осуществляют подобие соответствующих частей возмущенного и невозмущенного операторов

$$TP(\Delta) = W_{\pm}(\Delta)\, T_0 P_0(\Delta)\, W_{\pm}(\Delta)^{-1}, \quad W_{\pm}(\Delta)^{-1} = Z_{\pm}(\Delta),$$

где $P_0(\Delta) = F\chi_{\Lambda(\Delta)}(S)\, F^{-1}$.

Поскольку T_0 — самосопряженный оператор, то iT_0 является инфинитезимальной производящей сильно непрерывной группы класса C_0, и, следуя [5], получаем

$$W_{\pm}(\Delta) = s - \lim_{t \to \pm\infty} \exp(itTP(\Delta))\, P(\Delta) \exp(-itT_0P_0(\Delta)),$$

$$Z_{\pm}(\Delta) = s - \lim_{t \to \pm\infty} \exp(itT_0P_0(\Delta))\, P_0(\Delta) \exp(-itTP(\Delta)).$$

Последнее означает, что $W_{\pm}(\Delta)$ являются волновыми операторами по отношению к операторам $TP(\Delta)$ и $T_0P_0(\Delta)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блащак В. А.— ДАН УРСР, 1965, 4, 416—419.
2. Лянце В. Э. О дифференциальном операторе со спектральными особенностями, I. Матем. сборник, 64 (106), 4, 521—561, 1964; II, Матем. сборник, 65 (107), 1, 47—103, 1964.
3. Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы. «Наука», М., 1969.
4. Павлов Б. С.— ДАН СССР, 1961, 141, 4, 807—810.
5. Kato T.— Math. Annal., 1966, 162, 258—279.

Львовский филиал
математической физики Института
математики АН УССР

Поступила в редколлегию
в январе 1974 г.

К ИССЛЕДОВАНИЮ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ НА НИЗШИЕ ЧАСТОТЫ ТРЕХСЛОЙНЫХ БАЛОК

Б. С. Остапович

К задачам о колебаниях трехслойных балок применяется метод характеристических рядов, что позволяет оценивать низшие частоты и исследовать их зависимость от параметров.

Изгибные колебания трехслойной балки при известных допущениях [2, 3, 5] описываются дифференциальным уравнением в частных производных относительно функции перемещений $y(x, t)$, связанной с изгибом $w(x, t)$ зависимостью $w(x, t) = l(1 + k\Delta^2)\, y(x, t)$. Полагая, как обычно, $y(x, t) = y(x)\, e^{i\omega_* t}$, приходим к многопараметрической задаче на собственные значения для уравнения

$$\theta k \frac{d^{(6)} y(x)}{dx^6} - \frac{d^{(4)} y(x)}{dx^4} - k\omega^2 \frac{d^{(2)} y(x)}{dx^2} + \omega^2 y(x) = 0, \tag{1}$$

где $\omega^2 = \frac{\Omega l^4}{D}\omega_*^2$; ω_* — параметр частоты; l, θ, k, D, Ω — некоторые постоянные, зависящие от геометрических и массовых характеристик балки.

Решение уравнения (1) ищется в виде ряда [4]

$$y(x) = y_0(x) + \omega^2 y_1(x) + \omega^4 y_2(x) + \cdots. \tag{2}$$

Подставляя это выражение в (1), получаем рекуррентные соотношения для определения коэффициентов $y_\nu(x)$ $(\nu = 0, 1, 2, \ldots)$:

$$\theta k y_0^{VI}(x) - y_0^{IV}(x) = 0, \tag{3}$$

$$\theta k y_j^{VI}(x) - y_j^{IV}(x) = k y_{j-1}''(x) - y_{j-1}(x) \quad (j = 1, 2, 3, \ldots). \tag{4}$$

Кроме того, требуется, чтобы при $x = 0$ функция $y_0(x)$ удовлетворяла тем же краевым условиям, что и $y(x)$, а функции $y_j(x)$ обращались в нуль вместе со своими пятью первыми производными.

Подставляя решение (2) в краевые условия и приравнивая нулю определитель соответствующей системы, получаем характеристический ряд рассматриваемой задачи

$$A_0 - A_1\omega^2 + A_2\omega^4 - \cdots = 0. \qquad (5)$$

По нескольким первым коэффициентам этого ряда можно строить двусторонние оценки для низших частот и исследовать их зависимость от параметров [1].

Как пример рассмотрим случай балки с шарнирно закрепленным ($x = 0$) и свободно защемленным ($x = 1$) концами. Краевые условия имеют вид [5]

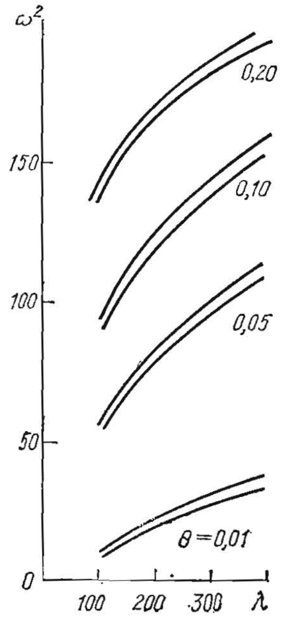
$$y(0) = y''(0) = y^{IV}(0) = 0, \qquad (6)$$

$$y'(1) = y(1) - \frac{1}{\lambda\theta} y''(1) = y'''(1) = 0, \quad \lambda = \frac{1}{\theta k}. \qquad (7)$$

Вычисляя коэффициенты характеристического ряда (5) и используя простейшие оценки [1]

$$\frac{A_0}{\sqrt{A_1^2 - 2A_0A_2}} < \omega^2 < \frac{2A_0}{A_1 + \sqrt{A_1^2 - 4A_0A_2}}, \qquad (8)$$

исследуем зависимость основной частоты от параметра $\lambda = \frac{1}{\theta k}$ при различных значениях параметра θ (рисунок). Отметим, что верхние оценки превышают соответствующие нижние не более чем на 6%.



ЛИТЕРАТУРА

1. Балинский А. И., Зорий Л. М.— ФХММ, 1971, 3, 99.
2. Григолюк Э. И., Чулков П. П.— ДАН СССР, 1963, 1, 149.
3. Григолюк Э. И., Чулков П. П.— Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1964, 1.
4. Микеладзе Ш. Е. Новые методы интегрирования дифференциальных уравнений. Гостехтеориздат, М., 1951.
5. Смирнов А. И.— ДАН СССР, 1967, 3, 172.

Львовский филиал
математической физики Института
математики АН УССР

Поступила в редколлегию
в январе 1974 г.

К ИССЛЕДОВАНИЮ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ НА КОЛЕБАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИНОК С ДВИЖУЩЕЙСЯ ЖИДКОСТЬЮ

А. И. Ровенчак, И. И. Теребушко

Рассматривается прямоугольная изотропная пластинка с полостями, заполненными движущейся жидкостью (рис. 1). Представляя решение задачи о малых поперечных колебаниях такой пластинки в виде

$$z(x, y, t) = f(x)\sin \pi n y e^{\omega t} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

($x = X/a$, $y = Y/b$, $z = Z/n$ — безразмерные величины; стороны $y = 0$ и $y = 1$ — шарнирно оперты), для определения функции $f(x)$ имеем уравнение [3]

$$f^{IV} + (v^2 - 2k^2) f'' + 2v\sqrt{\xi} L f' + (k^4 + L^2) f = 0, \qquad (1)$$