

7. Коляно Ю. М., Дідик В. З., Кордуба Б. М. Температурні напруження в пластинках при залежних від координати коефіцієнтах тепловіддачі.— Допов. АН УРСР. Сер. А, 1976, № 6, с. 516—519.
8. Коляно Ю. М., Іваньк Е. Г. Периодическое температурное поле в составном цилиндре.— ФХОМ, 1976, № 6, с. 45—49.
9. Коляно Ю. М., Малкиель Б. С., Волос В. О., Кушнир Р. М. Температурные напряжения в металлостеклянном узле держателя цветного кинескопа.— В кн.: Качество, прочность, надежность и технологичность электроннолучевых приборов. К., 1976, с. 140—152.
10. Коляно Ю. М., Махоркин И. Н. Термоупругость толстостенной сферической оболочки с наполнителем.— Проблемы прочности, 1976, № 11, с. 84—86.
11. Коляно Ю. М., Попович В. С. Нестационарное температурное поле в состыкованных пластинках.— ФХОМ, 1975, № 5, с. 16—23.
12. Коляно Ю. М., Попович В. С. Термоупругость многослойных тел.— ДАН УССР, Сер. А, 1975, № 12, с. 1112—1117.
13. Коляно Ю. М., Попович В. С. Об одном эффективном методе решения задач термоупругости для кусочно-однородных тел, нагреваемых внешней средой.— ФХММ, 1976, № 2, с. 108—112.
14. Коляно Ю. М., Попович В. С. Температурные напряжения в стеклоситаллоцементном узле цветного кинескопа.— В кн.: Качество, прочность, надежность и технологичность электроннолучевых приборов. К., 1976, с. 49—53.
15. Коляно Ю. М., Процюк Б. В. Термоупругость многослойного цилиндра.— ДАН УССР. Сер. А, 1976, № 8, с. 718—721.
16. Коляно Ю. М., Сємерак М. М., Дячишин А. С. Исследование температурных напряжений в элементах ЭЛП с инородными круговыми включениями.— В кн.: Качество, прочность, надежность и технологичность электроннолучевых приборов. К., 1976, с. 39—42.
17. Кулик А. Н., Дидик В. З. Температурное поле в пластинках с кусочно-постоянными коэффициентами теплоотдачи.— В кн.: Тепломассообмен. Минск, 1976, с. 239—248.
18. Новацкий В. Вопросы термоупругости. М., Изд-во АН СССР, 1962. 364 с.
19. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. М., «Мир», 1970. 256 с.
20. Підстригач Я. С., Ярема С. Я. Температурні напруження в оболонках. К., Вид-во АН УРСР, 1961. 212 с.
21. Підстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. К., «Наук. думка», 1972. 308 с.
22. Підстригач Я. С., Коляно Ю. М. Уравнения обобщенной термоупругости для тел с тонкими включениями.— ДАН СССР, 1975, 224, № 4, с. 794—797.
23. Підстригач Я. С., Коляно Ю. М. Учет теплоотдачи при локальном нагреве тонкостенных элементов конструкций.— ДАН СССР, 1975, 225, № 4, с. 778—781.
24. Підстригач Я. С., Коляно Ю. М. Обобщенная термомеханика. К., «Наук. думка», 1976. 312 с.
25. Підстригач Я. С., Коляно Ю. М., Громык В. И., Лозбень В. Л. Термоупругость тел при переменных коэффициентах теплоотдачи. К., «Наук. думка», 1977. 160 с.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
20.IX 1976 г.

УДК 539.377+621.785.2

Л. П. Беседина, С. Ф. Будз, Ю. Д. Зозуляк

**О ПОСТРОЕНИИ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО НАПРЯЖЕНИЯМ
ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО
К УСЛОВИЯМ ТЕРМООБРАБОТКИ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК**

В последнее время во Львовском филиале математической физики Института математики АН УССР выполнен ряд работ по оптимизации напряженного состояния в тонких пластинках и оболочках применительно к задачам высокотемпературной и низкотемпературной локальной обработки с целью снятия остаточных напряжений в элементах сварных тонкостенных конструкций, а также термообработки электровакуумных приборов. В настоящей статье приводим обзор этих работ.

Развитые теоретические основы оптимизации локальной термообработки сварных оболочек наиболее полно изложены в работах [42, 43]. Аналитические исследования по определению температурных полей, обеспечивающих

в пределах заданных условий локального нагрева максимально низкий уровень температурных напряжений, берут свое начало от работ [20, 25, 26], где дана математическая постановка и решение задачи об определении в оболочках вращения постоянных по толщине локальных осесимметричных температурных полей при достаточно общего вида ограничениях на допустимые функции, которые могут задаваться на системе подобластей, выделенных в области срединной поверхности, вдоль системы замкнутых или открытых контуров или в отдельных точках. Задача решалась методами вариационного исчисления с использованием обобщенных функций типа δ -функции и функции скачка на основании минимизации функционала энергии упругой деформации оболочки

$$K = \frac{1}{2} \int \int_{(s)} (N_1 \epsilon_1^0 + 2S_{12} \epsilon_{12}^0 + N_2 \epsilon_2^0 + M_1 \kappa_1^0 + 2H_{12} \kappa_{12}^0 + M_2 \kappa_2^0) A B d\alpha d\beta,$$

где $\epsilon_1^0, \epsilon_{12}^0, \epsilon_2^0, \kappa_1^0, \kappa_{12}^0, \kappa_2^0$ — компоненты упругой деформации срединной поверхности; $N_1, M_1, S_{12}, H_{12}, N_2, M_2$ — усилия и моменты; α, β — линии главных кривизн; A, B — коэффициенты первой квадратичной формы; (s) — область срединной поверхности оболочки.

Математическая постановка и решение экстремальной задачи об определении оптимальных переменных по толщине температурных полей в оболочках вращения приведены в работах [15, 28, 46]. Решение соответствующей задачи с учетом различных условий закрепления граничных сечений получено в работе [44].

Детально изучен оптимальный локальный нагрев цилиндрической оболочки. Определены оптимальные постоянные [25] и переменные по толщине [15] локальные температурные поля, исследовано влияние условий закрепления краевых сечений на профиль оптимальных температурных полей и вызываемых ими напряжений [11], а также влияние профиля температурного поля на релаксацию остаточных напряжений при локальном нагреве кольцевых сварных швов [49] с использованием разработанного способа локального отпуска [31]. Рассмотрены вопросы об определении оптимальных в заданной околошовной зоне температурных полей в предположении, что температура вне этой зоны задана при широких [39, 40] и узких [41] зонах локального нагрева, об оптимальном локальном нагреве цилиндрической оболочки с винтовым сварным швом [35], а также цилиндрической оболочки, сопряженной с полусферой [33]. Определено семейство экстремальных температурных полей, обеспечивающих заданный уровень максимальных напряжений в фиксированных сечениях цилиндрической оболочки [23].

В работе [27] на основе минимизации функционала энергии формоизменения рассмотрены экстремальные локальные осесимметричные температурные поля, обеспечивающие упругое деформирование оболочки.

Получены и исследованы оптимальные температурные поля и вызванные ими напряжения при локальном нагреве экваториальной зоны замкнутой сферической оболочки [16]. Применительно к узким зонам нагрева построены асимптотические решения.

Задачи об оптимизации термоупругого состояния в тонких пологих оболочках применительно к условиям локальной термообработки приведены в работах [9, 21, 22]. Более подробно исследованы полученные решения при осесимметричном нагреве пологой сферической и конической оболочек.

Постановка и решение задачи об определении экстремальных температурных полей при локальном нагреве ортотропных оболочек вращения даны в работе [12]. Обобщение этих результатов на однослойные и трехслойные оболочки с учетом деформаций трансверсального сдвига сделано в работах [29, 30, 37, 38, 51]. Показано, что при оптимальном нагреве температурные напряжения существенно зависят от геометрических и физико-механических характеристик материала.

Решение задачи об определении оптимальных осесимметричных темпе-

ратурных полей в неоднородных в меридиональном направлении оболочках вращения на основании минимизации функционала энергии упругой деформации дано в работе [2]. Определены оптимальные постоянные по толщине температурные поля локального нагрева [45] и оптимальные перепады температуры по толщине [10] в кусочно-однородных бесконечных цилиндрических оболочках. Для таких оболочек исследовано влияние условий закрепления граничных сечений на профиль оптимальных локальных температурных полей [3].

С помощью численного метода целенаправленного итерационного поиска проведено исследование оптимальных температурных полей и напряжений в оболочках вращения с учетом температурной зависимости характеристик материала [18, 19, 36].

Один из способов построения режимов низкотемпературной обработки для снятия остаточных напряжений, обусловленных кольцевыми остаточными деформациями в цилиндрической оболочке, рассмотрен в работе [24]. Снятие остаточных напряжений осуществлялось путем создания обратных остаточных термопластических деформаций в окрестности кольцевого сварного шва.

Построение оптимальных режимов низкотемпературной обработки зоны кольцевого шва в пластинке с круговым отверстием дано в работе [11] при условии, что материал пластинки идеально пластический и удовлетворяет условию пластичности Мизеса. Снятие остаточных напряжений осуществлено за счет создания дополнительных к начальным оптимальных термопластических деформаций в окрестности кольцевого сварного шва. Температурные поля в области упругого деформирования определены из условия минимизации функционала энергии формоизменения.

В работах [4, 5] применительно к условиям низкотемпературной обработки определены оптимальные осесимметричные остаточные деформации в пологой сферической оболочке и оболочках вращения.

Постановке и решению задач об определении оптимальных условий локального нагрева оболочек вращения при силовом и температурном нагружении посвящены работы [17, 32, 47], где предложена методика выбора оптимальной силовой нагрузки, обеспечивающей низкий уровень напряжений в зоне высоких температур. На примере цилиндрической оболочки при заданных ограничениях на величину максимальных напряжений в фиксированных сечениях рассмотрены случаи сосредоточенной в центральном сечении и экстремально распределенной по зоне нагрева нормальной силовой нагрузки. Исследован также вопрос об оптимальном выборе силовой нагрузки вне зоны нагрева.

Задача об оптимизации напряженного состояния оболочек вращения в зоне высоких температур решена в работе [48]. Полученные при этом дополнительные экстремальные условия на разрешающие функции удовлетворены соответствующим выбором силовой нагрузки, приложенной вне области оптимизации. Поскольку налагаемые ограничения на силовую нагрузку носят интегральный характер, то есть возможность оптимизировать напряженное состояние с использованием различных схем силового нагружения.

В работе [34] рассмотрен вопрос об обеспечении в процессе сварки цилиндрической оболочки низкого уровня остаточных сварочных напряжений за счет соответствующего предварительного силового нагружения.

Развитие аналитических методов определения оптимальных переменных во времени и по координатам режимов нагрева тонких оболочек вращения при заданных областях допустимого изменения температурного поля и температурных напряжений дается в работах [6—8, 13, 14, 50]. На примере локального нагрева цилиндрической оболочки проиллюстрирована методика построения оптимальных температурных полей при достаточно общего вида ограничениях, когда температура внешней поверхности оболочки и компоненты напряженного состояния не должны превышать заданных допустимых значений [6, 7]. Последние ограничения обеспечиваются путем

представления искомым функций через функции с заданным интервалом изменения.

В работах [7, 13, 14] определены оптимальные режимы нагрева по толщине сферической оболочки в зависимости от тепловых граничных условий при заданных интервалах изменения температуры внешней среды, внешней поверхности и напряженного состояния оболочки.

Методика построения оптимальных по напряжениям режимов термовакуумной обработки оболочек кинескопов, позволяющих существенно сократить продолжительность технологического процесса и повысить его эффективность, предложена в работе [50].

ЛИТЕРАТУРА

1. Беседина Л. П., Бурак Я. И. Об оптимальных условиях локальной термообработки цилиндрической оболочки конечной длины при различных способах закрепления торцевых сечений // ФХММ, 1969, № 5, с. 621—624.
2. Беседина Л. П., Бурак Я. И., Подстригач Я. С. Об оптимальном нагреве неоднородных оболочек вращения // Изв. АН СССР. МТТ, 1973, № 6, с. 110—116.
3. Беседина Л. П., Романчук Я. П. Влияние условий закрепления на оптимальный нагрев неоднородной цилиндрической оболочки // Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, Вып. 2, с. 102—106.
4. Беседина Л. П., Тимошенко Н. Н. Оптимальные пластические деформации в пологой сферической оболочке с кольцевым сварным швом // Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, Вып. 1, с. 127—130.
5. Беседина Л. П. Определение оптимальных осесимметрических остаточных деформаций в оболочках вращения. — Мат. методы и физ.-мех. поля, 1976, вып. 4, с. 80—82.
6. Будз С. Ф. Оптимальные по напряжениям тепловые режимы зонального отжига цилиндрической оболочки // ФХММ, 1974, № 4, с. 116—118.
7. Будз С. Ф. Об определении оптимальных температурных полей при локальном нагреве оболочек вращения // Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, Вып. 1, с. 122—127.
8. Будз С. Ф., Мирончук Ю. Г. Определение оптимальных по напряжениям режимов нагрева сферической оболочки. — Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 2, с. 107—110.
9. Бурак Я. И. Некоторые вариационные задачи, возникающие в связи с проблемой оптимального локального нагрева пологих оболочек. — Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1970, вып. 9, с. 13—23.
10. Бурак Я. И., Беседина Л. П. Переменные по толщине локальные температурные поля для снятия остаточных напряжений в неоднородных цилиндрических оболочках // ФХММ, 1973, № 2, с. 71—74.
11. Бурак Я. И., Беседина Л. П. Низкотемпературная термообработка зоны кольцевого шва в пластинке с круговым отверстием // Автомат. сварка, 1975, № 5, с. 19—23.
12. Бурак Я. И., Будз С. Ф. Экстремальные температурные поля при локальном нагреве ортотропных оболочек вращения. — Прикл. механика, 1971, № 10, с. 48—56.
13. Бурак Я. И., Будз С. Ф. Об определении оптимальных режимов нагрева тонкой сферической оболочки // Прикл. механика, 1974, № 2, с. 14—20.
14. Бурак Я. И., Будз С. Ф., Мирончук Ю. Г., Ирза Е. М. Оптимизация режимов нагрева сферической оболочки. — Труды науч. конф. «Вычислит. математика в соврем. науч.-техн. прогрессе». Канев, 1974, с. 44—50.
15. Бурак Я. И., Григолюк Э. И., Подстригач Я. С. О применении методов вариационного исчисления к решению задач об оптимальном нагреве тонких оболочек // Труды VII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. Днепропетровск, 1970, с. 100—108.
16. Бурак Я. И., Зозуляк Ю. Д. Экстремальные температурные поля и напряжения при локальном нагреве сферической оболочки // Прикл. механика, 1970, № 12, с. 74—81.
17. Бурак Я. И., Зозуляк Ю. Д. Определение оптимальной силовой нагрузки при локальном нагреве тонких оболочек вращения // Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1973, вып. 13, с. 71—75.
18. Бурак Я. И., Огирко И. В. Применение метода нелинейной релаксации к оптимизации нагрева оболочек вращения. — Тезисы докл. VII Науч. конф. по применению ЭВМ в механике деформируемого твердого тела. Ташкент, 1975, с. 5.
19. Бурак Я. И., Огирко И. В. Оптимальный нагрев цилиндрической оболочки с переменными характеристиками материала // Мат. методы и физ.-мех. поля, 1977, Вып. 5, с. 63—68.
20. Бурак Я. И., Подстригач Я. С. Об одном классе вариационных задач на условный экстремум // Материалы Респ. симпозиума по дифференц. уравнениям. Одесса, 1968, с. 166—167.
21. Бурак Я. И., Тимошенко Н. Н. Определение оптимальных температурных полей для локального нагрева пологой конической оболочки // ФХММ, 1970, № 6, с. 107—109.
22. Бурак Я. И., Тимошенко Н. Н. Определение оптимальных температурных полей в задачах о локальном нагреве пологих оболочек // ФХОМ, 1973, № 5, с. 29—36.
23. Гачкевич М. Г., Зозуляк Ю. Д. Об оптимальных условиях понижения остаточных напря-

- жений в цилиндрической оболочке путем локального отжига.— ФХММ. 1973. № 1, с. 80—83.
24. Григолюк Э. И., Бурак Я. И., Кручкович В. Ю., Подстригач Я. С. К определению режимов локальной термообработки цилиндрических оболочек с остаточными напряжениями.— ФХММ, 1969, № 3, с. 361—369.
 25. Григолюк Э. И., Бурак Я. И., Подстригач Я. С. Об одной экстремальной задаче термоупругости для бесконечной цилиндрической оболочки.— ДАН СССР, 1967, № 3, с. 534—537.
 26. Григолюк Э. И., Бурак Я. И., Подстригач Я. С. Постановка и решение некоторых вариационных задач термоупругости тонких оболочек применительно к выбору оптимальных режимов местной термообработки.— ПМТФ, № 4, 1968, с. 47—54.
 27. Григолюк Э. И., Бурак Я. И., Подстригач Я. С. К вопросу об экстремальном осесимметрическом нагреве цилиндрической оболочки.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1969, вып. 8, с. 52—60.
 28. Григолюк Э. И., Бурак Я. И., Подстригач Я. С. О постановке и решении одного класса экстремальных задач термоупругости для оболочек вращения.— В кн.: Теория пластин и оболочек.— К., 1971, с. 66—73.
 29. Григолюк Э. И., Пелех Б. Л., Подстригач Я. С. К решению одного класса задач об оптимальном нагреве трехслойных оболочек с упругим наполнителем.— Труды IX Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин.— Л., 1973, с. 257—258.
 30. Григолюк Э. И., Пелех Б. Л., Подстригач Я. С. Об оптимальном нагреве трехслойных цилиндрических оболочек с легким упругим наполнителем.— ПМТФ, 1975, № 2, с. 120—125.
 31. Григолюк Э. И., Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Горячева З. И., Пляцко Г. В., Карасева Л. П. Способ локального отпуска сварных швов. А. с. № 346361, опубл. 28.VII.72.
 32. Зозуляк Ю. Д. Оптимизация силовой нагрузки при узких зонах локального нагрева цилиндрической оболочки.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 118—122.
 33. Зозуляк Ю. Д. Оптимальные температурные поля при локальном нагреве цилиндрической оболочки, сопряженной с полусферой.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 2, с. 99—102.
 34. Зозуляк Ю. Д. О применении силовой нагрузки в процессе сварки с целью оптимизации остаточных напряжений в цилиндрической оболочке.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1976, вып. 4, с. 51—53.
 35. Максимович В. Н., Пляцко Г. В. Температурные поля и напряжения при локальном отпуске винтовых сварных швов цилиндрических оболочек.— Изв. АН СССР. МТТ, 1972, № 4, с. 188—192.
 36. Озирко И. В. Оптимизация нагрева цилиндрической оболочки с произвольной зависимостью характеристик материала.— Укр. респ. фонд алгоритмов и программ. Ин-т кибернетики АН УССР, 1975, № 112.
 37. Пелех Б. Л., Подстригач Я. С., Сиренко И. Г. Некоторые общие вопросы теории термоупругости трансверсально изотропных оболочек.— Механика твердого тела, 1971, вып. 6, с. 81—88.
 38. Пелех Б. Л., Сиренко И. Г. Влияние жесткостей на профили оптимальных температурных полей при локальном нагреве ортотропных цилиндрических оболочек.— ФХММ, 1971, № 5, с. 39—42.
 39. Пляцко Г. В., Максимович В. Н. Об одном способе определения температурного поля для локального нагрева цилиндрических оболочек.— ДАН УССР. Сер. А, 1971, № 9, с. 810—814.
 40. Пляцко Г. В., Максимович В. Н., Горячева З. И. Способ определения температурного поля при местном отпуске кольцевых сварных швов цилиндрических оболочек.— Сварочное производство, 1973, № 6, с. 25—27.
 41. Пляцко Г. В., Максимович В. Н., Горячева З. И., Болотюк Д. П. Тепловой режим местного отпуска сварных швов цилиндрических оболочек при узкой зоне ограничения на температуру.— ФХММ, 1973, № 3, с. 99—103.
 42. Подстригач Я. С. Математические основы теории оптимизация локальной термообработки оболочек.— Труды Респ. науч. конф. «Математика и науч.-техн. прогресс». К., 1973, с. 174—194.
 43. Підстригач Я. С. Основи теорії оптимальних режимів локальної термообробки зварних швів.— Вісн. АН УРСР, 1969, № 5, с. 37—43.
 44. Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Беседина Л. П. О влиянии способа закрепления торцевых сечений оболочек вращения на профиль оптимального температурного поля при локальной термообработке.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1970, вып. 10, с. 261—268.
 45. Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Беседина Л. П. Об оптимальном нагреве неоднородной цилиндрической оболочки.— ФХММ, 1971, № 2, с. 67—74.
 46. Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Зозуляк Ю. Д. Определение экстремальных перепадов температуры по толщине при осесимметричном нагреве оболочек вращения.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1971, вып. 11, с. 26—31.
 47. Підстригач Я. С., Бурак Я. И., Зозуляк Ю. Д. Про визначення оптимального силового навантаження при локальному нагріві циліндричної оболонки.— Допов. АН УРСР. Сер. А, 1972, № 11, с. 1024—1028.

48. Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Зозуляк Ю. Д. Об оптимизации напряженного состояния в зоне локальной термообработки оболочек вращения.— Прикл. механика, 1975, № 5, с. 3—7.
49. Подстригач Я. С., Горячева З. И., Бурак Я. И. и др. О влиянии профиля температурного поля на релаксацию остаточных напряжений при локальном нагреве кольцевых сварных швов.— ФХММ, 1970, № 1, с. 42—45.
50. Подстригач Я. С., Марченко И. С., Бурак Я. И. и др. Определение оптимальных режимов нагрева оболочек кинескопов при откачке для увеличения производительности откачных железных дорог.— Электронная техника. Сер. 4, 1975, № 1, с. 78—83.
51. Подстригач Я. С., Пелех Б. Л., Сиренко И. Г. Экстремальные задачи термоупругости для ортотропных слоистых цилиндрических оболочек.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1973, вып. 13, с. 67—70.

Львовский филиал математической
физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
15. IX 1976 г.

УДК 534.1 : 531.221.3; 517.948

Л. М. Зорий

К РАЗВИТИЮ АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ УПРУГИХ И ГИДРОУПРУГИХ СИСТЕМ

Общие закономерности развития теории колебаний и устойчивости деформируемых систем, ее основных понятий и методов, а также запросы современной техники требуют расширения области теоретических исследований и совершенствования соответствующих расчетных моделей. В частности, необходима дальнейшая разработка методов исследования континуальных механических систем, эффективных способов определения их частот и критических нагрузок как функций различных параметров, аналитических методов исследования задач гидроупругости, способов получения качественных результатов и построения инженерных формул для оценки влияния разнообразных факторов (жесткостных, геометрических и массовых характеристик, свойств действующих нагрузок, демпфирования и упругих несовершенств, характеристик сред и др.) на устойчивость и малые колебания деформируемых систем.

Постановке и изучению указанных вопросов посвящены многие работы советских и зарубежных ученых. Современное состояние теории колебаний и устойчивости деформируемых систем освещено в ряде монографий и обзоров [1—13]. В настоящей статье приведен обзор работ, выполненных во Львовском филиале математической физики Института математики АН УССР по развитию аналитических методов исследования задач динамики упругих и гидроупругих систем.

Общий подход к изучению колебаний и устойчивости механических систем, получивший название динамического метода (метода малых колебаний), заключается, как известно, в исследовании движений данной системы около невозмущенного состояния. При этом выводы о характере ее поведения получают путем анализа линеаризованных уравнений возмущенного движения. Применимость такого подхода к системам с конечным числом степеней свободы изучена с достаточной полнотой А. М. Ляпуновым в его основополагающих исследованиях устойчивости по первому приближению. Для континуальных систем вопросы обоснования динамического метода, как и установления существования и единственности решений соответствующих нелинейных задач, изучены в общем недостаточно.

Обоснованию метода малых колебаний для одного класса механических систем с распределенными параметрами посвящены работы [14—18], где рассмотрены упругие системы (одно- и двумерный случаи) под действием консервативных и неконсервативных нагрузок и при наличии сил трения, пропорциональных распределению масс и скоростям, исследование возму-