

На рис. 3, 4 представлены графики изменения контактного давления $\bar{q} = \frac{2bq}{p}$ вдоль области контакта в зависимости от параметров $\frac{h}{b} = 0,1$ (рис. 3); $0,5$ (рис. 4) и $\frac{a}{b} = 0,8$ при $F/G' = 2,6$; $\nu = 0,25$; $E/E_c = 10$, $h/h_c = 8$. Штриховые кривые соответствуют решению (21) [5, 6]. Из анализа следует, что учет микроструктуры существенен особенно в зонах, примыкающих к границам в области контакта. Отметим, что качественно к таким же результатам можно прийти, используя в задачах такого класса теорию, учитывающую кроме деформаций поперечного сдвига нормальные деформации ϵ_{33} [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Галин Л. А. Об одной задаче изгиба круглой пластинки.— ПММ, 1948, 11, № 3, с. 48—57.
2. Григолюк Э. И., Толкачев В. М. О расчете цилиндрических оболочек, нагруженных по линиям.— ПММ, 1967, 31, № 6, с. 1141—1146.
3. Григолюк Э. И., Толкачев В. М. Контактная задача для полубесконечной цилиндрической оболочки.— ПММ, 1971, 35, № 5, с. 801—809.
4. Пелех Б. Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. К., «Наук. думка», 1973. 247 с.
5. Пелех Б. Л., Сысак Р. Д. Об одном классе контактных задач для анизотропных пластин из армированных пластиков.— Механика полимеров, 1972, № 4, с. 346—350.
6. Пелех Б. Л., Сысак Р. Д. Об одной контактной задаче для упругой пластинки.— ДАН УССР. Сер. А, 1972, № 2, с. 253—257.
7. Пелех Б. Л. Некоторые особенности постановки и решения контактных задач о взаимодействии упругих цилиндрических оболочек с твердыми жесткими телами.— В кн.: Избранные проблемы прикладной механики. М., 1974, с. 559—566.
8. Пелех Б. Л., Швабюк В. И. Об одном обобщении теории упругих трансверсально-изотропных пластин применительно к некоторым контактным задачам.— Сопротивление материалов, 1975, № 26, с. 87—92.
9. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. О влиянии поверхностных слоев на процесс диффузии и на обусловленное им напряженное состояние в твердых телах.— ФХММ, 1967, № 5, с. 573—578.
10. Подстригач Я. С. Диффузионная теория деформации твердых тел. Автореф. докт. дис. К., 1968. 28 с.
11. Филоненко-Бородич М. М. О вынужденном изгибе стержня по заданной кривой.— Труды МЭМИИТ, 1949, 58, № 41, с. 16—21.
12. Фюрей М. Дж. Поверхность раздела твердых тел и истинная площадь контакта.— В кн.: Физико-химическая механика контактного взаимодействия и фреттинг-коррозия. К., 1973, с. 9—10.
13. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости. М.—Л., Гостехиздат, 1949. 270 с.
14. Шереметьев М. П. Пластинки с подкрепленным краем. Львов, Изд-во Львов. ун-та, 1962. 260 с.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
10.X 1976 г.

УДК 532.72 : 620.198

П. Р. Шевчук

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ПОКРЫТИЯМИ

Успешное развитие современных отраслей народного хозяйства связано с решением одной из актуальных проблем — создания новых конструкционных материалов с наперед заданными свойствами, способными достаточно надежно работать в реальных эксплуатационных условиях (агрессивные среды, широкий диапазон изменения температур и давлений и др.). Получение материалов, обладающих целым комплексом полезных свойств, является сложной и не всегда разрешенной задачей. Во многих случаях необходимые полезные свойства можно придать широко используемым материалам

путем нанесения на поверхность специальных покрытий и таким образом расширить границы их применимости.

Однако деформирование элементов конструкций из материалов с покрытиями, вызванное механическим и немеханическим нагружением, приводит к возникновению дополнительных напряжений, обусловленных различием физико-механических свойств основного материала и покрытия, что следует учитывать в расчетах на прочность деталей конструкций с покрытиями при нестационарных тепловых режимах в условиях диффузионного насыщения. Для более точной оценки несущей способности элементов конструкций с покрытиями, работающих в таких условиях, необходимо исходить из полученной методами термодинамики необратимых процессов системы уравнений, описывающих в рамках механики сплошной среды состояние тела, рассматриваемого как твердый раствор, с учетом взаимосвязи деформации, диффузии вещества и теплопроводности [4, 10].

Исследование физических полей и напряженного состояния на основе системы уравнений для кусочно-однородного материала (тело, покрытие) связано с ее решением для каждой области с учетом конкретных условий их физико-механического сопряжения и взаимодействия с рабочей средой и представляет большие, иногда непреодолимые математические трудности. Поэтому наши исследования в этом направлении связаны с выбором упрощенной теоретической модели, позволяющей получать относительно простые расчетные формулы и достаточно точно описывать физико-механическое состояние тела. Исходя из идей, приведенных в работах [3, 5, 6], рассматриваем тонкие покрытия как тонкие оболочки, для которых теория в достаточной степени разработана. С этой целью трехмерная задача операторным методом [5] сводится к двумерной с учетом физико-механического взаимодействия покрытия с телом и средой. Далее, уменьшая толщину и оставляя неизменными приведенные физико-механические характеристики, оболочку заменяем некоторой поверхностью с приданными ей свойствами покрытия. После этого влияние покрытий на физические процессы в твердых телах, теплодиффузионный обмен со средой и их механическое поведение учитывается лишь в обобщенных граничных условиях, которым должны удовлетворять физические и механические параметры вдоль «усложненной» поверхности теперь уже однородного тела. В отличие от классических условия на параметры, определяющие процессы диффузионного типа и теплодиффузионный обмен твердых тел со средой через покрытия [8, 9], кроме скачка этого параметра (химического потенциала, температуры, концентрации диффундирующего вещества) при переходе через покрытие и его производной по нормали к срединной поверхности покрытия, содержат производные этого параметра вдоль покрытия. Это позволяет в соотношениях балансового типа учитывать дивергенцию теплодиффузионных потоков вдоль покрытия (поверхности) и использовать полученные граничные условия при исследовании поверхностной диффузии.

В условиях на механические параметры [9, 12] содержатся скачки напряжений при переходе через покрытие в зависимости от соотношения характеристик материалов покрытия и тела. Эти условия можно считать некоторым обобщением на случай твердых тел известной формулы Лапласа, которая в случае контакта жидких сред вытекает из полученных граничных условий как частный случай.

Обобщенные граничные условия на физические и механические параметры позволили на основе уравнений диффузионного типа и уравнений равновесия ставить и решать неклассические краевые задачи об определении физико-механического состояния покрытий и деформируемых твердых тел с покрытиями при их нагреве или диффузионном насыщении [1, 2, 7, 11, 13, 14].

Разработанная методика позволяет проводить расчеты элементов конструкций с покрытиями, получаемыми различными способами.

Одними из наиболее перспективных покрытий, применяемых в настоящее время с целью повышения работоспособности элементов конструкций

(улучшение прочности, повышение износостойкости, защита от воздействия агрессивных сред, радиационного излучения и др.), являются покрытия, получаемые методами плазменного напыления. При этом важную роль играет прочность сцепления покрытия и основы. Образование прочных связей и формирования контактной зоны при напылении является термически активированным процессом. Следовательно, температура устанавливающаяся в области контакта, является одним из самых важных параметров, управляющих активационными процессами в контактной зоне. Кроме того, исследование тепловых режимов процесса напыления, распределения температуры в напыленном слое и основе необходимо для описания топохимических и термодиффузионных процессов в области контакта, а также для определения остаточных напряжений в покрытии, адгезионном слое и подложке, возникающих после затвердевания покрытий и охлаждения системы тело — покрытие до температуры рабочей среды.

При построении упрощенной теоретической модели для расчета тепловых режимов напыления, температурных полей и остаточных напряжений в основе и покрытии, развивая идеи работ [2, 3, 6], исходя из того, что при оптимальных режимах напыления падающие на поверхность частицы в расплавленном (очень часто даже перегретом) состоянии растекаются, образуя поверхностные слои, рассматриваемые далее как тонкие оболочки. Усредняя по толщине оболочки решение уравнения теплопроводности с источниками тепла, полученное операторным методом, при условии, что на границе тело — покрытие осуществляется идеальный тепловой контакт, а на свободной поверхности покрытия происходит теплообмен по закону Ньютона, и уменьшая толщину оболочки, получаем вдоль покрытия граничное условие на температуру, в котором имеются распределенные по покрытию (теперь уже по приведенной поверхности) источники тепла, мощность которых определяется вполне определенным количеством тепла (с учетом скрытой теплоты плавления), содержащегося в напыляемых слоях. Действие этих источников в зависимости от количества циклов и способа напыления моделируются импульсными, ступенчатыми и непрерывными на некотором промежутке времени функциями или их комбинациями.

Для расчета остаточных напряжений после затвердевания покрытий и остывания системы тело — покрытие используются полученные ранее условия на механические параметры с учетом температурных режимов плазменного напыления.

Таким образом, первоначально поставленная задача определения температурных режимов напыления и остаточных напряжений в подложке и покрытии свелась к задаче термоупругости для однородной области с обобщенными граничными условиями. На основе разработанной методики решены задачи об определении контактной температуры, температурных полей и остаточных напряжений при высоко температурном плазменном напылении покрытий на сферические, цилиндрические и плоские образцы с учетом многоцикличности процесса.

Приведенная методика применяется к исследованию стабильности диффузионных покрытий в процессе эксплуатации, а также термонапряженного состояния конструкций с аблирующими покрытиями с учетом эндотермичности процесса уменьшения с течением времени толщины таких покрытий и при расчете термоупругого состояния некоторых классов полупроводниковых элементов. Так, по параметрам электрической цепи определяется количество джоулевого тепла, выделяющегося при прохождении тока на запирающем слое контакта металл — полупроводник. Этим количеством тепла определяется мощность источников, которые содержатся в полученных граничных условиях, и приходим к задаче термоупругости для тел, сопряженных через запирающий слой с источниками тепла.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ивашук Д. В., Лах В. И., Шевчук П. Р.* Диффузионное насыщение полого цилиндра с двусторонним покрытием. — *Мат. методы и физ.-мех. поля*, 1975, вып. 1, с. 58—64.
2. *Ивашук Д. В., Підстригач Я. С., Чернуха Ю. А., Шевчук П. Р.* Рівняння дифузійних процесів для тонких оболонок з покриттями. — *Допов. АН УРСР. Сер. А*, 1974, № 8, с. 739—743.
3. *Підстригач Я. С.* Умови теплового контакту твердих тіл. — *Допов. АН УРСР*, № 7, 1963, с. 17—24.
4. *Підстригач Я. С.* Диференціальні рівняння задачі термодифузії в твердому деформованому ізотропному тілі. — *Допов. АН УРСР*, 1961, № 2, с. 169—172.
5. *Підстригач Я. С., Ярема С. Я.* Температурні напруження в оболонках. К., «Наук. думка», 1961. 212 с.
6. *Подстригач Я. С.* Температурное поле в системе твердых тел, сопряженных с помощью тонкого промежуточного слоя. — *ИФЖ*, 1963, 7, № 10, с. 76—83.
7. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* О напряженно-деформированном состоянии нагрываемых упругих тел, содержащих включения в виде тонких оболочек. — *Прикл. механика*, 1967, 4, № 6, с. 8—16.
8. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Температурные напряжения в телах с тонкими покрытиями. — *Тепловые напряжения в элементах конструкций*, 1967, вып. 7, с. 227—233.
9. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* О влиянии поверхностных слоев на процесс диффузии и обусловленное им напряженное состояние в твердых телах. — *ФХММ*, 1967, № 5, с. 575—583.
10. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Вариационная форма теории термодиффузионных процессов в деформируемом твердом теле. — *ПММ*, 1964, 33, № 4, с. 774—776.
11. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Влияние тонких покрытий и промежуточных слоев на диффузионные процессы и на напряженное состояние в твердых телах. — *Защитные покрытия на металлах*, 1971, вып. 5, с. 263—272.
12. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Исследование напряженного состояния твердых тел с инородными включениями и тонкими покрытиями при изменении температуры. — *Проблемы прочности*, 1970, № 11, с. 37—40.
13. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р., Ивашук Д. В.* Влияние тонких покрытий на напряженно-деформированное состояние слоя с двусторонним покрытием при диффузионном насыщении. — *ФХММ*, 1974, № 1, с. 74—81.
14. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р., Ивашук Д. В.* Диффузионное насыщение цилиндра с тонким покрытием. — *Проблемы прочности*, 1974, № 7, с. 3—8.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
26.X 1976 г.

УДК 532.72 : 532.135

Р. Н. Швец, Я. И. Дасюк

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЫ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ТЕРМОДИФфуЗИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

В связи с применением новых конструкционных материалов в технике возникла необходимость построения конкретных моделей с расширенными физико-механическими свойствами [2—8, 11], на основании которых можно описать и изучить интересующие нас эффекты. Для решения различных проблем, имеющих важное значение в приложениях, существенным является изучение процессов деформации, теплопроводности и диффузии вещества, их взаимосвязи и взаимообусловленности, а также различных явлений неупругости. Учет реологических характеристик материала позволяет значительно углубить изучение общих процессов деформирования среды и полнее использовать ресурсы новых конструкционных материалов. В настоящей работе методами механики сплошных сред и неравновесной термодинамики выведена общая система линейных уравнений, описывающих взаимосвязь между процессами деформации, теплопроводности и диффузии вещества в вязкоупругом анизотропном теле.

Рассмотрим анизотропную среду, которая представляет собой вязкоупругий двухкомпонентный раствор. В качестве параметров локального термодинамического состояния введем температуру T и энтропию S ,