Располагая коэффициентами интенсивности напряжений, предельные значения силовой или температурной нагрузки определим из соотношения [7]

$$K_1 - 3DK_2 = (1 + D^2)^{3/2} K_{IC}, \quad D = \frac{K_1 - \sqrt{K_1^2 + 8K_2^2}}{4K_2}.$$

Приведенный выше метод решения интегральных уравнений может быть с успехом использован для ряда других задач теории термоупругости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи. М., Физматгиз, 1958. 544 с.
2. *Каландия А. И.* Математические методы двумерной упругости. М., «Наука», 1973. 304 с.
3. *Кит Г. С.* Метод дисторсии в теории термоупругости тел с трещинами.— ФХММ, 1975, 11, № 3, с. 9—20.
4. *Кит Г. С., Кривцун М. Г.* Інтегральні рівняння задачі термопружності для площини з криволінійним отвором і тріщинами.— Допов. АН УРСР. Сер. А, 1976, № 11, с. 998—1001.
5. *Кит Г. С., Соколовский М. П.* Плоская задача теплопроводности и термоупругости для тела с периодической системой прямолинейных разрезов.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1976, вып. 4, с. 44—51.
6. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., «Наука», 1966. 708 с.
7. *Панасюк В. В.* Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. К., «Наук. думка», 1968. 246 с.
8. *Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацышин А. П.* Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. К., «Наук. думка», 1976. 444 с.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 24.XII 1976 г.

УДК 539.2

Ю. З. Повстенко

УПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СИСТЕМЫ ТОЧЕЧНЫХ ДЕФЕКТОВ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ В ПЛОСКОСТИ

Рассмотрим цепочку точечных дефектов, расположенную в точке r_0 тела, содержащего круговое отверстие радиуса a. Сила, действующая на единицу длины такого дефекта, вызванная упругим взаимодействием собственного поля напряжений последнего с поверхностью отверстия, была определена в статье [4]. Она выражается формулой (с исправленным знаком)

$$F_r = -\frac{8Q\Delta S a^2 r_0}{(r_0^2 - a^2)^3}, \tag{1}$$

где $Q = 2\mu\varepsilon\rho_0^2$ — мера интенсивности нарушения, вызванного дефектом в рассматриваемой его модели в виде цилиндрической полости первоначального радиуса ρ_0, расширяющегося в радиальном направлении на величину $\rho_0\varepsilon$ [4, 7]; при этом площадь сечения цилиндрической полости изменяется на величину $\Delta S = 2\pi\rho_0^2\varepsilon$. Из выражения (1) следует, что точечный дефект будет стремиться приблизиться к отверстию.

В неограниченной среде упругое взаимодействие точечных дефектов в рамках выбранной модели отсутствует. Однако если тело ограничено поверхностью, то между точечными дефектами возникает взаимодействие через так называемые мнимые поля [5]. Оказывается, что при учете этого взаимодействия сила, действующая на точечный дефект, будет зависеть от относительной концентрации дефектов n, которую определим следующим образом: разобьем плоскость сеткой на отдельные квадраты и в вершинах поместим точечные дефекты; относительной концентрацией дефектов назовем количество дефектов, приходящееся на отрезок, равный радиусу отверстия.

Полная сила, действующая на точечный дефект, находящийся в точке (x_k, 0), определится выражением

$$F_x^{(k)} = -8Q\Delta S a^2 \operatorname{Re} \sum_m \frac{z_m}{(a^2 - x_k z_m)^3} \tag{2}$$

(Re — действительная часть). График силы, действующей на дефект, расположенный, например, в точке $x_k = 1{,}5a$, $y_k = 0$, в зависимости от n приведен на рис. 1 (звездочкой отмечена величина силы, определенная по формуле (1)).

На этом основании нами предпринята попытка объяснить результаты экспериментов [3, 6] (см. также [2]), в которых диффузия вакансий приво-

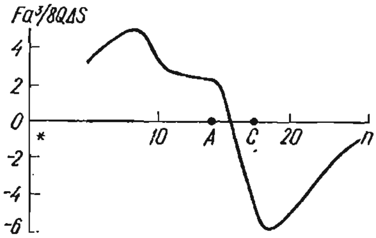

Рис. 1

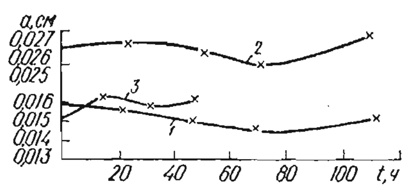

Рис. 2

дила к немонотонным изменениям радиуса цилиндрических пор в медных образцах (рис. 2 [6]).

Если предположить, что в начальный момент относительная концентрация вакансий для кривой *1* на рис. 2 ($T = 1000°$ С) соответствует точке *A* на рис. 1, т. е. вакансии отталкиваются от поверхности отверстия, то совместное действие упругого взаимодействия собственного поля напряжений вакансий с порой и механизма спекания [1] приведет к уменьшению радиуса отверстия, т. е. к частичному растворению поры, что вызовет увеличение относительной концентрации вакансий (точка *C* на рис. 1). При этом влияние упругого взаимодействия (притягивание вакансий к поверхности отверстия) станет противоположным эффекту спекания (отталкивание вакансий от отверстия), суммарная сила, действующая на вакансию, может стать отрицательной, и радиус поры увеличится.

Если начальный радиус взять несколько большим (кривая *2* на рис. 2, $T = 1000°$ С) или поднять температуру (кривая *3* на рис. 2, $T = 1050°$ С), то начальная относительная концентрация вакансий увеличится и будет сразу соответствовать точке *C* на рис. 1, что приведет к первоначальному увеличению радиуса отверстия.

При очень большом начальном радиусе отверстия a влияние как спекания $\left(\sim \frac{1}{a}\right)$, так и упругого взаимодействия вакансий ($n \to \infty$ на рис. 1) не будет сказываться, и радиус отверстия не будет изменяться. При начальном радиусе, на порядок меньшем [1], определяющим станет механизм спекания и пора будет полностью «залечиваться».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гегузин Я. Е.* Физика спекания. М., «Наука», 1967. 360 с.
2. *Гегузин Я. Е.* Почему и как исчезает пустота. М, «Наука», 1976. 207 с.
3. *Гич Г. А.* Физика спекания.— Успехи физики металлов, 1956, вып. 1, с. 120—154.
4. *Либацкий Л. Л.* О поведении точечных дефектов типа вакансий в пластине с круговым отверстием.— Вопр. механики реал. твердого тела, 1964, вып. 2, с. 152—154.
5. *Эшелби Дж.* Континуальная теория дислокаций. М., Изд-во иностр. лит., 1963. 242 с.
6. *Postlethwaite A. W., Shaler A. J.* Shrinkage of synthetic pores in copper.— In: Physics of powder metallurgy. New York, 1951, p. 189—200.
7. *Sines G., Kikuchi R.* The elastic interaction between point defects and clusters of point defects in metals.— Acta met., 1958, **6**, N 7, p. 500—508.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
12.IX 1976 г.