовано математичну теорію тріщин в анізотропних середовищах, а докладний виклад методики розв'язування відповідних задач за допомогою інтегральних рівнянь на основі комплексних потенціалів С. Г. Лехницького [58] та огляд відповідних літературних джерел можна знайти у монографії [14]. Основи теорії тонких пружних

прямолинійних включень, механічні властивості яких можуть змінюватися у найширшому спектрі від абсолютної податності (тріщини) до абсолютної жорсткості, в анізотропних середовищах відображено в монографії [111]. Перші результати у цьому напрямі були отримані у працях [76, 115], причому у граничних випадках було одержано інтегральні рівняння задач про тріщину чи абсолютно жорстке включення в анізотропному середовищі. Тонкі абсолютно жорсткі включення в анізотропних середовищах розглядалися також у роботах [184, 268] та ін. Детальний огляд використання розвинутого пізніше формалізму Стро (Stroh) подано у працях [219, 268]. Моделі податного і гнучкого прямолинійних включень в анізотропному матеріалі і зв'язки відповідних задач для безмежного середовища подано у роботі [162].

Зазначені роботи, однак, обмежуються конкретними геометричними характеристиками тіл і включень чи певними ідеалізованими властивостями матеріалу. Найчастіше – це прямолинійні включення в безмежних чи шаруватих ортотропних тілах. Внаслідок математичної громіздкості такого типу задач і складності розв'язування породжених ними інтегральних рівнянь узагальненого підходу до дослідження тонких пружних включень в анізотропних тілах довільної геометрії стосуються лише поодинокі роботи. Зокрема, у праці [82] створено граничноелементний метод функцій стрибка для аналізу плоскої задачі теорії пружності анізотропних тіл із тонкими включеннями та побудовано зручні для обчислювальних процедур зв'язки між узагальненими коефіцієнтами інтенсивності напружень і функціями розриву фізико-механічних полів біля вершин тонкої неоднорідності.

3. П'єзоелектричні та магнітоелектропружні тіла з тонкими неоднорідностями. Значний особистий внесок у створення фундаментальних загальнотеоретичних принципів та методів розв'язування конкретних задач з урахуванням взаємовпливу полів різної фізичної природи зробили Я. Й. Бурак, О. Р. Гачкевич, Б. Д. Дробенко, В. Ф. Кондрат, Л. В. Мольченко, В. З. Партон, Я. С. Підстригач, Р. Ф. Терлецький, А. Ф. Улітко, В. Ф. Чекурін та ін. [16–19, 24, 80, 93, 123–125]. І все ж при цьому здатність тонких неоднорідностей будови матеріалу чинити істотний вплив на розраховані експлуатаційні характеристики виробу вивчена далеко неповно. Зокрема, тріщини, чужорідні прошарки, електропровідні включення тощо створюють великі градієнти фізико-механічних полів, що може спричинити відмову чи навіть механічне руйнування конструкційного елемента.

Дослідження тонких неоднорідностей у матеріалах і конструкціях стосуються, в основному, дефектів типу щілин (тріщин). На відміну від лінійної механіки руйнування пружних тіл, задачі теорії тріщин у п'єзоелектричних та магнітоелектропружних (МЕП) матеріалах є, в загальному, нелінійними [156, 175, 283], оскільки діелектрична та магнітна проникності газу (звичайно, повітря), що заповнює просвіт щілини, не дорівнює нулеві. Тому завжди існують додаткові, переважно нелінійні, зв'язки між розкриттям тріщини та розривами електричного і магнітного потенціалів на ній. Найпростіші залежності між розкриттям тріщини та відповідними стрибками потенціалів часто будують за аналогією з моделлю пружної основи Вінклера [175], записуючи крайові умови на берегах напівпроникної тріщини (semi-permeable crack), для якої стрибок електричного чи магнітного потенціалів на дефекті пропорційний до добутку розкриття на нормальну складову електричного зміщення чи магнітної індукції [283]. Лінеаризуючи ці рівняння, для спрощення вводять також моделі непроникної тріщини (impermeable crack), для якої електричне зміщення і магнітна індукція на поверхнях дефекту є заданими (переважно, нульовими, тобто магнітний і електричний контакт поверхонь відсутній), а також проникної тріщини (permeable crack), для якої електричний і магнітний потенціали разом із нормальними складовими електричного зміщення і магнітної індукції є неперервними при переході через поверхню дефекту, тобто реалізується ідеальний електричний і магнітний контакт [206, 259].

Однак можна запропонувати й іншу лінійну модель напівпроникної тріщини. Адже реальні тріщини, як правило, мають певну ненульову товщину, що дає можливість нехтувати міжмолекулярною взаємодією її берегів. Тому тріщину можна розглядати як тонкостінну порожнину з товщиною (необов'язково сталою), яка заповнена певною субстанцією (наприклад, повітрям). Якщо прийняти, що прикладене навантаження зумовлює малі розкриття щілини порівняно з її товщиною (а саме ці припущення використовується в лінійній теорії п'єзоелектриків [80]), модель напівпроникної тріщини лінеаризується. Змінюючи проникність наповнення тонкої щілини, у граничних випадках можемо отримати моделі як проникної, так і непроникної тріщини. Вперше цю ідею було висловлено у монографії В. З. Партона та Б. А. Кудрявцева [80], де для запису умов електричного контакту берегів тріщини використано модель тонкого діелектричного шару. Проте конкретних числових прикладів реалізації цієї ідеї подано не було. Натомість модель тонкого включення є значно продуктивнішою, оскільки дає можливість задавати різні умови неідеального електричного та механічного контакту берегів тріщини.

Загалом, вдало побудована модель тонкого включення дає можливість описувати не тільки електричну взаємодію берегів тріщини, а також і механічну. Вважаючи, що щілина заповнена певним п'єзоелектричним матеріалом, можемо змоделювати зв'язану механічну та електричну взаємодію берегів неоднорідності. Отже, задачі для тіл із тонкими включеннями дають можливість вирішити досить широке коло прикладних проблем, зокрема й тих, що стосуються тріщин, щілин, чужорідних прошарків і неоднорідностей. Такий підхід застосовано у роботі [225] при аналізі напівпроникних тріщин і тонких включень у п'єзоелектричних тілах.

Велику кількість задач щодо тріщин у п'єзоелектричних матеріалах було розв'язано за допомогою методів теорії функції комплексної змінної та інтегральних рівнянь. Прямолінійні електрично непроникні, проникні та електропровідні тріщини в п'єзоелектричних матеріалах розглянуто в роботах [137, 147, 156, 175, 186, 223, 281, 283] та ін. Задачі електро- та магнітопружності тіл із тріщинами стосуються монографії [36, 80, 140, 236]. Міжфазні проникні та непроникні тріщини в п'єзоелектричному біматеріалі вивчено у роботах В. В. Лободи та В. Б. Говорухи [25–27]. Електропровідні та ферромагнітні тіла з тріщинами за дії зовнішнього електромагнітного поля досліджено в роботах О. Є. Андрейківа, З. Т. Назарчука, В. Р. Скальського та ін. [3, 53].

Е. Pan [218] вперше розробив метод граничних елементів без підобластей (single domain boundary element method) для аналізу плоских задач механіки руйнування п'єзоелектричних тіл. R. Rajapakse, X.-L. Xu [242] запропонували МГЕ, що використовує сильно сингулярні інтегральні рівняння, в яких тріщина моделюється розподіленими вздовж лінії дислокаціями. При вивченні тріщин U. Groh, M. Kuna [173] використали методи декомпозиції області та граничні інтегральні рівняння на переміщення і електричний потенціал. F. Garcia-Sanchez et al. [168] для аналізу задач теорії тріщин розробили змішаний граничноелементний підхід, що використовує як сингулярні, так і гіперсингулярні інтегральні рівняння. K. M. Liew, Y. Sun та S. Kitipornchai [194] запропонували безелементний підхід (boundary element free approach), який базується на гіперсингулярних інтегральних рівняннях та апроксимації рухомих найменших квадратів (moving least square approximation). N. Sheng, K. Y. Sze [255] побудували схему МГЕ типу Треффца для вивчення тріщин у плоских задачах електропружності. M. Denda у статті [156] розробив алгоритм аналізу напівпроникних тріщин у п'єзоелектрику за допомогою методу граничних елементів. Просторові задачі теорії тріщин у п'єзоелектричних тілах вивчено у працях [241, 247, 251] та ін. Граничноелементний аналіз задач теорії тріщин у п'єзоелектричних і магнітоелектропружних тілах подано також у монографіях [237, 280].

Значно менше публікацій стосується зв'язаних електричних і механічних полів у тілах із тонкими включеннями. Еліптичні включення в п'єзоелектриках вивчено у монографіях [36, 237]. Еліпсоїдні отвори, включення і плоскі просторові тріщини в п'єзоелектричних та п'єземагнітних матеріалах розглянуто в роботах Ю. М. Подільчука та його учнів [90–92]. Електропружний простір із довільно орієнтованим еліпсоїдним включенням вивчено у статті [5]. Квантові нитки в п'єзоелектричному середовищі досліджено за допомогою МГЕ у працях [174, 220, 221]. J. J. Ramsey, E. Pan та P. W. Chung [243] подали порівняння заснованих на МГЕ методів механіки континууму і підходів молекулярної статистики при моделюванні квантових ниток. Електронапружений стан тіл із тонкими жорсткими включеннями за антиплоскої деформації вивчено у працях [28, 140] з використанням методів теорії функції комплексної змінної та інтегральних рівнянь. Z. M. Xiao et al. [279] дослідили задачу зародження мікротріщини на вістрі півбезмежного жорсткого включення у п'єзоелектричному середовищі. L. Wu, S. Du [276] вивчили задачу про тонке жорстке включення, розміщене конфокально в еліптичному електропружному включенні, вставленому в безмежне п'єзоелектричне середовище. Динамічну взаємодію SH-хвиль із тонким провідним жорстким включенням у п'єзоматеріалі розглянуто у праці [193]. У [44] вивчено напружений стан п'єзоелектричного середовища з плоскою тріщиною, що розкривається жорстким включенням. С.-F. Gao, W.-X. Fan [164] розглянули задачу про жорстке діелектричне включення на межі контакту двох п'єзоелектричних півплощин. У роботі [145] розв'язано плоску задачу про взаємодію гвинтової дислокації та системи співвісних жорстких прямолінійних включень в електропружному середовищі. Z. Huang, Z.-B. Kuang [179] розглянули взаємодію дислокації та еліптичної неоднорідності в п'єзоелектрику.

Дослідження тонких пружних і п'єзоелектричних включень за антиплоскої деформації середовища започатковано в роботах Я. І. Кунця, Р. В. Рабоша та Г. Т. Сулима [99, 112, 118]. Вивчення двовимірних задач електропружності тіл із тонкими п'єзоелектричними включеннями започатковано в роботах [116, 225].

Задачі МЕР для тіл із непроникними та проникними тріщинами розглянуто в монографіях С. О. Калоєрова та ін., Б. А. Кудрявцева і В. З. Партона, Д. І. Бардзокаса, М. Л. Фільштинського та Л. А. Фільштинського, Q. H. Qin [36, 39, 80, 140, 237] та ін. Дослідження тонких дефектів, зокрема і тріщин, в МЕР матеріалах стосуються також роботи В. В. Лободи, Y. H. Chen, N. Hasebe, E. Pan, J. Sladek, V. Sladek, W. Y. Tian, M. Wunsche, Ch. Zhang та ін. [61, 147, 163, 192, 260, 262, 266, 267, 285, 286]. У працях [159, 167, 246, 287] на основі методу граничних елементів розроблено низку числових підходів для визначення параметрів, що характеризують руйнування магнітоелектричних композитів із тріщинами.

У працях [247, 249] розроблено симетричний МГЕ типу Галеркіна для розв'язування просторових задач для п'єзоелектричних і МЕР тіл із тріщинами. У роботі [282] запропоновано розривний метод граничних інтегральних рівнянь для аналізу тріщин в МЕР середовищах. Крім цього, аналізу просторових задач для МЕР тіл із тріщинами стосується праця [211], де запропоновано загальний граничноелементний підхід до їх розв'язування.

Дослідження включень у магнітоелектричному композиті стосуються лише поодинокі роботи. Еліптичні п'єземагнітні включення розглянуто у монографії [237]. У роботі [190] досліджено включення Ешелбі у п'єземагнітному матеріалі. У праці [177] вивчено взаємодію електромагнітних і механічних полів у середовищі, що містить сфероїдне включення. Можна також згадати про застосування розвинутих у роботі [205] експериментальних методів при дослідженні магнітних та електричних полів у матеріалах із нанонеоднорідностями. Дослідження тонких включень у МЕР матеріалах

розпочато у роботах [83, 230], де також побудовано асимптотичні співвідношення, що описують фізико-механічні поля поблизу вершин тонких неоднорідностей.

4. Термопружність анізотропних і піроелектричних тіл. Дослідження концентрації та інтенсивності полів напружень та електричних зміщень поблизу включень, отворів і тріщин в анізотропних термопружних та термоелектропружних матеріалах знайшли широкий відгук у науковій літературі, зокрема з огляду на те, що явище піроефекту, тобто виникнення електричного поля у матеріалі при його нагріванні, має широке використання, наприклад у сенсорах інфрачервоного випромінювання [187]. Також ці ефекти активно використовують при створенні сучасних смарт-матеріалів. Наявність структурних неоднорідностей таких матеріалів зумовлює високу концентрацію напружень, температурних і електричних полів поблизу них. При цьому теплове розширення та/чи піроефект відіграють істотну роль.

У працях Г. С. Кіта з учнями [47–49] вивчено задачі плоскої та просторової термопружності ізотропних тіл із тріщинами та включеннями. Тонкі прямолінійні включення в кусково-однорідних ізотропних термопружних тілах розглянуто у роботах Г. Т. Сулима та Й. З. Піскозуба [88, 111, 263]. У статті [33] досліджено періодичні системи еліптичних включень в анізотропному термопружному тілі. У монографії В. Г. Карнаухова, В. В. Михайленка [43] розглянуто задачі нелінійної термомеханіки в'язкопружних п'єзоелектриків. У праці [46] досліджено вібророзігрівання в'язкопружних пластинок із п'єзосферами. У роботі [202] побудовано розв'язок для еліптичного отвору в п'єзоелектрику за дії однорідного теплового потоку. У праці [198] досліджено вплив однорідного теплового потоку на концентрацію напружень і електричних зміщень у пластині з еліптичним включенням та отвором. У статті В. С. Кирилюка [45] вивчено тривимірний термоелектропружний стан тіла з плоскою тріщиною за дії симетричного теплового потоку з її поверхонь. У роботах [165, 166] визначено коефіцієнти інтенсивності напружень поблизу періодичної системи тріщин у термоелектропружному та термомагнітоелектропружному матеріалах. У статтях С. О. Калоєрова та К. Г. Хорошева [41, 42] отримано комплексні потенціали термоелектропружності типу Лехницького та на основі методу рядів побудовано числові розв'язки низки задач для багатозв'язних пластинок із отворами та тріщинами. У подальших роботах С. О. Калоєров та його учні [38, 40] поширили ці результати на випадок термомагнітоелектропружних тіл. У працях [234, 238] отримано функції Гріна для піроелектриків та термомагнітоелектропружних матеріалів з отворами різної форми і прямолінійними тріщинами. У публікації [176] побудовано фундаментальні розв'язки для ортотропної піроелектричної площини та півплощини. У працях А. Качинського вивчено термоелектронапружений стан тіл із дисковими абсолютно жорсткими включеннями [180–183].

Перелічені роботи в основному використовують суто аналітичні чи аналітично-числові методи дослідження неоднорідних піроелектричних тіл, реалізація яких можлива лише при накладанні істотних обмежень на геометричні форми таких тіл. Позбутися цих обмежень дає можливість використання числових методів, зокрема методу граничних елементів, у якому внаслідок його напіваналітичної природи поєднується висока точність з вимогою дискретизації лише межі області.

При вивченні впливу теплового розширення на напружений стан тіл за допомогою методів інтегральних рівнянь (чи граничних елементів), у числовій схемі слід обчислювати додатковий об'ємний інтеграл, що часто нівелює усі переваги методу. У випадку ізотропного тіла цей об'ємний інтеграл можна перетворити до граничного. Такий спосіб використано в роботах [185, 207, 210, 232] при дослідженні термопружної рівноваги ізотропних тіл із тріщинами. Однак у випадку анізотропних тіл зведення об'ємного інтеграла до поверхневого стає досить громіздким завданням. У роботі [269] для ви-

падку неоднорідних ортотропних площин, півплощин і смуг задачу термопружності зведено до інтегрального рівняння Вольтерра. Для розв'язування задачі у випадку області довільної геометрії було запропоновано низку підходів. Так, у роботах [154, 155] розроблено частковий інтегральний підхід (particular integral approach), що передбачає розбиття зайнятої тілом області на комірки, у кожній з яких температура апроксимується поліномом. У працях [256, 257] запропоновано алгоритм перетворення об'ємного інтеграла до контурного. Цей підхід успішно використано при аналізі термонапруженого стану анізотропних тіл із тріщинами у роботі [258]. Однак деякі з контурних інтегралів слід обчислювати у певним чином відображеній області, що ускладнює алгоритм МГЕ. W. T. Ang, D. L. Clements [138] розробили непрямий метод інтегральних рівнянь, що дає можливість досліджувати прямолінійні тріщини в анізотропному термопружному тілі, проте у кожному конкретному випадку обчислювальну схему слід підлаштовувати під геометрію задачі. Основні дослідження у напрямі вивчення термоелектропружних тіл здійснив Q. H. Qin [235, 237, 239, 240], який шляхом мінімізації певних потенціальних функцій отримав розрахункові схеми МГЕ для піроелектриків із теплоізолюваними непроникними тріщинами. J. Sladek et al. [261] розробили схему безсіткового методу Петрова – Гальоркіна для аналізу задач термоелектромагнітопружності тіл із тріщинами.

Вперше справжні граничні інтегральні рівняння термопружності анізотропних тіл побудовано у праці [224] для плоских задач теорії тріщин. Цей підхід був згодом розвинутий і застосований до плоских задач термомагнітоелектропружності тіл із тонкими деформівними включеннями [228]. У роботі [85] на основі загальних підходів теорії поля побудовано справді граничні інтегральні співвідношення просторових задач термомагнітоелектропружності, які згодом були застосовано до розв'язування просторових задач теорії тріщин [227] та тонких податних [229] і жорстких [264] включень.

Математичне формулювання задач термопружності аналогічне до відповідного формулювання задач вологопружності [178]. У зв'язку з дослідженням процесів сушіння виробів та заготовок, а також роботи елементів конструкцій за сумісної дії теплових факторів і вологості навколишнього середовища актуальним є вивчення задач термовологопружності [23, 89, 178]. Метод граничних елементів при аналізі вологоперенесення застосовано у роботі [265].

5. Періодичні задачі. Періодичні системи тріщин в ізотропному матеріалі розглянуто у значній кількості статей, основні результати яких відображено у монографіях [60, 103, 111]. Істотно менше робіт стосується періодичних систем тріщин в анізотропному середовищі. Серед них можна відмітити праці [15, 126, 150].

Періодичні системи тонких жорстких включень розглянуто в роботах [10, 148]. Системи тонких пружних включень в ізотропному середовищі вивчено у працях [30, 63, 72, 111]. Періодичні задачі для глобулярних криволінійних включень в анізотропному тілі досліджено в монографії [52], а для тонких – у працях [81, 230]. Тривимірну задачу для періодичної системи включень розглянуто за допомогою методу граничних елементів у праці [151].

6. Подвійно періодичні системи тонких неоднорідностей. Ефективні характеристики композитів. При дослідженні взаємодії тонких дефектів як правило, зосереджуються на вивченні регулярно розташованих неоднорідностей, адже, як зазначено у роботах [50, 158, 273, 274], такими можна вважати системи тріщин, що часто наявні у шаруватих кристалах, гірських породах та композитних матеріалах. Подвійно періодичні системи тріщин в ізотропному матеріалі розглянуто в монографіях М. П. Саврука, О. М. Лінькова, Г. Т. Сулима [60, 103, 111] та великій кількості статей, зокрема [50, 158, 273, 274]. Значно менше робіт стосується подвійно періодичних систем тріщин в анізотропному середовищі. Серед них можна вказати праці [15, 62, 126, 150, 278].

Важливість дослідження подвійно та потрійно періодичних задач зумовлена також можливістю за допомогою їхнього розв'язку вирішити проблему визначення та оптимізації ефективних механічних властивостей композитного матеріалу з регулярною структурою [60, 111, 158]. При побудові відповідних моделей армованого волокнами чи платівками композита зміцнювальні елементи найчастіше описують тонкими абсолютно жорсткими включеннями [10, 158, 203]. У монографії [111] та статті [215] для задач антиплоскої деформації ці результати узагальнено на випадок систем тонких пружних включень. У книзі [52] методами рядів із поліномами Фабера розглянуто подвійно періодичні задачі для анізотропних пластинок із криволінійними глобулярними включеннями. У роботі [127] досліджено ефективні властивості композита з анізотропною матрицею, що армована системою тонких гнучких включень. У праці [191] запропоновано узагальнену схему методу Морі – Танаки для вивчення ефективних характеристик магнітоелектропружних композитів із глобулярними вкладеними одне в одного включеннями.

При дослідженні ефективних характеристик середовищ із регулярними системами неоднорідностей за допомогою методів інтегральних рівнянь (чи граничних елементів) склалися три основні підходи. Перший, використаний Y. Liu [199], X. Zhu зі співавторами [287] та ін., розглядає середовище з багатьма включеннями (волокнами) без огляду на періодичну структуру. Мабуть вперше при вивченні динамічних пружних властивостей середовища з тонкими жорсткими включеннями такий підхід застосовано В. В. Михаськівим зі співавторами [214]. Численні дослідження, що стосуються моделювання і прогнозування ефективних характеристик п'єзоелектричних та п'єзомагнітних композитів здійснено Л. П. Хорошуном, М. О. Шульгою, Б. П. Масловим та їхніми учнями [59, 66, 129, 133].

У другому підході розглядається лише один представницький елемент об'єму (representative volume element) композитного матеріалу з регулярною будовою. Зокрема, такий спосіб вивчення ефективних сталих композита впроваджено в МГЕ у працях Y. J. Liu та X. L. Chen [200], C. Y. Dong та K. Y. Lee [158], C. Y. Dong [157] та ін.

Третій підхід використовує спеціальні граничні інтегральні рівняння подвійно періодичних задач. Застосовуючи цей підхід А. М. Лін'ков, V. F. Koshelev [197] і О. М. Ліньков [60] розробили комплексний МГЕ для вивчення подвійно періодичних систем тріщин, отворів та глобулярних включень в ізотропному пружному середовищі. Внаслідок своєї напіваналітичної природи цей підхід дає можливість не тільки обчислювати коефіцієнти інтенсивності напружень регулярних систем тріщин чи концентрацію напружень на отворах і включеннях, а також визначати ефективні характеристики композитних матеріалів без додаткового розгляду межі представницького елемента об'єму та відповідних періодичних крайових умов на ній. Тому при числовому моделюванні розглядається лише поверхня тріщини чи отвору, що істотно зменшує розмір результуючої системи лінійних алгебричних рівнянь.

Цей третій підхід широко використовується для високоточного кількісного аналізу подвійно періодичних систем тріщин і тонких включень. Зокрема, G. S. Wang [273] запропонував ефективний алгоритм вивчення взаємодії подвійно періодичних систем та підсистем тріщин в ізотропному пружному середовищі. J. Xiao, C. Jiang [278] вивчили антиплоску деформацію ортотропного середовища з подвійно періодичними системами тріщин різного розміру. Y. Z. Chen, N. Hasebe, K. Y. Lee [149] дослідили задачі взаємодії систем тріщин, зокрема періодичних, у пружних середовищах. J. H. Xiao, Y. L. Xu, C. P. Jiang [277] отримали замкнуті розв'язки для коефіцієнтів інтенсивності напружень та електричної індукції, а також ефективні характеристики п'єзоелектричних матеріалів із подвійно періодичними системами електропровідних жорстких лінійних включень, що перебу-

вають в умовах антиплоскої деформації. Р. Malits [203] вивчив взаємодію подвійно періодичних систем жорстких лінійних включень в ізотропному середовищі. У роботах [84, 226] досліджено концентрацію фізико-механічних полів та ефективні характеристики магнітоелектричних тіл із тонкими неоднорідностями.

7. Зв'язані, гіллясті та ламані включення. Аналіз пружних ламаних чи перехрещених включень переважно стосується задач антиплоскої деформації. Зокрема, у роботах [75, 216] розглянуто системи довільно орієнтованих злучених стрічкових пружних включень. У працях [54, 55, 131] здійснено аналіз антиплоскої деформації середовища, що містить систему зв'язаних тонких жорстких включень, зокрема у формі фасонних профілів кутника, тавра, двотавра тощо.

У межах плоскої задачі теорії пружності розроблено методи опису тріщин ламаного профілю [77, 103, 104], а також перехрещених абсолютно жорстких включень [4, 95]. Гнучке пружне хрестоподібне включення розглянуто в роботі [29].

Загальний підхід щодо вивчення гіллястих включень на основі застосування граничноелементного методу функцій стрибка запропоновано у [86].

8. Відшаровані включення і накладки. Частково відшаровані глобулярні еліптичні включення розглянуто в роботі [284]. Відшарування коротких волокон у композиті вивчено у праці [270]. Тривимірне поле напружень поблизу частково відшарованого жорсткого циліндричного волокна досліджено у статті [144]. Стосовно тонких включень, то в основному досліджувалися тільки тонкі абсолютно жорсткі включення, однобічно відшаровані уздовж всієї довжини повністю чи за гладкого контакту з оточуючим матеріалом [1, 34, 98], а також з урахуванням тертя [35, 98, 100]. Взаємодію міжфазної тріщини і жорсткого однобічно відшарованого включення вивчено в роботі [134]. У працях В. Г. Попова та О. П. Мойсеєнка [67, 96] досліджено нестационарну задачу для тонкого жорсткого відшарованого включення за умов плоскої та антиплоскої деформацій. Розгляду пружних включень стосуються лише поодинокі роботи, наприклад, тонке однобічно повністю відшароване гнучке включення розглядається у праці [208].

Дослідження задач для підкріплених розвантажувальних отворів пластинчатих елементів конструкцій стосуються численні праці А. О. Сяського з учнями, зокрема [120–122], що розвивають результати ґрунтовних досліджень з цієї тематики, здійснені ще у 1950–70-х рр. Г. М. Савіним, М. П. Шереметьєвим, Н. П. Флейшманом, В. В. Божидарніком та іншими вченими [13, 101, 102, 132]. У монографії [52] методами рядів розраховано концентрацію напружень в анізотропних пластинках із подвійно періодичними системами пружних кілець. У роботі [37] побудовано алгоритм визначення термонапруженого стану анізотропних пластинок із пружними кільцями. У праці [68] розглянуто розсіювання електромагнітних хвиль тонким діелектричним покривом на циліндрі. У роботі I. Benedetti et al. [142] побудовано швидкий МГЕ для аналізу пошкоджених конструкцій із наклеєними тонкими п'єзоелектричними сенсорами, що моделюються методом скінчених елементів.

9. Руйнування тіл із тонкими включеннями. Однією з основних проблем у дослідженні граничної рівноваги тіл із тонкими неоднорідностями є три можливі сценарії руйнування, пов'язані з місцем його зародження [111]: **1)** у тілі поблизу вершини дефекту; **2)** на спільній межі з основним матеріалом; **3)** всередині включення. Не виключено, що процес руйнування може виникати також і на невеликій відстані від включення або охоплювати одночасно декілька сценаріїв.

У літературі найбільше уваги приділено вивченню руйнування, що зароджується в тілі поблизу вершини дефекту. Тут слід відмітити роботи Л. Т. Бережницького, Р. С. Громяка, В. В. Панасюка та І. І. Труша [7, 11], в яких руйнування поблизу жорстких гострокінцевих включень пов'язане з

радіальною складовою тензора напружень в околі вістря дефекту; праці Е. Е. Gdoutos [169, 170], де започатковано і розвинуто ідею застосування при вивченні граничного стану тіл із жорсткими тонкими чи гострокінцевими включеннями критерію стаціонарності густини енергії деформації G. C. Sih [204]; статтю С. Ю. Попіни і Г. Т. Сулима [94], в якій у критеріальному співвідношенні для тонких пружних включень враховано як кільцеву, так і радіальну складові тензора напружень; працю М. М. Кундрата [56], де комплексно розглядаються механізми руйнування, спричинені відшаруванням і розривом включення тощо. Експериментального дослідження тонких жорстких включень, а також теоретичного вивчення включень у попередньо напружених матеріалах стосуються праці F. Dal Corso, D. Bigoni, M. Gei [152, 153], де руйнування пов'язано з радіальною складовою тензора напружень. У роботах М. М. Стадника та О. Є. Андрейківа [109] і В. П. Силованюка та Р. Я. Юхима [106, 108] опрацьовано теорію руйнування тонких податних включень на основі вінклерової моделі. Достатньо повний огляд досліджень, що стосуються руйнування тіл із тонкими чи гострокінцевими жорсткими і пружними включеннями, можна знайти у монографії [111] і працях [56, 94].

1. Александров В. М., Сметанин Б. И., Соболев Б. В. Тонкие концентраторы напряжений в упругих телах. – Москва: Физматлит, 1993. – 224 с.
2. Андрейкив А. Е. Разрушение квазихрупких тел с трещинами при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1979. – 144 с.
3. Андрейкив О. С., Назарчук З. Т., Скальський В. Р., Рудавський Д. В., Сергієнко О. М. Коэффициенты интенсивности напряжений, причиненных магнетным полем у ферромагнетиках // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2008. – **44**, № 3. – С. 130–132.
4. Антипов Ю. А., Попов Г. Я., Яцко С. И. Решение задач о концентрации напряжений возле пересекающихся дефектов при помощи задачи Римана с бесконечным индексом // Прикл. математика и механика. – 1987. – **51**, № 3. – С. 458–467.
5. Бабич И. Ю., Кирилук В. С. Напряженное состояние электроупругого пространства с произвольно ориентированным трехосным эллипсоидальным включением // Прикл. механика. – 2009. – **45**, № 4. – С. 72–80.
6. Бардзокас Д. И., Зобнин А. И., Сенник Н. А., Фильштинский М. Л. Математическое моделирование в задачах механики связанных полей: В 2 т. – Т. 2. Статические и динамические задачи электроупругости для составных многосвязных тел. – Москва: КомКнига, 2005. – 376 с.
7. Бережницкий Л. Т., Громяк Р. С., Труш И. И. О построении диаграмм локального разрушения для хрупких тел с остроконечными жесткими включениями // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1975. – **11**, № 5. – С. 40–47.
8. Бережницкий Л. Т., Денисюк И. Т. Напряженно-деформированное состояние вблизи жесткого дискообразного включения в трансформном теле // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1984. – **20**, № 1. – С. 45–50.
9. Бережницкий Л. Т., Денисюк И. Т. О распределении напряжений и смещений вблизи жесткого дискообразного включения // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1984. – **20**, № 6. – С. 105–106.
10. Бережницкий Л. Т., Панасюк В. В., Стацук Н. Г. Взаимодействие жестких линейных включений и трещин в деформируемом теле. – Киев: Наук. думка, 1983. – 288 с.
11. Бережницкий Л. Т., Панасюк В. В., Труш И. И. О локальном разрушении хрупкого тела с остро-конечными жесткими включениями // Проблемы прочности. – 1973. – № 10. – С. 8–11.
12. Бернар И. И., Опанасович В. К. Напряженное состояние пластинки с тонкостенным включением по дуге окружности // Прикл. математика и механика. – 1983. – **47**, № 2. – С. 249–256.
13. Божидарник В. В. Двовимірні задачі пружності й термпружності структурно-неоднорідних тіл. – Львів: Світ, 1998. – 352 с.
14. Божидарник В. В., Андрейкив О. С., Сулим Г. Т. Механіка руйнування, міцність і довговічність неперервно армованих композитів: В 2 т. – Луцьк: Надстир'я, 2007. – Т. 1. – 400 с.; Т. 2. – 424 с.

15. *Божидарник В. В., Максимович О. В.* Пружна та гранична рівновага анізотропних пластинок з отворами і тріщинами. – Луцьк: Луцьк. держ. техн. ун-т, 2003. – 228 с.
16. *Бурак Я. И., Чекурин В. Ф.* Физико-механические поля в полупроводниках. Математические основы теории. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
17. *Бурак Я. Й.* Вибрані праці. – Львів: НУЦММ ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2001. – 352 с.
18. *Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Дробенко Б. Д.* Визначення параметрів термомеханічного стану термочутливих магнітотвердих феромагнітних тіл за умов дії квазіусталених електромагнітних полів // Доп. НАН України. – 2007. – № 8. – С. 53–58.
19. *Бурак Я., Кондрат В., Грицина О.* Основи локально градієнтної теорії діелектриків. – Ужгород: Поліграфцентр «Ліра», 2011. – 208 с.
20. *Ванин Г. А.* Механика ленточных композиционных материалов // Прикл. механика. – 1985. – 21. № 4. – С. 24–32.
21. *Винницька Л. І., Григоренко Я. М., Савула Я. Г.* Гетерогенна математична модель пружного тіла з тонким податливим на згин включенням // Доп. НАН України. – 2009. – № 9. – С. 62–66.
22. *Винницька Л., Савула Я.* Напружено-деформований стан пружного тіла з тонким включенням // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2008. – Вип. 7. – С. 21–29.
23. *Гайвась Б.* Модель формостійкості пористої пластини в процесі природного осушення // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2010. – Вип. 11. – С. 56–65.
24. *Гачкевич А. Р.* Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. – Киев: Наук. думка, 1992. – 192 с.
25. *Говоруха В. Б., Геррманн К. П., Лобода В. В.* Электрически проницаемая трещина с зонами контакта между двумя пьезоэлектрическими материалами // Прикл. механика. – 2008. – 44. № 3. – С. 66–74.
26. *Говоруха В. Б., Лобода В. В.* Аналіз міжфазної тріщини в п'єзокерамічному тілі скінчених розмірів // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2008. – Вип. 4. – С. 47–52.
27. *Говоруха В., Лобода В.* Вплив електричної проникності міжфазної тріщини на характеристики електромеханічного поля в околі її вершини // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2010. – Вип. 73. – С. 44–55.
28. *Григолюк Э. И., Фильштинский Л. А.* Регулярные кусочно-однородные структуры с дефектами. – Москва: Физматлит, 1994. – 335 с.
29. *Григорян Э. Х., Торосян Д. Р., Шагинян С. С.* Задача для упругой плоскости, содержащей крестообразное включение // Изв. НАН Армении. Механика. – 2002. – 55, № 1. – С. 6–16.
30. *Грилицкий Д. В., Сулим Г. Т.* Периодическая задача для упругой плоскости с тонкостенными включениями // Прикл. математика и механика. – 1975. – 39, № 3. – С. 520–529.
31. *Грилицкий Д. В., Сулим Г. Т.* Розвиток теорії тонкостінних включень у Львівському державному університеті // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 1987. – Вип. 27. – С. 3–9.
32. *Денисюк І. Т.* Пружна рівновага тіла з негладким включенням. – Луцьк: Ред.-вид. відділ Луцьк. держ. техн. ун-ту, 2004. – 220 с.
33. *Добряк Д. А.* Периодическая задача термоупругости для пластинки с упругими включениями // Вісн. Донецьк. нац. ун-ту. Сер. А. Природн. наук. – 2008. – Вип. 1. – С. 98–105.
34. *Ильина И. И., Сильвестров В. В.* Задача о тонком жестком межфазном включении, отслоившемся вдоль одной стороны от среды // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2005. – № 3. – С. 153–166.
35. *Ильина И. И., Сильвестров В. В.* Частично отслоившееся тонкое жесткое включение между разными упругими материалами при наличии трения в зоне контакта // Вестн. СамГУ. Естественнонаучная серия. – 2007. – № 4(54). – С. 124–139.
36. *Калоев С. А., Баева А. И., Бороненко О. И.* Двумерные задачи электро- и магнитоупругости для многосвязных областей. – Донецк: Юго-Восток, 2007. – 268 с.
37. *Калоев С. А., Добряк Д. А.* Термоупругое состояние анизотропной пластинки с упругими кольцами // Теорет. и прикл. механика. – 2009. – Вип. 46. – С. 155–168.

38. Калоеров С. А., Добряк О. А. Термоэлектромагнитоупругое состояние многосвязной анизотропной полуплоскости // Теорет. и прикл. механика. – 2010. – Вып. 1(47). – С. 45–61.
39. Калоеров С. А., Петренко А. В. Двумерные задачи электромагнитоупругости для многосвязных тел. – Донецк: Юго-Восток, 2011. – 232 с.
40. Калоеров С. А., Сорочан О. А. Двумерные задачи термоэлектромагнитоупругости для многосвязных сред // Теорет. и прикл. механика. – 2008. – Вып. 44. – С. 61–79.
41. Калоеров С. А., Хорошев К. Г. Термоэлектроупругое состояние анизотропной пластинки с отверстиями и трещинами // Теорет. и прикл. механика. – 2005. – Вып. 41. – С. 124–133.
42. Калоеров С. А., Хорошев К. Г. Термоэлектроупругое состояние многосвязной анизотропной пластинки // Прикл. механика. – 2005. – 41, № 11. – С. 116–126.
43. Карнаузов В. Г., Михайленко В. В. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении. – Житомир: Житомир. держ. технолог. ун-т, 2005. – 428 с.
44. Кирилюк В. С. О напряженном состоянии пьезокерамического тела с плоской трещиной, раскрываемой жестким включением // Прикл. механика. – 2008. – 44, № 7. – С. 47–60.
45. Кирилюк В. С. Термонапряженное состояние пьезокерамического тела с плоской трещиной при симметричном тепловом потоке с её поверхностей // Прикл. механика. – 2010. – 46, № 7. – С. 23–33.
46. Кирилюк И. Ф. Вынужденные моногармонические колебания и виброразогрев вязкоупругих гибких круглых пластинок с пьезослоями // Прикл. механика. – 2013. – 49, № 6. – С. 100–112.
47. Кит Г. С., Сушко О. П. Вплив джерела тепла на напружений стан тіла з теплоізолюваною круговою тріщиною // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2011. – Вип. 9. – С. 111–121.
48. Кит Г. С., Черняк М. С. Напружений стан тіл з термічними циліндричними включеннями та тріщинами (плоска деформація) // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – 46, № 3. – С. 30–37.
49. Кит Г. С., Черняк М. С. Напружений стан тіла з тепловідільними сферичними включеннями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – 54, № 4. – С. 82–89.
50. Коваленко Ю. Ф., Салганик Р. Л. Трещиновидные неоднородности и их влияние на эффективные механические характеристики // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1977. – № 5. – С. 76–86.
51. Кондрат В., Грицина О. Лінійні теорії електромагнітомеханіки діелектриків // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2009. – Вип. 9. – С. 7–46.
52. Космодамианский А. С. Напряженное состояние анизотропных сред с отверстиями или полостями. – Киев: Вища шк., 1976. – 200 с.
53. Кулинич Я. П., Назарчук З. Т. Інтегральні рівняння для електромагнетного поля у провідному тілі з тріщиною // Відбір і обробка інформації. – 2005. – Вип. 23. – С. 11–16.
54. Кундрат А. М. Антиплоска задача для пружного простору із жорстким тонкостінним кутником // Наукові нотатки. – 2007. – Вип. 20, Т. 1. – С. 245–249.
55. Кундрат А. М. Ізотропне тіло армоване фасонними профілями тавра та кутника в умовах поздовжнього зсуву // Вісн. нац. ун-ту водного госп-ва та природокористування. – 2009. – 46, вип. 2. – С. 173–178.
56. Кундрат Н. М. Об отслоении включения в ортотропной композиции // Прикл. механика. – 2000. – 36, № 9. – С. 123–128.
57. Кушнір Р. М., Николишин М. М., Осадчук В. А. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами. – Львів: Сполом, 2003. – 320 с.
58. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – Москва: Наука, 1977. – 416 с.
59. Лещенко П. В., Маслов Б. П. Эффективные постоянные пьезоактивных композиций стохастической структуры // Прикл. механика. – 1987. – 23, № 3. – С. 71–77.
60. Линьков А. М. Комплексный метод граничных интегральных уравнений теории упругости. – Санкт-Петербург: Наука, 1999. – 382 с.
61. Лобода В. В., Ходанен Т. В. Задача термоэлектромагнитоупругости для п'єзоелектричного/п'єзромагнітного біматеріалу з міжфазною тріщиною // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – 51, № 3. – С. 121–132.
62. Максимович О. В. Двоперіодичні задачі теорії пружності для анізотропних пластинок із тріщинами // Наукові нотатки. – 2011. – Вип. 33. – С. 136–143.

63. *Мартыняк Р. М., Сулим Г. Т.* Периодическая задача для системы линейных компланарных включений в изотропной плоскости // *Мат. методы и физ.-мех. поля.* – 1982. – Вып. 15. – С. 113–117.
64. *Маруха В. І., Панасюк В. В., Силованюк В. П.* Ін'єкційні технології відновлення роботоздатності пошкоджених споруд тривалої експлуатації. – Львів: Сполом, 2009. – 262 с.
65. *Маруха В. І., Середницький Я. А., Гнип І. П., Силованюк В. П.* Розробка ін'єкційних технологій та створення комплексу пересувного устаткування для діагностики та відновлення працездатності бетонних і залізобетонних конструкцій і споруд, що експлуатуються в умовах корозійно-механічного руйнування // *Наука та інновації.* – 2007. – 3, № 5. – С. 26–33.
66. *Маслов Б. П., Леценко П. В.* Прогнозирование эффективных свойств пьезомагнитной керамики, упрочненной дискретными волокнами // *Прикл. механика.* – 1981. – 17, № 8. – С. 114–118.
67. *Мойсеенок А. П., Попов В. Г.* Нестационарная задача о концентрации упругих напряжений вблизи тонкого жесткого отслоившегося включения находящегося в условиях плоской деформации // *Вісн. Дніпропетр. ун-ту.* – 2007. – № 2/2. – Сер. Механіка. – Вип. 11, т. 2. – С. 130–140.
68. *Назарчук З. Т.* Моделирование розсіяння електромагнетних хвиль тонким діелектричним покривом на циліндрі // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2006. – 42, № 1. – С. 96–104.
69. *Назарчук З. Т., Стадник Т. М.* Дифракційна взаємодія тріщиноподібних дефектів // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2008. – 44, № 4. – С. 47–51.
70. *Опанасович В. К.* О двух подходах к исследованию антиплоской деформации изотропного массива с тонким упругим включением // *Прикл. математика и механика.* – 1988. – 52, № 1. – С. 116–119.
71. *Опанасович В. К., Драган М. С.* Антиплоская деформация тела с системой тонких пружных включений // *Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат.* – 1984. – Вип. 22. – С. 71–77.
72. *Опанасович В. К., Драган М. С.* Періодична система паралельних тонких пружних включень у пластині // *Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат.* – 1985. – Вип. 23. – С. 83–89.
73. *Опанасович В. К., Драган М. С., Тисовский Л. О.* Напряжения в плоскости, содержащей систему прямолинейных тонких упругих включений // *Физ.-хим. механика материалов.* – 1985. – 21, № 6. – С. 21–26.
74. *Осадчук В., Кушнір Р., Николишин М.* Залишкові напруження в циліндричній оболонці з тріщиною // *Машинознавство.* – 1998. – № 4-5. – С. 40–43.
75. *Осів О. П., Сулим Г. Т.* Антиплоская деформация изотропного середовища зі злученими пружними стрічковими включеннями // *Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій.* – 2002. – Вип. 5. – С. 154–164.
76. *Павльченко В. М., Сулим Г. Т.* Плоская задача для линейных включений на границе раздела анизотропных материалов / *Редкол. журн. «Физ.-хим. механика материалов».* – Львов, 1987. – 11 с. – Деп. в ВИНТИ 15.01.87, № 330-B87.
77. *Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П.* Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – Киев: Наук. думка, 1976. – 444 с.
78. *Панасюк В. В., Силованюк В. П., Маруха В. І.* Міцність пошкоджених тріщинами елементів конструкцій, залікованих за ін'єкційними технологіями // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2005. – 41, № 6. – С. 60–64.
79. *Панасюк В. В., Стадник М. М., Силованюк В. П.* Концентрация напряжений в трехмерных телах с тонкими включениями. – Киев: Наук. думка, 1986. – 216 с.
80. *Партон В. З., Кудрявцев Б. А.* Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. – Москва: Наука, 1988. – 472 с.
81. *Пастернак Я. М.* Плоская задача теории пружности анизотропного тела с периодичными системами тонких неоднородностей // *Вісн. Донецьк. нац. ун-ту. Сер. А. Природн. науки.* – 2012. – № 1. – С. 83–90.
82. *Пастернак Я. М.* Плоская задача теории пружности для анизотропных тел с тонкими пружными включениями // *Мат. методы та фіз.-мех. поля.* – 2011. – 54, № 3. – С. 124–137.
83. *Пастернак Я. М., Сулим Г. Т.* Двовимірні зв'язані електричні, магнітні та механічні поля в діелектриках із тріщинами та тонкими включеннями // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2012. – 55, № 2. – С. 71–85.
84. *Пастернак Я. М., Сулим Г. Т.* Плоская задача теории упругости анизотропного тела с двоякопериодическими системами тонких неоднородностей // *Изв. РАН. Механика твердого тела.* – 2014. – № 2. – С. 58–72.

85. *Пастернак Я. М., Сулим Г. Т., Пастернак Р. М.* Узагальнена тотожність Сомільяни для термомагнітоелектропружних анізотропних тіл // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2013. – **56**, № 3. – С. 158–169.
86. *Пастернак Я., Сулим Г.* Плоска задача теорії пружності анізотропного тіла з тонкими гіллястими пружними включеннями // *Вісн. Терноп. нац. техн. ун-ту.* – 2011. – **16**, № 4. – С. 23–31.
87. *Підстригач Я. С.* Умови теплового контакту твердих тіл // *Доп. АН УРСР. Сер. А.* – 1963. – № 7. – С. 872–874.
88. *Піскозуб Й. З., Сулим Г. Т.* Асимптотика напружень в околі кінців тонкого міжфазного вкраплення // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 1996. – **32**, № 4. – С. 39–48.
89. *Поберейко Б. П.* Вплив температури на міцність деревини у пружній області деформування // *Наук. вісн. нац. лісотехн. ун-ту України.* – 2007. – Вип. 17.2. – С. 61–66.
90. *Подильчук Ю. Н.* Напряженное состояние ферромагнетика с эллиптической трещиной при действии однородного магнитного поля // *Прикл. механика.* – 2001. – **37**, № 2. – С. 78–86.
91. *Подильчук Ю. Н.* Электроупругое равновесие трансверсально-изотропных пьезокерамических сред с полостями, включениями и трещинами // *Прикл. механика.* – 1998. – **34**, № 10. – С. 109–119.
92. *Подильчук Ю. Н., Дашко О. Г.* Напряженно-деформированное состояние упругого ферромагнетика с эллипсоидальным включением при действии однородного магнитного поля // *Прикл. механика.* – 2003. – **39**, № 7. – С. 64–74.
93. *Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Кондрат В. Ф.* Магнитотермоупругость электропроводных тел. – Киев: Наук. думка, 1982. – 296 с.
94. *Попина С. Ю., Сулим Г. Т.* Предельная нагрузка для хрупкого тела с тонкостенным упругим включением // *Физ.-хим. механика материалов.* – 1987. – **23**, № 2. – С. 115–118.
95. *Попов В. Г.* Динамическая задача теории упругости для плоскости, содержащей жесткое крестообразное включение // *Прикл. математика и механика.* – 1993. – **57**, № 1. – С. 100–115.
96. *Попов В. Г., Мойсеенок А. П.* Концентрация напряжений вблизи отслоившегося тонкого упругого включения при воздействии нестационарной волны продольного сдвига // *Теорет. и прикл. механика.* – 2005. – Вып. 41. – С. 184–192.
97. *Попов Г. Я.* Вклад одесских исследователей в развитие методов решения смешанных задач механики деформируемого тела // *Тез. докл. IV Всесоюз. конф. «Смешанные задачи механики деформируемого тела» (Одесса, 26–29 сент. 1989 г.).* – Одесса, 1989. – Т. 2. – С. 59–60.
98. *Попов Г. Я.* Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. – Москва: Наука, 1982. – 344 с.
99. *Рабош Р. В.* Динамічна взаємодія пружного середовища з тонкостінним криволінійним п'єзоелектричним включенням при поздовжніх коливаннях композита // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2009. – **52**, № 1. – С. 101–106.
100. *Руссакова И. И.* Плоскость с включением, отслоившемся вдоль одной стороны от среды, под действием различных нагрузок при наличии трения // *Мат. моделирование и краевые задачи: Тр. Всерос. науч. конф. (Самара, 26–28 мая 2004 г.). Ч. 1. Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций.* – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2004. – С. 191–194.
101. *Савин Г. Н.* Концентрация напряжений около отверстий. – Москва: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1951. – 496 с.
102. *Савин Г. Н., Флейшман Н. П.* Пластинки и оболочки с ребрами жесткости. – Киев: Наук. думка, 1964. – 384 с.
103. *Саврук М. П.* Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1981. – 324 с.
104. *Саврук М. П.* Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1988. – 620 с. – *Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие в 4 т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка – Т. 2.*
105. *Саврук М. П., Зеленьак В. М.* Двовимірні задачі термопружності для кусково-однорідних тіл з тріщинами. – Львів: Растр, 2009. – 212 с.
106. *Силованюк В. П.* Руйнування попередньо напружених і трансверсально-ізо-тропних тіл із дефектами. – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2000. – 300 с.

107. Силованюк В. П., Маруха В. І., Онищак Н. В. Залишкова міцність циліндричних елементів з тріщинами, залікованими за ін'єкційною технологією // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – **43**, № 1. – С. 99–103.
108. Силованюк В. П., Юхим Р. Я. Деформація та руйнування матеріалів біля включень під статичним навантаженням тіла // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – **43**, № 6. – С. 31–35.
109. Стадник М. М., Андрейкив А. Е. Прочность материалов, содержащих системы тонких включений // Физ.-хим. механика материалов. – 1986. – **22**, № 1. – С. 29–35.
110. Сулим Г. Т. Концентрация напряжений возле тонкостенных линейных включений // Прикл. механика. – 1981. – **17**, № 11. – С. 82–89.
111. Сулим Г. Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями. – Львів: Досл.-видавн. центр НТШ, 2007. – 716 с.
112. Сулим Г. Т., Кунець Я. І., Рабош Р. В. Асимптотичний аналіз динамічної взаємодії тонкого прямолінійного п'єзоелектричного включення з пружним середовищем за позовжнього зсуву // Вісн. Донецьк. ун-ту. Сер. А. Природн. науки. – 2008. – № 1. – С. 137–141.
113. Сулим Г. Т., Пастернак Я. М. Застосування методу граничних елементів до аналізу антиплоскої деформації анізотропних тіл із тонкостінними структурами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – **51**, № 4. – С. 136–144.
114. Сулим Г. Т., Піскозуб Й. З. Умови контактної взаємодії тіл (Огляд) // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2004. – **47**, № 3. – С. 110–125.
115. Сулим Г. Т., Шевчук С. П. Плоска задача для кусково-однорідного анізотропного тіла зі стрічковим пружним включенням // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – **35**, № 6. – С. 7–16.
116. Сулим Г., Пастернак Я. Концентрація напружень та електричних зміщень на тонких включеннях у п'єзоелектричних тілах // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2011. – Вип. 13. – С. 139–148.
117. Сулим Г., Пастернак Я. Регуляризована тотожність Сомільяни для задач теорії пружності з тонкостінними структурами // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. Прикл. математика та інформатика. – 2007. – Вип. 13. – С. 142–150.
118. Сулим Г., Рабош Р. Антиплоска задача для тонкого пружного включення у п'єзоелектричному просторі // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2008. – Вип. 69. – С. 189–202.
119. Сыркин Л. Н. Пьезомагнитная керамика. – Ленинград: Энергия, 1980. – 208 с.
120. Сяський А. О., Трохимчук О. Я. Мішана контактна задача для пластинки з криволінійним отвором і системи штампів з кутовими точками // Вісн. нац. техн. ун-ту України «КПІ». Сер. Машинобудування. – 2010. – № 58. – С. 36–41.
121. Сяський А., Батишкіна Ю. Часткове симетричне підсилення криволінійного отвору в нескінченній пластинці // Вісн. Терноп. держ. техн. ун-ту. – 2004. – **9**, № 2. – С. 5–12.
122. Сяський А., Шевцова Н. Пружна рівновага пластинки з криволінійним контуром, частково підсиленим системою трьох несиметричних ребер // Вісн. Терноп. держ. техн. ун-ту. – 2008. – **13**, № 1. – С. 13–19.
123. Терлецький Р. Ф. Моделювання термомеханічної поведінки багатокомпонентних деформівних твердих тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання. II. Статистичний опис дії чинників дії електромагнітного поля на багатокомпонентні тіла // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2002. – **45**, № 3. – С. 155–168.
124. Терлецький Р. Ф. Моделювання термомеханічної поведінки багатокомпонентних деформівних твердих тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання. I. Балансові співвідношення механіки та другий закон термодинаміки // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2002. – **45**, № 2. – С. 81–91.
125. Улітко А. Ф., Мольченко Л. В., Ковальчук В. Ф. Магнітопружність при динамічному навантаженні. – Київ: Либідь, 1994. – 155 с.
126. Фильштинский Л. А. Двоякопериодическая задача теории упругости для анизотропной среды с криволинейными разрезами // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1977. – № 6. – С. 116–124.
127. Фильштинский Л. А., Долгих В. Н. Модель анизотропной среды, армированной тонкими лентами // Прикл. механика. – 1979. – **15**, № 4. – С. 24–30.

128. Френчко Ю. С., Ткач М. Д. Антиплоская деформация тела с тонким дугообразным включением // Физ.-мех. поля в деформируемых средах. – Киев: Наук. думка, 1978. – С. 81–84.
129. Хорошун Л. П., Дородных Т. И. Задача об эффективных свойствах стохастических пьезомагнитных композитных материалов // Теорет. и прикл. механика. – 2001. – Вып. 32. – С. 3–16.
130. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. – Москва: Наука, 1974. – 640 с.
131. Шацький І. П., Кундрат А. М. Антиплоска деформація пружного простору зі зв'язаними жорсткими стрічковими включеннями // Доп. НАН України. – 2004. – № 11. – С. 55–60.
132. Шереметьев М. П. Пластинки с подкрепленным краем. – Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1960. – 258 с.
133. Шульга Н. А. Эффективные магнитоупругие свойства слоистых композитов // Прикл. механика. – 2006. – 42, № 8. – С. 36–43.
134. Ярдухун А. К. Аналитическое решение задачи взаимодействия межфазной трещины с отслоившимся межфазным включением при наличии сосредоточенных сил // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2003. – Вып. 19. – С. 107–110.
135. Ясний П. В. Пластично деформовані матеріали: втома і тріщинотривкість. – Львів: Світ, 1998. – 292 с.
136. Aliabadi M. H., Saleh A. L. Fracture mechanics analysis of cracking in plain and reinforced concrete using the boundary element method // Eng. Fract. Mech. – 2002. – 69, No. 2. – P. 267–280.
137. Ang W. T., Athanasius L. A boundary integral approach for plane analysis of electrically semi-permeable planar cracks in a piezoelectric solid // Eng. Anal. Bound. Elem. – 2011. – 35, No. 4. – P. 647–656.
138. Ang W. T., Clements D. L. Hypersingular integral equations for a thermoelastic problem of multiple planar cracks in an anisotropic medium // Eng. Anal. Bound. Elem. – 1999. – 23, No. 9. – P. 713–720.
139. Badia S., Parks M., Bochev P., Gunzburger M., Lehoucq R. On atomistic-to-continuum coupling by blending // Multiscale Model. Simul. – 2008. – 7, No. 1. – P. 381–406.
140. Bardzokas D. I., Filshinsky M. L., Filshinsky L. A. Mathematical methods in electro-magneto-elasticity. – New York: Springer, 2007. – 530 p.
141. Belytschko T., Xiao S. P. Coupling methods for continuum model with molecular model // Int. J. Multiscale Comput. Eng. – 2003. – 1, No. 1. – P. 115–126.
142. Benedetti I., Aliabadi M. H., Milazzo A. A fast BEM for the analysis of damaged structures with bonded piezoelectric sensors // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. – 2010. – 199, No. 9–12. – P. 490–501.
143. Bower C., Rosen R., Jin L., Han J., Zhou O. Deformation of carbon nanotubes in nanotube-polymer composites // Appl. Phys. Lett. – 1999. – 74, No. 22. – P. 3317–3319.
144. Chaudhuri R. A. Three-dimensional singular stress field near a partially debonded cylindrical rigid fiber // Compos. Struct. – 2006. – 72, No. 2. – P. 141–150.
145. Chen B. J., Shu D. W., Xiao Z. M. Electro-elastic interaction between a piezoelectric screw dislocation and collinear rigid lines // Int. J. Eng. Sci. – 2006. – 44, No. 7. – P. 422–435.
146. Chen X. L., Liu Y. J. Square representative volume elements for evaluating the effective material properties of carbon nanotube-based composites // Comp. Mater. Sci. – 2004. – 29, No. 1. – P. 1–11.
147. Chen Y. H., Hasebe N. Current understanding on fracture behaviors of ferroelectric/piezoelectric materials // J. Intell. Mater. Syst. Struct. – 2005. – 16, No. 7–8. – P. 673–687.
148. Chen Y. Z. Periodic rigid line problem in an infinite plate // Arch. Appl. Mech. – 1993. – 63, No. 7. – P. 464–471.
149. Chen Y. Z., Hasebe N., Lee K. Y. Multiple crack problems in elasticity. – Southampton: WIT, 2003. – 356 p.
150. Choi H. J. A periodic array of cracks in a functionally graded nonhomogeneous medium loaded under in-plane normal and shear // Int. J. Fract. – 1997. – 88, No. 2. – P. 107–128.
151. Clouteau D., Elhabre M. L., Aubry D. Periodic BEM and FEM-BEM coupling // Comput. Mech. – 2000. – 25, No. 6. – P. 567–577.

152. *Dal Corso F., Bigoni D., Gei M.* The stress concentration near a rigid line inclusion in a prestressed, elastic material. Part I Full-field solution and asymptotics // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2008. – **56**, No. 3. – P. 815–838.
153. *Dal Corso F., Bigoni D., Gei M.* The stress concentration near a rigid line inclusion in a prestressed, elastic material. Part II Implications on shear band nucleation, growth and energy release rate // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2008. – **56**, No. 3. – P. 839–857.
154. *Deb A., Banerjee P. K.* BEM for general anisotropic 2D elasticity using particular integrals // *Commun. Appl. Numer. Meth.* – 1990. – **6**, No. 2. – P. 111–119.
155. *Deb A., Henry D. P. (Jr.), Wilson E. B.* Alternate BEM formulations for 2- and 3-D anisotropic thermoelasticity // *Int. J. Solids Struct.* – 1991. – **27**, No. 13. – P. 1721–1738.
156. *Denda M.* BEM analysis of semipermeable piezoelectric cracks // *Key Eng. Mater.* – 2008. – **383**. – P. 67–84.
157. *Dong C. Y.* Effective elastic properties of doubly periodic array of inclusions of various shapes by the boundary element method // *Int. J. Solids Struct.* – 2006. – **43**, No. 25–26. – P. 7919–7938.
158. *Dong C. Y., Lee K. Y.* Numerical analysis of doubly periodic array of cracks/rigid-line inclusions in an infinite isotropic medium using the boundary integral equation method // *Int. J. Fract.* – 2005. – **133**, No. 4. – P. 389–405.
159. *Dong C. Y., Lo S. H., Antes H.* Fracture analysis in 2D magneto-electro-elastic media by the boundary element method // *Comput. Mech.* – 2008. – **41**, No. 2. – P. 207–217.
160. *Eerenstein W., Mathur N. D., Scott J. F.* Multiferroic and magnetoelectric materials // *Nature.* – 2006. – **442**. – P. 759–765.
161. *Encyclopedia of smart materials* / Ed. by M. M. Schwartz. – New York: Wiley, 2002. – xi+1176 p.
162. *Fan H., Keer L. M.* Two-dimensional line defects in anisotropic elastic solids // *Int. J. Fract.* – 1993. – **62**, No. 1. – P. 25–42.
163. *Feng W. J., Pan E., Wang X.* Dynamic fracture analysis of a penny-shaped crack in a magnetoelectroelastic layer // *Int. J. Solids Struct.* – 2007. – **44**, No. 24. – P. 7955–7974.
164. *Gao C.-F., Fan W.-X.* An interface inclusion between two dissimilar piezoelectric materials // *Appl. Math. Mech.* – 2001. – **22**, No. 1. – P. 96–104.
165. *Gao C.-F., Kessler H., Balke H.* Fracture analysis of electromagnetic thermoelastic solids // *Eur. J. Mech. - A/Solids.* – 2003. – **22**, No. 3. – P. 433–442.
166. *Gao C.-F., Wang M.-Z.* Collinear permeable cracks in thermopiezoelectric materials // *Mech. Mater.* – 2001. – **33**, No. 1. – P. 1–9.
167. *García-Sánchez F., Rojas-Díaz R., Sáez A., Zhang Ch.* Fracture of magneto-electro-elastic composite materials using boundary element method (BEM) // *Theor. Appl. Fract. Mech.* – 2007. – **47**, No. 3. – P. 192–204.
168. *García-Sánchez F., Saez A., Domínguez J.* Anisotropic and piezoelectric materials fracture analysis by BEM // *Comput. Struct.* – 2005. – **83**, No. 10–11. – P. 804–820.
169. *Gdoutos E. E.* Failure of a composite with a rigid fiber inclusion // *Acta Mech.* – 1981. – **39**, No. 3–4. – P. 251–262.
170. *Gdoutos E. E.* Fracture mechanics: An introduction. – Dordrecht: Springer, 2005. – 369 p.
171. *Glinchuk M. D., Eliseev E. A., Morozovska A. N., Blinc R.* Giant magnetoelectric effect induced by intrinsic surface stress in ferroic nanorods // *Phys. Rev. B.* – 2008. – **77**, No. 2. – P. 024106-1–024106-11.
172. *Goldwasser D. J., Otocká E. P., Kear B. H.* The mechanical behavior of polysulfone matrix composites reinforced with amorphous metal ribbons // *Mater. Sci. Eng.* – 1978. – **34**, No. 2. – P. 139–146.
173. *Groh U., Kuna M.* Efficient boundary element analysis of cracks in 2D piezoelectric structures // *Int. J. Solids Struct.* – 2005. – **42**, No. 8. – P. 2399–2416.
174. *Han F., Pan E., Albrecht J. D.* Strain and piezoelectric fields in embedded quantum wire arrays // *Superlattices Microstruct.* – 2006. – **40**, No. 3. – P. 125–136.
175. *Hao T. H., Shen Z. Y.* A new electric boundary condition of electric fracture mechanics and its applications // *Eng. Fract. Mech.* – 1994. – **47**, No. 6. – P. 793–802.
176. *Hou P. F.* 2D fundamental solution for orthotropic pyroelectric media // *Acta Mech.* – 2009. – **206**, No. 3–4. – P. 225–235.
177. *Hou P.-F., Leung A. Y. T.* A spheroidal inclusion in an infinite magneto-electro-elastic material // *Int. J. Eng. Sci.* – 2004. – **42**, No. 11–12. – P. 1255–1273.

178. *Hsieh M. C., Hwu C.* Hygrothermal stresses in unsymmetric laminates disturbed by elliptical holes // *Trans ASME J. Appl. Mech.* – 2006. – **73**, No. 2. – P. 228–239.
179. *Huang Z., Kuang Z.-B.* Dislocation inside a piezoelectric media with an elliptic inhomogeneity // *Int. J. Solids Struct.* – 2001. – **38**, No. 46-47. – P. 8459–8479.
180. *Kaczyński A.* On 3D problems of thermoelastostatics for transversely isotropic solids with anticracks // *Eur. J. Mech.-A/Solids.* – 2016. – **58**. – P. 102–111. – doi: 10.1016/j.euromechsol.2016.01.011.
181. *Kaczyński A.* Thermal stress analysis of a three-dimensional anticrack in a transversely isotropic solid // *Int. J. Solids Struct.* – 2014. – **51**, No. 13. – P. 2382–2389.
182. *Kaczyński A., Kaczyński B.* On 3D problem of an anticrack under vertically uniform heat flow in a transversely isotropic electro-thermo-elastic space // *Eur. J. Mech.-A/Solids.* – 2017. – **66**. – P. 15–25. doi: 10.1016/j.euromechsol.2017.06.004.
183. *Kaczyński A., Kozłowski W.* Thermal stresses in an elastic space with a perfectly rigid flat inclusion under perpendicular heat flow // *Int. J. Solids Struct.* – 2009. – **46**, No. 7-8. – P. 1772–1777.
184. *Kanaun S. K., Levin V. M.* Self-consistent methods for composites. Vol. 1: Static problems. – Dordrecht: Springer, 2008. – 384 p.
185. *Koshelev V., Ghassemi A.* Complex variable BEM for thermo- and poroelasticity // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2004. – **28**. – P. 825–832.
186. *Kulikov A. A., Nazarov S. A.* Cracks in piezoelectric and electroconductive bodies // *J. Appl. Ind. Math.* – 2007. – **1**, No. 2. – P. 201–216.
Куликов А. А., Назаров С. А. Трещины в пьезоэлектрических и электропроводящих телах // *Сиб. журн. индустр. математики.* – 2005. – **8**, № 1(21). – С. 70–87.
187. *Lang S. B.* Pyroelectricity: from ancient curiosity to modern imaging tools // *Physics Today.* – 2005. – **58**, No. 8. – P. 31–36.
188. *Leite L. G. S., Coda H. B., Venturini W. S.* Two-dimensional solids reinforced by thin bars using the boundary element method // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2003. – **27**, No. 3. – P. 193–201.
189. *Leite L. G. S., Venturini W. S.* Boundary element formulation for 2D solids with stiff and soft thin inclusions // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2005. – **29**, No. 3. – P. 257–267.
190. *Li J. Y.* Magnetolectric Green's functions and their application to the inclusion and inhomogeneity problems // *Int. J. Sol. Struct.* – 2002. – **39**, No. 16. – P. 4201–4213.
191. *Li J. Y.* Magnetoelastoelectric multi-inclusion and inhomogeneity problems and their applications in composite materials // *Int. J. Eng. Sci.* – 2000. – **38**, No. 18. – P. 1993–2011.
192. *Li R., Kardomateas G. A.* The mixed mode I and II interface crack in piezoelectromagneto-elastic anisotropic bimetals // *Trans. ASME J. Appl. Mech.* – 2007. – **74**, No. 4. – P. 614–627.
193. *Li X.-F.* Dynamic response of a piezoelectric material with a conducting rigid inclusion // *Meccanica.* – 2000. – **35**, No. 5. – P. 383–392.
194. *Liew K. M., Sun Y., Kitipornchai S.* Boundary element-free method for fracture analysis of 2-D anisotropic piezoelectric solids // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2007. – **69**. – P. 729–749.
195. *Lin Y., Sodano H. A.* A double inclusion model for multiphase piezoelectric composites // *Smart Mater. Struct.* – 2010. – **19**, No. 3. – Article 035003.
196. *Lin Y., Sodano H. A.* Fabrication and electromechanical characterization of a piezoelectric structural fiber for multifunctional composites // *Adv. Funct. Mater.* – 2009. – **19**, No. 4. – P. 592–598.
197. *Lin'kov A. M., Koshelev V. F.* Complex variables BIE and BEM for a plane doubly periodic system of flaws // *J. Chin. Inst. Eng.* – 1999. – **22**, No. 6. – P. 709–720.
198. *Liu Jinxi, Zhang Xiaosong, Liu Xianglin, Zheng Jian.* Anisotropic thermopiezoelectric solids with an elliptic inclusion or a hole under uniform heat flow // *Acta Mech. Sinica.* – 2000. – **16**, No. 2. – P. 148–163.
199. *Liu Y.* A new fast multipole boundary element method for solving large-scale two-dimensional elastostatic problems // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2006. – **65**. – P. 863–881.
200. *Liu Y. J., Chen X. L.* Continuum models of carbon nanotube-based composites using the boundary element method // *Electron. J. Boundary Elem.* – 2003. – **1**, No. 2. – P. 316–335.

201. *Liu Y. J., Chen X. L.* Evaluations of the effective materials properties of carbon nanotube-based composites using a nanoscale representative volume element // *Mech. Mater.* – 2003. – **35**. – P. 69–81.
202. *Lu P., Tan M. J., Liew K. M.* Piezothermoelastic analysis of a piezoelectric material with an elliptic cavity under uniform heat flow // *Arch. Appl. Mech.* – 1998. – **68**, No. 10. – P. 719–733.
203. *Malits P.* Doubly periodic array of thin rigid inclusions in an elastic solid // *Q. J. Mech. Appl. Math.* – 2010. – **63**, No. 2. – P. 115–144.
204. *Methods of analysis and solutions of crack problems. Recent developments in fracture mechanics* / Ed. G. C. Sih. – Ser. Mechanics of Fracture. Vol. 1.– Leyden: Noordhoff, 1973. – xiv+517 p.
205. *Midgley P. A., Dunin-Borkowski R. E.* Electron tomography and holography in materials science // *Nat. Mater.* – 2009. – **8**, No. 4. – P. 271–280.
206. *Mikhailov G. K., Parton V. Z.* Applied mechanics: Soviet reviews. – Vol. 2: Electromagnetoelasticity. – New York: Hemisphere, 1990. – 230 p.
207. *Mohammadi M., Hematiyan M. R., Aliabadi M. H.* Boundary element analysis of thermo-elastic problems with non-uniform heat sources // *J. Strain Anal. Eng.* – 2010. – **45**, No. 8 – P. 605–627.
208. *Moraru G.* Concentration of stresses near a debonded flexible inclusion in plane elasticity // *Rev. Roum. Sci. Tech. Ser. Méc. Appl.* – 2008. – **53**, No. 2. – P. 175–182.
209. *Moskowitz S. L.* The advanced materials revolution: technology and economic growth in the age of globalization. – Hoboken: J. Wiley, 2009. – 300 p.
210. *Mukherjee Y. X., Shah K., Mukherjee S.* Thermoelastic fracture mechanics with regularized hypersingular boundary integral equations // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 1999. – **23**, No. 1. – P. 89–96.
211. *Muñoz-Reja M. M., Buroni F. C., Sáez A., García-Sánchez F.* 3D explicit-BEM fracture analysis for materials with anisotropic multifield coupling // *Appl. Math. Model.* – 2016. – **40**, No. 4. – P. 2897–2912.
212. *Mura T.* Inclusion problems // *Appl. Mech. Rev.* – 1988. – **41**, No. 1. – P. 15–20.
213. *Murakami Y.* Metal fatigue: effects of small defects and nonmetallic inclusions. – Oxford: Elsevier, 2002. – 369 p.
214. *Mykhas'kiv V. V., Khay O. M., Zhang Ch., Boström A.* Effective dynamic properties of 3D composite materials containing rigid penny-shaped inclusions // *Wave Random Complex.* – 2010. – **20**, No. 3. – P. 491–510.
215. *Opanasovich V., Porochovsky V., Delyavsky M.* Antiplane deformation of isotropic body with a periodic system of thin rectilinear inclusions // *J. Theor. App. Mech. (Poland).* – 1999. – **37**, No. 1. – P. 65–79.
216. *Osiv O., Sulym G.* Antiplane deformation of isotropic medium with connected elastic ribbon-like inclusions // *Abstracts of the 4th Pol.-Ukr. Conf. «Current Problems in Mechanics of Nonhomogeneous Media» (Łódź, 4–8 Sept., 2001).* – Łódź: Technol. Univ. of Łódź, 2001. – P. 46.
217. *Padrón L. A., Aznárez J. J., Maeso O.* BEM–FEM coupling model for the dynamic analysis of piles and pile groups // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2007. – **31**, No. 6. – P. 473–484.
218. *Pan E.* A BEM analysis of fracture mechanics in 2D anisotropic piezoelectric solids // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 1999. – **23**, No. 1. – P. 67–76.
219. *Pan E.* A general boundary element analysis of 2-D linear elastic fracture mechanics // *Int. J. Fract.* – 1997. – **88**, No. 1. – P. 41–59.
220. *Pan E., Albrecht J. D., Zhang Y.* Elastic and piezoelectric fields in quantum wire semiconductor structures – A boundary integral equation analysis // *Phys. Status Solidi. B.* – 2007. – **244**, No. 6. – 1925–1939.
221. *Pan E., Han F., Albrecht J. D.* Strain fields in InAs/GaAs quantum wire structures: Inclusion versus inhomogeneity // *J. Appl. Phys.* – 2005. – **98**. – Article 013534.
222. *Panasjuk V., Sylovanyuk V., Marukha V.* Static and cyclic strength of a cracked body which strengthened by injection technologies // *Acta mechanica et automatica.* – 2007. – **1**, No. 1 – P. 85–88.
223. *Park S. B., Sun C. T.* Fracture criteria for piezoelectric ceramics // *J. Am. Ceram. Soc.* – 1995. – **78**, No. 6. – P. 1475–1480.
224. *Pasternak Ia.* Boundary integral equations and the boundary element method for fracture mechanics analysis in 2D anisotropic thermoelasticity // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2012. – **36**, No. 12. – P. 1931–1941.

225. *Pasternak Ia.* Coupled 2D electric and mechanical fields in piezoelectric solids containing cracks and thin inhomogeneities // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2011. – **35**, No. 4. – P. 678–690.
226. *Pasternak Ia.* Doubly periodic arrays of cracks and thin inhomogeneities in an infinite magnetoelastoelectric medium // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2012. – **36**, No. 5. – P. 799–811.
227. *Pasternak Ia., Pasternak R., Pasternak V., Sulym H.* Boundary element analysis of 3D cracks in anisotropic thermomagnetoelastoelectric solids // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2017. – **74**. – P. 70–78.
228. *Pasternak Ia., Pasternak R., Sulym H.* A comprehensive study on the 2D boundary element method for anisotropic thermoelectroelastic solids with cracks and thin inhomogeneities // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2013. – **37**, No. 2. – P. 419–433.
229. *Pasternak Ia., Sulym H.* Boundary element analysis of anisotropic thermomagnetoelastoelectric solids with 3D shell-like inclusions // *Acta Mechanica et Automatica.* – 2017. – **11**, No. 4. – P. 308–312.
230. *Pasternak Ia., Sulym H.* Stroh formalism based boundary integral equations for 2D magnetoelastoelectricity // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2013. – **37**, No. 1. – P. 167–175.
231. *Pollock J. T. A., Arthur J.* Tensile strength of ribbon reinforced composites // *Mater. Sci. Eng.* – 1975. – **18**, No. 2. – P. 209–212.
232. *Prasad N. N. V., Aliabadi M. H., Rooke D. P.* The dual boundary element method for thermoelastic crack problems // *Int. J. Fract.* – 1994. – **66**, No. 3. – P. 255–272.
233. *Qian D., Dickey E. C., Andrews R., Rantell T.* Load transfer and deformation mechanisms in carbon nanotube-polystyrene composites // *Appl. Phys. Lett.* – 2000. – **76**, No. 20. – P. 2868–2870.
234. *Qin Q. H.* 2D Green's functions of defective magnetoelastoelectric solids under thermal loading // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2005. – **29**, No. 6. – P. 577–585.
235. *Qin Q. H.* Fracture analysis of cracked thermopiezoelectric materials by BEM // *Electron. J. Boundary Elem.* – 2003. – **1**, No. 2. – P. 283–301.
236. *Qin Q. H.* Fracture mechanics of piezoelectric materials. – Boston: WIT Press, 2001.
237. *Qin Q. H.* Green's function and boundary elements of multifield materials. – Oxford: Elsevier, 2007. – 266 p.
238. *Qin Q. H.* Green's function for thermopiezoelectric plates with holes of various shapes // *Arch. Appl. Mech.* – 1999. – **69**, No. 6. – P. 406–418.
239. *Qin Q. H., Lu M.* BEM for crack-inclusion problems of plane thermopiezoelectric solids // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2000. – **48**, No. 7. – P. 1071–1088.
240. *Qin Q. H., Mai Y. W.* BEM for crack-hole problems in thermopiezoelectric materials // *Eng. Fract. Mech.* – 2002. – **69**, No. 5. – P. 577–588.
241. *Qin T. Y., Yu Y. S., Noda N. A.* Finite-part integral and boundary element method to solve three-dimensional crack problems in piezoelectric materials // *Int. J. Solids Struct.* – 2007. – **44**, No. 14–15. – P. 4770–4783.
242. *Rajapakse R. K. N. D., Xu X.-L.* Boundary element modelling of cracks in piezoelectric solids // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2001. – **25**, No. 9. – P. 771–781.
243. *Ramsey J. J., Pan E., Chung P.W.* Modelling of strain fields in quantum wires with continuum methods and molecular statics // *J. Phys. Condens. Matter.* – 2008. – **20**, No. 48. – P. 485215–27–485215–27.
244. *Rexer J., Anderson E.* Composites with planar reinforcements (flakes, ribbons). A review // *Polym. Eng. Sci.* – 1979. – **19**, No. 1. – P. 1–11.
245. *Riederer K., Duenser C., Beer G.* Simulation of linear inclusions with the BEM // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2009. – **33**, No. 7. – P. 959–965.
246. *Rojas-Diaz R., Garcia-Sánchez F., Sáez A.* Analysis of cracked magnetoelastoelectric composites under time-harmonic loading // *Int. J. Solids Struct.* – 2010. – **47**, No. 1. – P. 71–80.
247. *Rungamornrat J., Mear M. E.* Analysis of fractures in 3D piezoelectric media by a weakly singular integral equation method // *Int. J. Fract.* – 2008. – **151**, No. 1. – Article 1.
248. *Rungamornrat J., Mear M. E.* A weakly-singular SGBEM for analysis of cracks in 3D anisotropic media // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* – 2008. – **197**, No. 49–50. – P. 4319–4332.
249. *Rungamornrat J., Phongtinnaboot W., Wijeyewickrema A. C.* Analysis of cracks in 3D piezoelectric media with various electrical boundary conditions // *Int. J. Fract.* – 2015. – **192**, No. 2. – P. 133–153.

250. Saleh A. L., Aliabadi M. H. Crack growth analysis in reinforced concrete using BEM // *J. Eng. Mech.* – 1998 – **124**, No. 9. – P. 949–958.
251. Sanz J. A., Ariza M. P., Dominguez J. Three-dimensional BEM for piezoelectric fracture analysis // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2005. – **29**, No. 6. – P. 586–596.
252. Schadler L. S., Giannaris S. C., Ajayan P. M. Load transfer in carbon nanotube epoxy composites // *Appl. Phys. Lett.* – 1998. – **73**, No. 26. – P. 3842–3844.
253. Selvadurai A. P. S. An inclusion at a bi-material elastic interface // *J. Eng. Math.* – 2000. – **37**, No. 1-3. – P. 155–170.
254. Selvadurai A. P. S. Mechanics of a rigid circular disc bonded to a cracked elastic half-space // *Int. J. Solids Struct.* – 2002. – **39**, No. 24. – P. 6035–6053.
255. Sheng N., Sze K. Y. Multi-region Trefftz boundary element method for fracture analysis in plane piezoelectricity // *Comput. Mech.* – 2006. – **37**, No. 5. – P. 381–393.
256. Shiah Y. C., Guao T. L., Tan C. L. Two-dimensional BEM thermoelastic analysis of anisotropic media with concentrated heat sources // *CMES: Comput. Model. Eng. & Sci.* – 2005. – **7**, No. 3. – P. 321–338.
257. Shiah Y. C., Tan C. L. Exact boundary integral transformation of the thermoelastic domain integral in BEM for general 2D anisotropic elasticity // *Comput. Mech.* – 1999. – **23**, No. 1. – P. 87–96.
258. Shiah Y. C., Tan C. L. Fracture mechanics analysis in 2-D anisotropic thermoelasticity using BEM // *CMES: Comput. Model. Eng. & Sci.* – 2000. – **1**, No. 3. – P. 91–99.
259. Shindo Y., Ozawa E., Nowacki J. P. Singular stress and electric fields of a cracked piezoelectric strip // *Int. J. Appl. Electromagn. Mater.* – 1990. – **1**. – P. 77–87.
260. Sladek J., Sladek V., Solek P., Pan E. Fracture analysis of cracks in magneto-electro-elastic solids by the MLPG // *Comput. Mech.* – 2008. – **42**, No. 5. – P. 697–714.
261. Sladek J., Sladek V., Solek P., Zhang Ch. Fracture analysis in continuously non-homogeneous magneto-electro-elastic solids under a thermal load by the MLPG // *Int. J. Solids Struct.* – 2010. – **47**, No. 10. – P. 1381–1391.
262. Sladek J., Sladek V., Wünsche M., Zhang Ch. Analysis of an interface crack between two dissimilar piezoelectric solids // *Eng. Fract. Mech.* – 2012. – **89**. – P. 114–127.
263. Sulim G. T., Piskozub J. Z. Thermoelastic equilibrium of piecewise homogeneous solids with thin inclusions // *J. Eng. Math.* – 2008. – **61**, No. 2-4. – P. 315–337.
264. Sulym H., Pasternak Ia., Pasternak V. Boundary element modeling of pyroelectric solids with shell inclusions // *Mechanics and Mechanical Engineering [Poland]*. – 2018. – **22**, No. 3. – P. 727–737.
265. Tadeu A., Simões N., Branco F. G. Steady-state moisture diffusion in curved walls, in the absence of condensate flow, via the BEM: A practical civil engineering approach (Glaser method) // *Build. Environ.* – 2003. – **38**, No. 5. – P. 677–688.
266. Tian W. Y., Gabbert U. Macrocrack-microcrack interaction problem in magneto-electroelastic solids // *Mech. Mater.* – 2005. – **37**. – P. 565–592.
267. Tian W. Y., Gabbert U. Multiple crack interaction problem in magneto-electroelastic solids // *Eur. J. Mech.-A/Solids*. – 2004. – **23**, No. 4. – P. 599–614.
268. Ting T. C. T. *Anisotropic elasticity: theory and applications.* – New York: Oxford Univ. Press, 1996. – 567 p.
269. Tokovyy Y., Ma C.-C. An explicit-form solution to the plane elasticity and thermoelasticity problems for anisotropic and inhomogeneous solids // *Int. J. Solids Struct.* – 2009. – **46**, No. 21. – P. 3850–3859.
270. Tvergaard V. Debonding of short fibres among particulates in a metal matrix composite // *Int. J. Solids Struct.* – 2003. – **40**, No. 25. – P. 6957–6967.
271. Vaz C. A. F., Hoffman J., Ahn C. H., Ramesh R. Magneto-electric coupling effects in multiferroic complex oxide composite structures // *Adv. Mater.* – 2010. – **22**, No. 26-27. – P. 2900–2918.
272. Wagner H. D., Lourie O., Feldman Y., Tenne R. Stress-induced fragmentation of multiwall carbon nanotubes in a polymer matrix // *Appl. Phys. Lett.* – 1998. – **72**, No. 2. – P. 188–190.
273. Wang G. S. The interaction of doubly periodic cracks // *Theor. Appl. Fract. Mech.* – 2004. – **42**, No. 3. – P. 249–294.
274. Wang J., Fang J., Karihaloo B. L. Asymptotic of multiple crack interactions and prediction of effective modulus // *Int. J. Solids Struct.* – 2000. – **37**, No. 31. – P. 4261–4273.

275. Woo H.-G., Li H. Advanced functional materials. – Berlin etc.: Springer, 2011. – 350 p.
276. Wu L., Du S. A rigid line in a confocal elliptic piezoelectric inhomogeneity embedded in an infinite piezoelectric medium // Int. J. Solids Struct. – 2000. – **37**, No. 10. – P. 1453–1469.
277. Xiao J. H., Xu Y. L., Jiang C. P. Exact solution to the antiplane problem of doubly periodic conducting rigid line inclusions of unequal size in piezoelectric materials // Z. Angew. Math. Mech. – 2011. – **91**, No. 5. – P. 413–424.
278. Xiao J., Jiang C. Exact solution for orthotropic materials weakened by doubly periodic cracks of unequal size under antiplane shear // Acta Mech. Solida Sinica. – 2009. – **22**, No. 1. – P. 53–63.
279. Xiao Z. M., Zhang H. X., Chen B. J. Micro-crack initiation at the tip of a semi-infinite rigid line inhomogeneity in piezoelectric solids // Int. J. Eng. Sci. – 2005. – **43**, No. 15-16. – P. 1223–1233.
280. Yang J. Special topics in the theory of piezoelectricity. – New York etc.: Springer, 2009. – 342 p.
281. Zhang T. Y., Zhao M. H., Tong P. Fracture of piezoelectric ceramics // Adv. Appl. Mech. – 2002. – **38**. – P. 147–289.
282. Zhao M. H., Guo Z. H., Fan C. Y., Zhang R. L., Pan E. Three-dimensional vertical cracks in magneto-electroelastic media via the extended displacement discontinuity boundary integral equation method // J. Intell. Mater. Syst. Struct. – 2013. – **24**, No. 16. – P. 1969–1984.
283. Zhao M. H., Wang H., Yang F., Liu T. A magneto-electroelastic medium with an elliptical cavity under combined mechanical–electric–magnetic loading // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2006. – **45**, No. 3. – P. 227–237.
284. Zheng S. F., Denda M., Weng G. J. Interfacial partial debonding and its influence on the elasticity of a two-phase composite // Mech. Mater. – 2000. – **32**. – P. 695–709.
285. Zhou Z.-G., Wang B., Sun Y.-G. Two collinear interface cracks in magneto-electro-elastic composites // Int. J. Eng. Sci. – 2004. – **42**, No. 11-12. – P. 1155–1167.
286. Zhu T., Yang W. Crack kinking in a piezoelectric solid // Int. J. Solids Struct. – 1999. – **36**, No. 33. – P. 5013–5027.
287. Zhu X., Huang Z., Jiang A., Chen W. Q., Nishimura N. Fast multipole boundary element analysis for 2D problems of magneto-electro-elastic media // Eng. Anal. Bound. Elem. – 2010. – **34**, No. 11. – P. 927–933.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ТЕЛАХ С ТОНКИМИ СТРУКТУРНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ: ОБЗОР

Приведен обзор исследований, касающихся анализа термо-, магнито-, электроупругого и напряженно-деформированного состояния тел с тонкими включениями и их системами.

Ключевые слова: тонкое включение, накладка, отслоение, трещина, термоупругость, пирозэффект, магнитоэлектроупругость, анизотропия.

PHYSICO-MECHANICAL FIELDS INTERACTION IN SOLIDS CONTAINING THIN STRUCTURAL INHOMOGENEITIES: A REVIEW

The paper presents a review of studies on the analysis of thermo-, magneto-, electro-elastic and stress strain state of solids with thin inhomogeneities and their systems.

Key words: thin inhomogeneity, overlay, debonding, crack, thermoelasticity, pyroelectric effect, magneto-electroelasticity, anisotropy.

¹ Луцьк. нац. техн. ун-т, Луцьк,

² Львів. нац. ун-т ім. І. Франка, Львів