ЛИТЕРАТУРА

1. Байдак Д. А., Зорій Л. М.— ДАН УРСР. Сер. А, 1972, 6, 548.
2. Зорій Л. М.— ДАН УРСР. Сер. А, 1968, 11, 992.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию в ноябре 1973 г.

ВЛИЯНИЕ ТРЕНИЯ И ЖЕСТКОСТИ ЗАДЕЛКИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ

Ю. И. Исаев, А. И. Ревенчак

Влияние трения, пропорционального скорости, на автоколебательную потерю устойчивости упругой консоли исследовалось в [1].

Здесь рассматривается упруго закрепленный консольный стержень при действии следящей силы (H) и распределенных сил трения $\left(b\,\dfrac{\partial v}{\partial t}\right)$. Исследуется влияние параметров упругого закрепления и трения на величину критической силы.

Представляя решение соответствующей задачи о малых колебаниях в виде $v(x, t) = f(x) \exp \tilde{\lambda} t$ ($\tilde{\lambda}$ — характеристический показатель, t — время), приходим к следующей краевой задаче на собственные значения:

$$\left.\begin{aligned} &f^{\mathrm{IV}}(\xi) + \beta f''(\xi) + \delta f = 0;\\ &f(0) = f'(0) - \psi f''(0) = f''(1) = f'''(1) = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

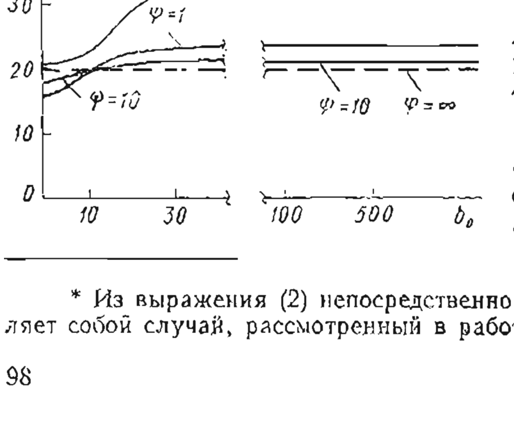
где $\beta = \dfrac{Hl^2}{EI}$; $\delta = \lambda^2 + b_0\lambda$; $b_0 = \dfrac{B}{\sqrt{a}}$; $B = \dfrac{bl^4}{EI}$; $a = \dfrac{ml^4}{EI}$; $\lambda = \sqrt{a}\,\tilde{\lambda}$; l — длина стержня; EI — жесткость на изгиб; m — масса единицы длины; ψ — коэффициент упругого закрепления.

Для исследования устойчивости рассмотрим отвечающее (1) характеристическое уравнение, которое, согласно работе [2], представляется так *:

$$F_0 + \psi F_0' = A_0 + A_1\lambda + A_2\lambda^2 + \cdots + A_{2n}\lambda^{2n} + \cdots = 0, \qquad (2)$$

где

$$\begin{aligned} &A_0 = 1; \quad A_1 = b_0(a_{4,0} + \psi a_{4,0}');\\ &A_2 = (a_{4,0} + b_0^2 a_{4,1}) + \psi(a_{4,0}' + b_0^2 a_{4,1}'),\\ &A_3 = b_0[(2a_{4,1} + b_0^2 a_{4,2}) + \psi(2a_{4,1}' + b_0^2 a_{4,2}')];\\ &A_4 = (a_{4,1} + 3b_0^2 a_{4,2} + b_0^4 a_{4,3}) + \psi(a_{4,1}' + 3b_0^2 a_{4,2}' + b_0^4 a_{4,3}');\\ &A_5 = b_0[(3a_{4,2} + 4b_0^2 a_{4,3} + b_0^4 a_{4,4}) +\\ &\qquad + \psi(3a_{4,2}' + 4b_0^2 a_{4,3}' + b_0^4 a_{4,4}')]. \end{aligned} \qquad (3)$$



Для нахождения критических значений параметра нагрузки используем простейшие оценки работы [3].

Результаты вычислений представлены на рисунке (изображены нижние оценки, так как верхние практически совпадают с ними). Как видно, при

* Из выражения (2) непосредственно следует, что при $\psi = 0$ данная задача представляет собой случай, рассмотренный в работе [1].

малых значениях ψ с увеличением параметра b_0 критическая сила существенно увеличивается (почти в два раза, как и в случае жесткого закрепления); для $\psi > 1$ влияние трения на критическую нагрузку уменьшается и, начиная с $\psi \approx 10$, становится пренебрежимо малым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зорий Л. М., Исаев Ю. И.— ФХММ, 1970, 6.
2. Зорій Л. М.— ДАН УРСР. Сер. А, 1968, 1072.
3. Зорій Л. М., Ісаєв Ю. І.— ДАН УРСР. Сер. А, 1973, 529.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию в октябре 1973 г.

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ, ОБУСЛОВЛЕННОМ ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ ВО ВРЕМЕНИ И ПРОСТРАНСТВЕ ПОЛЕМ ДИСТОРСИИ

В. А. Осадчук, И. И. Литвин

В работе [2] на основании решения плоской статической задачи о напряженно-деформированном состоянии, обусловленном полем дисторсии, предложен способ сведения задачи о напряженном состоянии пластинки с трещиной к решению сингулярного интегрального уравнения. В настоящей работе рассматривается плоская задача об определении напряженно-деформированного состояния в случае, когда поле дисторсии является функцией координат и времени. При этом, учитывая, что задачи плоской теории упругости — плоская деформация и обобщенное плоское напряженное состояние — математически идентичны [1], исходными приняты соотношения, соответствующие обобщенному плоскому напряженному состоянию тонкой пластинки. Полученные результаты могут быть использованы для определения поля упругих волн, излучаемых скачками смещений, заданными как функции координат и времени.

Для вывода основных уравнений рассматриваемой задачи будем исходить из представления компонентов тензора $\{e_{ij}\}$ геометрически малой деформации в виде

$$e_{ij} = e_{ij}^{(s)} + \overset{0}{e}_{ij} \qquad (i, j = x, y), \tag{1}$$

где $\overset{0}{e}_{ij}(x, y, z, \tau)$ — компоненты тензора дисторсии — симметричного тензора второго ранга, несовместимость которого обуславливает возникновение собственных напряжений, $e_{ij}^{(s)}(x, y, z, \tau)$ — компоненты упругой деформации, связанные с компонентами тензора напряжений соотношениями

$$e_{xx}^{(s)} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_y); \quad e_{xy}^{(s)} = \frac{2(1+\nu)}{E}\sigma_{xy}; \quad e_{yy}^{(s)} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}). \tag{2}$$

Здесь E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона, x, y, z — декартовы прямоугольные координаты, τ — время.

Используя соотношения, связывающие компоненты тензора деформации с осредненными перемещениями u, v [1], и выражения (1), (2), для определения осредненных напряжений получаем формулы

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}[\nabla_1 u + \nu\nabla_2 v - (\overset{0}{\varepsilon}_{xx} + \nu\overset{0}{\varepsilon}_{yy})]; \quad \sigma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}[\nabla_1 v +$$
$$+ \nabla_2 u - \overset{0}{\varepsilon}_{xy}]; \quad \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}[\nabla_2 v + \nu\nabla_1 u - (\overset{0}{\varepsilon}_{yy} + \nu\overset{0}{\varepsilon}_{xx})], \tag{3}$$