дифференциального уравнения бесконечно большого порядка относительно перемещения $u_z = w$:

$$(2\gamma^2h^2 + \cos 2\gamma h - 1)\, w = \frac{h^4}{3D}\left[\left(\frac{\sin\gamma h}{\gamma h} + \cos\gamma h\right) q - \left(1 - \frac{\sin 2\gamma h}{2\gamma h}\right) q_0\right], \quad (63)$$

где D — цилиндрическая жесткость слоя вида

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu)}. \quad (64)$$

Здесь E — модуль упругости. Уравнение (63) представим в форме разложения дифференциальных операторов в степенные ряды

$$\left[\frac{(2\gamma h)^4}{4!} - \frac{(2\gamma h)^6}{6!} + \frac{(2\gamma h)^8}{8!} - \cdots\right] w = \frac{h^4}{3D}\left[2\left(1 - 2\,\frac{\gamma^2h^2}{3!} + 3\,\frac{\gamma^4h^4}{5!} - \cdots\right) q - \right.$$

$$\left. - \left(2 - \frac{(2\gamma h)^2}{3!} + \frac{(2\gamma h)^4}{5!} - \cdots\right) q_0\right]. \quad (65)$$

Первое приближение получим, если сохраним по одному члену каждого ряда в этом разложении, т. е.

$$\gamma^4 w = \frac{1}{D}(q - q_0). \quad (66)$$

Это известное уравнение Жермен — Лагранжа изгиба пластин. Второе приближение дает

$$\left(1 - \frac{2}{15}\gamma^2h^2\right)\gamma^4 w = \frac{1}{D}\left(1 - \frac{1}{3}\gamma^2h^2\right)(q - q_0), \quad (67)$$

а третье —

$$\left(1 - \frac{2}{15}\gamma^2h^2 + \frac{1}{105}\gamma^4h^4\right)\gamma^4 w = \frac{1}{D}\left[\left(1 - \frac{1}{3}\gamma^2h^2 + \frac{1}{40}\gamma^4h^4\right) q - \right.$$

$$\left. - \left(1 - \frac{1}{3}\gamma^2h^2 + \frac{1}{15}\gamma^4h^4\right) q_0\right]. \quad (68)$$

Рассматривая полученные приближения, видим, что лишь в третьем приближении имеет значение факт приложения нагрузки к той или иной граничной поверхности. В первом и втором приближениях безразлично считать ли нагрузку приложенной к поверхности $z = 0$ или $z = h$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. ГИТТЛ, М.— Л., 1949.
2. Власов В. З., Леонтьев Н. Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. Физматгиз, М., 1960.
3. Кильчевский Н. А. Основы аналитической механики оболочек. Изд-во АН УССР, К., 1963.
4. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. Судпромгиз, Л., 1962.
5. Підстригач Я. С., Столяров В. О.— ДАН УРСР, 1973, 11.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию в декабре 1973 г.

ЗАДАЧА ТИПА ДИРИХЛЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Б. И. Пташник

В данной работе рассматривается краевая задача типа задачи Дирихле для системы гиперболических уравнений $2n$-го порядка ($n \geqslant 1$) с постоянными коэффициентами в $(m + 1)$-мерном параллелепипеде, а также установлены условия существования, единственности и корректности решения задачи.

В случае одного уравнения аналогичная задача изучалась в работе [4]. Для гиперболической системы первого порядка, которая эквивалентна уравнению колебания струны, краевые задачи с данными на всей границе области рассматривались в работах [1, 2, 6].

В дальнейшем используем такие обозначения: $x = (x_1, \dots, x_m)$; $k = (k_1, \dots, k_m)$; $(k, x) = k_1x_1 + \dots + k_mx_m$; $|k| = |k_1| + \dots + |k_m|$.

$$\bar{D}_m = \{x : 0 \leqslant x_r \leqslant \pi,\ r = 1, \dots, m\}; \quad \bar{R}_m = \bar{D}_m \times [0 \leqslant t \leqslant T < \infty];$$

$$\gamma = \partial\bar{D}_m; \quad \Gamma = \partial\bar{R}_m; \quad \Gamma_0 = \gamma \times [0 \leqslant t \leqslant T];$$

$$v(t, x) = (v_1(t, x), \dots, v_s(t, x)); \quad v_k(t) = (v_{k1}(t), \dots, v_{ks}(t));$$

$C^{(p, q+\alpha)}(\bar{R}_m)$ — класс вектор-функций $v(t, x)$, все компоненты которых определены в области $\bar{R}_m$ и непрерывно дифференцируемы по t p раз, а по x — q раз, причем q-е производные по x удовлетворяют условию Гельдера с показателем α $(0 < \alpha \leqslant 1)$; $\bar{n}_\Gamma$ — внешняя нормаль к границе Γ.

Постановка задачи. Рассмотрим в области $\bar{R}_m$ краевую задачу:

$$L(u) \equiv \sum_{|p|=n} A_p \frac{\partial^{2n} u(t, x)}{\partial t^{2p_0} \partial x_1^{2p_1} \dots \partial x_m^{2p_m}} = f(t, x); \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial^{2r} u}{\partial \bar{n}_\Gamma^{2r}}\right|_\Gamma = 0, \quad r = 0, 1, \dots, n-1, \tag{2}$$

где $p = (p_0, p_1, \dots, p_m)$; $|p| = p_0 + p_1 + \dots + p_m$; A_p — $s \times s$-матрицы с постоянными действительными элементами.

Предположим, что система (1) гиперболическая по И. Г. Петровскому в узком смысле, т. е., что для произвольного действительного вектора $\eta \neq 0$ все корни $\lambda(\eta)$ уравнения

$$\det\left[\sum_{|p|=n} A_p \lambda^{2p_0} \eta_1^{2p_1} \dots \eta_m^{2p_m}\right] = 0 \tag{3}$$

действительные и различные и что $\det A_{n,0,\dots,0} \neq 0$. Не ограничивая общности, предполагаем, что $A_{n,0,\dots,0}$ — единичная матрица. Далее, предположим, что $f(t, x) \in C^{(0, N+\alpha)}(\bar{R}_m)$ (N — некоторое достаточно большое натуральное число) и обращается в нуль со всеми производными на γ. При этих условиях вектор-функция $f(t, x)$ разлагается в ряд Фурье по пространственным переменным:

$$f(t, x) = \sum_{k_1=1}^{\infty} \dots \sum_{k_m=1}^{\infty} f_k(t) \sin k_1x_1 \dots \sin k_mx_m,$$

$$f_k(t) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^m \int_0^\pi \dots \int_0^\pi f(t, x) \sin k_1x_1 \dots \sin k_mx_m dx_1 \dots dx_m. \tag{4}$$

Решение задачи (1), (2) ищем в виде ряда

$$u(t, x) = \sum_{k_1=1}^{\infty} \dots \sum_{k_m=1}^{\infty} u_k(t) \sin k_1x_1 \dots \sin k_mx_m, \tag{5}$$

каждый член которого удовлетворяет условиям (2) на Γ_0. Подставляя ряды (4) и (5) в систему (1) и условия (2), получаем для определения каждой вектор-функции $u_k(t)$ задачу

$$\sum_{|p|=n} A_p (ik_1)^{2p_1} \dots (ik_m)^{2p_m} u_k^{(2p_0)}(t) = f_k(t); \tag{6}$$

$$U_\nu[u_k] \equiv u_k^{(2\nu-2)}(0) = 0, \quad U_{n+\nu}[u_k] \equiv u_k^{(2\nu-2)}(T) = 0 \qquad (\nu = 1, \dots, n). \tag{7}$$

Заметим, что однородная система уравнений

$$\sum_{|p|=n} A_p (ik_1)^{2p_1} \dots (ik_m)^{2p_m} u_k^{(2p_0)}(t) = 0 \tag{6*}$$

имеет такую фундаментальную систему решений:

$$\left.\begin{aligned}\tilde{u}_{k,j}(t) &= \varphi(\lambda_j)\exp\{i\lambda_j t\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}\},\\ \tilde{u}_{k,ns+j}(t) &= \varphi(\lambda_j)\exp\{-i\lambda_j t\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}\}\end{aligned}\right\},\qquad j=1,\ \ldots,\ ns, \tag{8}$$

где $\lambda_j = \lambda_j(k)$ $(j = 1, \ldots, ns)$ — положительные корни уравнения

$$\det\left\{\sum_{|p|=n} A_p\lambda^{2p_0}\left(\frac{k_1^2}{k_1^2+\cdots+k_m^2}\right)^{p_1}\cdots\left(\frac{k_m^2}{k_1^2+\cdots+k_m^2}\right)^{p_m}\right\}=0, \tag{9}$$

$\varphi(\lambda_j(k)) = (\varphi_1(\lambda_j(k)),\ \ldots,\ \varphi_{s-1}(\lambda_j(k)),\ 1)$ $\quad(j = 1,\ \ldots,\ ns)$

— известные векторы, причем $\lambda_j(k)$ и $\varphi_q(\lambda_j(k))$ $(q = 1, \ldots, s-1;\ j = 1, \ldots, ns)$ равномерно ограничены для всех векторов k.

Построим из вектор-функций (8) $2n$ таких матриц:

$$Y_{k,j}(t) = \left\|\begin{matrix}\varphi_1(\lambda_{1+s(j-1)})\exp\{t\alpha_{1+s(j-1)}\} & \ldots & \varphi_1(\lambda_{sj})\exp\{t\alpha_{sj}\}\\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\\ \varphi_s(\lambda_{1+s+(j-1)})\exp\{t\alpha_{1+s(j-1)}\} & \ldots & \varphi_s(\lambda_{sj})\exp\{t\alpha_{sj}\}\end{matrix}\right\|,$$

$$Y_{k,n+j}(t) = Y_{k,j}(-t)\qquad (j = 1,\ \ldots,\ n),$$

где $\varphi_s(\lambda)\equiv 1$, $\lambda_p = \lambda_p(k)$, $\alpha_p = i\lambda_p(k)\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}$ $\quad(p = 1, \ldots, ns)$.

Легко видеть, что матрицы $Y_{k,j}(t)$ $(j = 1, \ldots, 2n)$ образуют систему $2n$ линейно независимых решений однородного уравнения

$$\sum_{|p|=n} A_p(ik_1)^{2p_1}\ldots(ik_m)^{2p_m}\ldots Y_k^{(2p_0)}(t) = 0 \tag{10}$$

относительно неизвестной матрицы $Y_k(t)$.

Единственность решения задачи. Рассмотрим матрицу $U(k) = \| U_p[Y_{k,q}^{(t)}]\|_{p,q=1}^{2n}$ и обозначим $\det U(k) = \Delta(k)$. Известно [3], что однородная краевая задача (6*) — (7) имеет нетривиальное решение тогда и только тогда, когда $\Delta(k) = 0$.

Вичисляя определитель матрицы $U(k)$, получаем

$$\Delta(k) = B^2_{(k)}\prod_{j=1}^{ns}[\exp\{-i\lambda_j(k)T\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}\} - \exp\{i\lambda_j T\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}\}], \tag{11}$$

где $B(k)$ — определитель порядка ns, который имеет вид

$$B(k) = \left|\begin{matrix}\varphi_1(\lambda_1) & \ldots & \varphi_1(\lambda_{ns})\\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\\ \varphi_s(\lambda_1) & \ldots & \varphi_s(\lambda_{ns})\\ \varphi_1(\lambda_1)\lambda_1^2 & \ldots & \varphi_1(\lambda_{ns})\lambda_{ns}^2\\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\\ \varphi_s(\lambda_1)\lambda_1^2 & \ldots & \varphi_s(\lambda_{ns})\lambda_{ns}^2\\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\\ \varphi_1(\lambda_1)\lambda_1^{2n-2} & \ldots & \varphi_1(\lambda_{ns})\lambda_{ns}^{2n-2}\\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\\ \varphi_s(\lambda_1)\lambda_1^{2n-2} & \ldots & \varphi_s(\lambda_{ns})\lambda_{ns}^{2n-2}\end{matrix}\right|,$$

где $\varphi_s(\lambda)\equiv 1$, $\lambda_j = \lambda_j(k)$ $(j = 1, \ldots, ns)$.

Замечание 1. Для всех векторов k с натуральными координатами $B(k)\neq 0$. Это следует из того, что $B(k)$ входит множителем в выражение для определителя

$$|W_k(t)| = \det\|Y_{k,q}^{(2n-p)}(t)\|_{p,q=1}^{2n},$$

который, как известно [3], отличен от нуля.

Теорема 1. *Для единственности решения задачи* (1), (2) *в классе* $C^{(2n,2n)}(\bar{R}_m)$ *необходимо, а в классе* $C^{(2n,2n+m+\alpha)}(\bar{R}_m)$ *необходимо и достаточно, чтобы ни одно из уравнений*

$$(k_1^2 + \cdots + k_m^2)\lambda_j^2(k)T^2 - l^2\pi^2 = 0 \qquad (j = 1, \ldots, ns) \tag{12}$$

не имело нетривиальных решений в целых числах $k_1, \ldots, k_m, l$.

Доказательство необходимости. Если какое-нибудь из уравнений имеет нетривиальные решения в целых числах

$$k_1^0, \ldots k_m^0, \; l^0, \text{ то } \Delta(k^0) = 0 \qquad (k^0 = (k_1^0, \ldots, k_m^0)).$$

Тогда существуют нетривиальные решения однородной системы

$$L(u) \equiv \sum_{|p|=n} A_p \frac{\partial^{2n} u(t, x)}{\partial t^{2p_0} \partial x_1^{2p_1} \ldots \partial x_m^{2p_m}} = 0, \tag{1*}$$

удовлетворяющие условиям (2). Эти решения имеют вид

$$u^0(t, x) = u_{k^0}(t) \sin k_1^0 x_1 \ldots \sin k_m^0 x_m,$$

где $u_{k^0}(t)$ — решение задачи (6*), (7), соответствующей вектору $k^0 = (k_1^0, \ldots, k_m^0)$.

Доказательство достаточности. Предположим, что существуют две вектор-функции $u_1(t, x)$ и $u_2(t, x)$ из класса $C^{(2n,2n+m+\alpha)}(\bar{R}_m)$, являющиеся решениями задачи (1), (2). Тогда вектор-функция $v = u_1 - u_2$ является решением однородной задачи (1*), (2). Продолжим эту функцию нечетным периодическим образом в область $R_m = \{0 \leqslant t \leqslant T; \; -\infty < x_p < \infty, \; p = 1, \ldots, m\}$. При этом $v(t, x) \in C^{(2n,2n+m+\alpha)}(\bar{R}_m)$ и, следовательно, ее можно разложить в ряд Фурье вида (5) (с коэффициентами $v_k(t)$) и применить к нему оператор L. Отсюда получаем, что каждая из функций $v_k(t)$ является решением однородной задачи (6*), (7). Если уравнения (12) не имеют нетривиальных решений в целых числах, то для всех векторов k с натуральными координатами $\Delta(k) \neq 0$ и, следовательно, $v_k(t) \equiv 0$. Из теоремы о единственности разложения функции в ряд Фурье следует, что $v(t, x) \equiv 0$, т. е. $u_1 = u_2$. Теорема доказана.

Существование решения задачи. Далее будем предполагать, что имеет место единственность решения задачи (1), (2). Тогда для каждого вектора k с целочисленными координатами существует матрица Грина $G_k(t, \tau) = \| g_{k,rq}(t, \tau) \|_{r,q=1}^{s}$ задачи (6*), (7), с помощью которой решение задачи (6), (7) задается формулой [3]

$$u_k(t) = \int_0^T G_k(t, \tau) f_k(\tau)\, d\tau. \tag{13}$$

Ввиду громоздкости формул, дающих явные выражения для элементов $g_{k,rq}(t, \tau)$ $(r, q = 1, \ldots, s)$ матрицы $G_k(t, \tau)$, укажем только оценки этих элементов и их производных по t:

$$\left| \frac{\partial^l g_{k,rq}(t, \tau)}{\partial t^l} \right| \leqslant \left(D_0 + \sum_{j=1}^{ns} D_j \left| 1 - \exp\{2i\lambda_j(k) T \sqrt{k_1^2 + \cdots + k_m^2}\} \right|^{-1} \right) \times$$
$$\times |k|^{l-2n+1} B^{-2}(k) \qquad (r, q = 1, \ldots, s; \; l = 0, 1, 2, \ldots), \tag{14}$$

где D_j $(j = 0, 1, \ldots, ns)$ — положительные константы, не зависящие от k. Заметим, что

$$\left| 1 - \exp\{2i\lambda_j(k) T \sqrt{k_1^2 + \cdots + k_m^2}\} \right| \geqslant$$
$$\geqslant \frac{T\sqrt{k_1^2 + \cdots + k_m^2}}{\pi} \left| \lambda_j(k) - \frac{m(k)}{\sqrt{k_1^2 + \cdots + k_m^2}} \frac{\pi}{T} \right|, \tag{15}$$

где $m(k)$ — целое число такое, что $\left|\frac{T\lambda_j(k)}{\pi}\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}-m(k)\right|\leqslant\frac{1}{2}$.

Определитель $B(k)$ и выражения $|1-\exp\{2i\lambda_j(k)T\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}\}|$, будучи отличными от нуля, могут принимать сколь угодно малые значения для бесконечного множества векторов k с целочисленными координатами. Поэтому вопрос о существовании решения задачи (1), (2) связан с проблемой малых знаменателей. Однако легко видеть, что если компоненты вектор-функции $f(t, x)$ являются тригонометрическими многочленами вида

$$f_q(t, x)=\sum_{k_1=1}^{N_1}\cdots\sum_{k_m=1}^{N_m} f_{k,q}(t)\sin k_1x_1\,\ldots\,\sin k_mx_m \qquad (q=1, \ldots, s),$$

то задача (1), (2) всегда имеет решение. В общем случае имеет место теорема.

Теорема 2. *Пусть существуют константы $M_1>0$ и $M_2>0$ и неотрицательные целые числа s_1 и s_2 такие, что для всех (кроме конечного числа) совокупностей натуральных чисел $k_1, \ldots, k_m$ и $l\geqslant 0$ выполняются неравенства*

$$|B(k)|>M_1|k|^{-s_1} \tag{16}$$

и

$$\left|\lambda_j(k)-\frac{l}{\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}}\,\frac{\pi}{T}\right|>M_2|k|^{-s_2} \qquad (j=1, \ldots, ns), \tag{17}$$

и пусть $f(t, x)\in C^{(0,2s_1+s_2+m+\alpha)}(\overline{R}_m)$ $(0<\alpha\leqslant 1)$. *Тогда существует решение задачи* (1), (2), *которое принадлежит классу* $C^{(2n,2n)}(\overline{R}_m)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из выражений (5) и (13) следует, что решение задачи (1), (2) формально представляется рядом

$$u(t, x)=\sum_{k_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{k_m=1}^{\infty}\int_0^T G_k(t,\tau)f_k(\tau)\,d\tau\sin k_1x_1\,\ldots\,\sin k_mx_m. \tag{18}$$

Покажем, что ряд (18) и ряды, полученные из него почленным дифференцированием до порядка $2n$ включительно, равномерно сходятся в области $\overline{R}_m$.

Учитывая оценки (14), получаем, что ряды для каждой компоненты $u_q(t,x)$ $(q=1, \ldots, s)$ искомого решения, а также ряды, полученные из них почленным дифференцированием до порядка $2n$ включительно, имеют общей мажорантой следующий числовой ряд с положительными членами:

$$\sum_{k_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{k_m=1}^{\infty}|k|B^{-2}(k)\sum_{q=1}^{s}C_q\bar f_{kq}\times$$

$$\times\left(D_0+\sum_{j=1}^{ns}D_j\,|1-\exp\{2i\lambda_j(k)T\sqrt{k_1^2+\cdots+k_m^2}\}|^{-1}\right), \tag{19}$$

где C_q — положительные константы, $\bar f_{kq}=\max\limits_{0\leqslant t\leqslant T}|f_{kq}(t)|$. Если $f(t, x)\in C^{(0,2s_1+s_2+m+\alpha)}(\overline{R}_m)$, то $\bar f_{kq}$ при $|k|\to\infty$ имеют оценки

$$\bar f_{kq}=O\left(\frac{1}{|k|^{2s_1+s_2+m+\alpha}}\right) \qquad (q=1, \ldots, s). \tag{20}$$

Из неравенств (16), (17) и оценок (20) следует сходимость ряда (19), что и доказывает теорему.

З а м е ч а н и е 2. Легко показать, что при условиях теоремы 2 решение задачи (1), (2) является корректным относительно вектор-функции $f(t, x)$ по типу $(2n, 2s_1+s_2+m+\alpha)$ [7].

Из теоремы 2 и леммы, доказанной в работе [5], следует теорема.

Теорема 3. *Пусть для некоторых констант* $M_1 > 0$, $M > 0$, $s_1 \geqslant 0$ *и* $s \geqslant 0$ *выполняются неравенство* (16) *и неравенства* $\lambda_j(k) \geqslant M \mid k \mid^{-s}$ ($j = 1, \ldots, ns$) *для всех (кроме конечного числа) векторов* k *с натуральными координатами и пусть* $f(t, x) \in C^{(0,N)}(\overline{R}_m)$, *где* N *— некоторое достаточно большое натуральное число. Тогда для почти всех чисел* T/π *(т. е. для почти всех параллелепипедов* $\overline{R}_m^-$*) существует решение задачи* (1), (2), *которое принадлежит классу* $C^{(2n,2n)}(\overline{R}_m)$ *и корректно относительно вектор-функции* $f(t, x)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вахания Н. Н.— ДАН СССР, 1957, **116**, 6.
2. Вирабян Г. В. Об операторах, связанных с системами дифференциальных уравнений типа С. Л. Соболева. Автореферат канд. дис. Ереван, 1965.
3. Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы. «Наука», М., 1969.
4. Пташник Б. И.— УМЖ, 1970, **22**, 6.
5. Пташник Б. И.— УМЖ, 1971, **23**, 4.
6. Соболев С. Л.— ДАН СССР, 1956, **109**, 4.
7. Соболев С. Л. Уравнения математической физики. Гостехиздат, М., 1954.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию в декабре 1973 г.

МАТРИЧНЫЕ МНОГОЧЛЕНЫ И УРАВНЕНИЯ

П. С. Казимирский

В работе при некоторых предположениях доказана теорема существования и единственности решения матричного уравнения вида

$$\begin{gathered} A_0X^s + A_1X^{s-1} + \cdots + A_{s-1}X + A_s = 0 \\ (X^sA_0 + X^{s-1}A_1 + \cdots + XA_{s-1} + A_s = 0), \end{gathered} \tag{1}$$

где A_i ($i = 0, 1, 2, \ldots, s$) — матрицы порядка n над алгебраически замкнутым полем P нулевой характеристики, X — неизвестная матрица того же порядка, а также предложен метод отыскания этого решения.

Рассмотрим матричный многочлен

$$A(x) = A_0x^s + A_1x^{s-1} + \cdots + A_{s-1}x + A_s, \tag{2}$$

соответствующий матричным уравнениям (1) (см. [1]). Из множества* всех корней уравнения $\det A(x) = 0$ (обозначим его через $K_{A(x)}$) выделим подмножество

$$K = \{\underbrace{\alpha_1, \ldots, \alpha_1}_{k_1}, \underbrace{\alpha_2, \ldots, \alpha_2}_{k_2}, \ldots, \underbrace{\alpha_i, \ldots, \alpha_i}_{k_i}\},$$

состоящее из $k \leqslant n$ корней, $k = k_1 + k_2 + \ldots + k_i$, $k_j \leqslant l_j$ ($j = 1, 2, \ldots, i$), где l_j — кратность корня α_j в уравнении $\det A(x) = 0$. Обозначим через $A_*(x)$ взаимную матрицу матрицы $A(x)$, т. е. матрицу, удовлетворяющую соотношению

$$A(x)A_*(x) = A_*(x)A(x) = \det A(x)E,$$

где E — единичная матрица.

* Множество корней уравнения рассматривается здесь с учетом кратности.