УДК 534.213

А. А. Лопатьев, А. Е. Хило

РАСЧЕТ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В МНОГОСЛОЙНОЙ СРЕДЕ ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Вопросы вычисления коэффициентов отражения и преломления импульсов в идеальноупругих слоистых средах представляют интерес для акустики и сейсмологии. Несмотря на то что получение формальных решений для осесимметричных сред не представляет принципиальных трудностей, аналитических выражений коэффициентов отражения и преломления даже для нескольких слоев практически не имеется. В основном разработаны приближенные и численные методы решения задач о распространении волн в многослойных средах. Важное место здесь занимают лучевые методы [2—4]. В работе [1] решена задача о нормальном распространении импульса в многослойной среде в изображениях Лапласа, а переход в пространство оригиналов осуществлен численными методами.

В данной работе рассмотрено распространение плоского нестационарного возмущения в многослойной среде. Записаны аналитические выражения характеристик волнового поля для системы, состоящей из двух полупространств, сопряженных тремя слоями, что позволило сравнительно просто рассчитать и сравнить между собой некоторые конкретные модели.

Рассмотрим систему, состоящую из двух полупространств $(0,\ n+1)$, сопряженных n упругими слоями $(1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Считаем, что декартова координата z отсчитывается от границы верхнего полупространства в сторону упругих слоев.

Пусть из верхнего полупространства нормально к границам раздела распространяется плоская волна, которая задается бегущим δ-импульсом. Запишем аналитические выражения для поля напряжений в произвольной точке среды. В качестве основных неизвестных выбираем нормальные напряжения σ_i $(i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n+1)$, удовлетворяющие волновым уравнениям

$$\frac{\partial^2\sigma_i}{\partial z^2} = \frac{1}{c_i^2}\,\frac{\partial^2\sigma_i}{\partial t^2} \quad (i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n+1). \tag{1}$$

На границах раздела $z=0,\ H_1,\ H_1+H_2,\ \ldots,\ H_1+H_2+\ldots+H_n$ требуем непрерывности изменения напряжений и ускорений:

$$\begin{gathered}\sigma_1=\sigma_0+\sigma_{\text{пад}},\quad \frac{1}{\rho_1}\,\frac{\partial\sigma_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_0}\,\frac{\partial(\sigma_0+\sigma_{\text{пад}})}{\partial z},\quad z=0,\\ \sigma_{i+1}=\sigma_i,\quad \frac{1}{\rho_{i+1}}\,\frac{\partial\sigma_{i+1}}{\partial z} = \frac{1}{\rho_i}\,\frac{\partial\sigma_i}{\partial z}\quad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n),\\ z=H_1+\cdots+H_i.\end{gathered} \tag{2}$$

Начальные условия предполагаем нулевыми:

$$\sigma_i=0,\quad \frac{\partial\sigma_i}{\partial t}=0 \ \text{ при } t=0 \quad (i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n+1). \tag{3}$$

Для определения напряжений $\sigma_0,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ \ldots,\ \sigma_{n+1}$ имеем систему волновых уравнений (1) с граничными и начальными условиями (2), (3), которые в безразмерных координатах

$$\tau=\frac{c_n}{H_n}t,\ \gamma=\frac{z}{H_n},\ \varkappa_i=\frac{c_n}{c_i},\ h_i=\frac{H_i}{H_n}\quad (i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n+1)$$

для падающего δ-образного импульса $\sigma_{\text{пад}}=\delta(\tau-\varkappa_0\gamma)$ запишутся в виде

$$\frac{\partial^2\sigma_i}{\partial\gamma^2}=\varkappa_i^2\,\frac{\partial^2\sigma_i}{\partial\tau^2}; \tag{4}$$

$$\sigma_1=\sigma_0+\delta(\tau),\quad \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial\sigma_1}{\partial\gamma}=\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\sigma_0}{\partial\gamma}-\frac{\varkappa_0}{\rho}\delta'(\tau),\ \gamma=0. \tag{5}$$

$$\sigma_{i+1}=\sigma_i,\quad \frac{1}{\rho_{i+1}}\frac{\partial\sigma_{i+1}}{\partial\gamma}=\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial\sigma_i}{\partial\gamma}\quad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n),\ \gamma=h_1+\cdots+h_i;$$

$$\sigma_i=0,\ \frac{\partial\sigma_i}{\partial\tau}=0\quad (i=0,\ 1,\ \ldots,\ n+1),\quad \tau=0, \tag{6}$$

где $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n, \rho_{n+1}$ — плотности полупространств и слоев; $c_0, c_1, c_2, \ldots$ $\ldots, c_n, c_{n+1}$ — скорости распространения продольных волн; $H_1, H_2, \ldots, H_n$ — толщины слоев.

Применяя к уравнениям (4) и краевым условиям (5), (6) преобразование Лапласа по времени τ, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений на трансформанты

$$\sigma_i^L(\gamma,\ s)=\int\limits_0^\infty \sigma_i(\gamma,\ \tau)\,e^{-s\tau}d\tau,$$

решение которой выбираем в виде

$$\begin{gathered}\sigma_0^L=B_0e^{s\varkappa_0\gamma};\quad \sigma_{n+1}^L=A_{n+1}e^{-s\varkappa_{n+1}(\gamma-h_1-\cdots-h_n)},\\ \sigma_i=A_ie^{-s\varkappa_i(\gamma-h_1-\cdots-h_i)}+B_ie^{s\varkappa_i(\gamma-h_1-\cdots-h_i)}\quad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n).\end{gathered} \tag{7}$$

При этом учтено, что в нижнем полупространстве от границы $\gamma=h_1+$ $+h_2+\ldots+h_n$ распространяется импульс только в положительном направлении оси γ.

Коэффициенты A_i, B_i определяются из алгебраической системы уравнений, получаемой при удовлетворении граничным условиям. Определяя из системы коэффициент B_0, получаем

$$\begin{gathered}\sigma_0^L(\gamma,\ s)=V_0\frac{1+\dfrac{p_1}{V_0}e^{-2s\varkappa_1h_1}}{1+V_0p_1e^{-2s\varkappa_1h_1}}e^{s\varkappa_0\gamma},\\ p_i=V_i\frac{1+\dfrac{p_{i+1}}{V_i}e^{-2s\varkappa_{i+1}h_{i+1}}}{1+V_ip_{i+1}e^{-2s\varkappa_{i+1}h_{i+1}}}\quad (i=1,\ \ldots,\ n-1),\ p_n=V_n.\end{gathered} \tag{8}$$

В случае трех слоев, граничащих с двумя полупространствами,

$$B_0=V_0\frac{1+\dfrac{V_1}{V_0}\dfrac{1+\dfrac{V_2}{V_1}\dfrac{1+V_3/V_2e^{-2s}}{1+V_2V_3e^{-2s}}e^{-2s\varkappa_2h_2}}{1+V_1V_2\dfrac{1+V_3/V_2e^{-2s}}{1+V_2V_3e^{-2s}}e^{-2s\varkappa_2h_2}}e^{-2s\varkappa_1h_1}}{1+V_0V_1\dfrac{1+\dfrac{V_2}{V_1}\dfrac{1+V_3/V_2e^{-2s}}{1+V_2V_3e^{-2s}}e^{-2s\varkappa_2h_2}}{1+V_1V_2\dfrac{1+V_3/V_2e^{-2s}}{1+V_2V_3e^{-2s}}e^{-2s\varkappa_2h_2}}e^{-2s\varkappa_1h_1}}. \tag{9}$$

Здесь $V_i=\dfrac{\rho_{i+1}c_{i+1}-\rho_ic_i}{\rho_{i+1}c_{i+1}+\rho_ic_i}$ — коэффициенты отражения.

Представляя теперь $\sigma_0^L(\gamma, s)$ для трехслойной модели в виде

$$\sigma_0^L(\gamma,\ s)=\left\langle V_0+(1-V_0^2)\sum_{n=1}^{\infty}(-V_0)^{n-1}\left\{V_1+(1-V_1^2)\sum_{m=1}^{\infty}(-V_1)^{m-1}\left[V_2+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+(1-V_2^2)\sum_{k=1}^{\infty}(-V_2)^{k-1}V_3^ke^{-2sk}\right]^m e^{-2sm\varkappa_2h_2}\right\}^n e^{-2sn\varkappa_1h_1}\right\rangle e^{s\varkappa_0\gamma} \tag{10}$$

и возвращаясь в пространство оригиналов, получаем

$$\sigma_0(\gamma,\ \tau) = V_0\delta(\tau + \varkappa_0\gamma) + (1 - V_0^2)\sum_{n=1}^{\infty}(-V_0)^{n-1}\ \times$$

$$\times \sum_{r=0}^{n} C_n^r V_1^{n-r}(1 - V_1^2)^r \sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_r=1}^{\infty}(-V_1)^{m_1+\cdots+m_r-r}\times$$

$$\times \sum_{q_1=0}^{m_1} C_{m_1}^{q_1} V_2^{m_1-q_1}(1 - V_2^2)^{q_1} V_3^{q_1}\sum_{k_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{k_{q_1}=1}^{\infty}(-V_2V_3)^{k_1+\cdots+k_{q_1}-q_1}\ \ldots$$

$$\ldots \sum_{q_r=0}^{m_r} C_{m_r}^{q_r} V_2^{m_r-q_r}(1 - V_2^2)^{q_r} V_3^{q_r}\sum_{i_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{i_{q_r}=1}^{\infty}(-V_2V_3)^{i_1+\cdots+i_{q_r}-q_r}\times$$

$$\times\ \delta(\tau + \varkappa_0\gamma - 2K - 2M\varkappa_2h_2 - 2n\varkappa_1h_1), \qquad (11)$$

где $K = k_1 + \cdots k_{q_1} + \cdots + i_1 + \cdots + i_{q_r}$; $M = m_1 + \cdots + m_r$; $C_j^i = \dfrac{j!}{(j-i)!\ i!}$.

Выражение (11) позволяет определить напряжение в любой точке полупространства $\gamma \leqslant 0$ в любой момент времени, в частности на границе. Первый член в формуле (11) дает отражение сигнала от границы раздела $\gamma = 0$ с коэффициентом отражения V_0, вклад границ h_1, $h_1 + h_2$, $h_1 + h_2 + 1$ учитывается во втором слагаемом.

Используя выражение (11), несложно записать формулу для напряжения в случае двух упругих слоев, лежащих между двумя полупространствами:

$$\sigma_0(\gamma,\ \tau) = V_0\delta(\tau + \varkappa_0\gamma) + (1 - V_0^2)\sum_{n=1}^{\infty}(-V_0)^{n-1}\sum_{q=0}^{n} C_n^q V_2^{n-q}\times$$

$$\times (1 - V_2^2)^q V_3^q \sum_{k_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{k_q=1}^{\infty}(-V_2V_3)^{k_1+\cdots+k_q-q}\times$$

$$\times\ \delta[\tau + \varkappa_0\gamma - 2(k_1 + \cdots + k_q) - 2nh^1\varkappa^1], \qquad (12)$$

где $h^1\varkappa^1 = h_1\varkappa_1 + h_2\varkappa_2$ и принято также, что $V_1 = 0$.

В случае одного слоя, заключенного между двумя полупространствами, полагая $V_1 = V_2 = 0$ и обозначая $h\varkappa = h_1\varkappa_1 + h_2\varkappa_2 + 1$, получаем

$$\sigma_0(\gamma,\ \tau) = V_0\delta(\tau + \varkappa_0\gamma) + (1 - V_0^2)\sum_{n=1}^{\infty}(-V_0)^{n-1}V_3^n\delta(\tau + \varkappa_0\gamma - 2nh\varkappa). \qquad (13)$$

Когда возмущение является произвольной функцией времени, решение соответствующей краевой задачи может быть записано исходя из формул (11) — (13). Так, в случае синусоиды конечной длительности

$$\sigma(\tau) = \sin\omega\tau\,[S(\tau) - S(\tau - \tau_0)], \qquad (14)$$

где $\omega = \Omega\dfrac{H_3}{c_3}$ — безразмерная частота; τ_0 — продолжительность действия возмущения; $S(\tau)$, $S(\tau - \tau_0)$ — функции Хевисайда, решение для случая трех слоев запишется в виде

$$\sigma_0^1(\gamma,\ \tau) = V_0[S(\tau + \varkappa_0\gamma) - S(\tau + \varkappa_0\gamma - \tau_0)]\sin\omega(\tau + \varkappa_0\gamma) +$$

$$+ (1 - V_0^2)\sum_{n=1}^{n}(-V_0)^{n-1}\sum_{r=0}^{n} C_n^r V_1^{n-r}(1 - V_1^2)^r\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_r=1}^{\infty}(-V_1)^{m_1+\ldots+m_r-r}\times$$

$$\times \sum_{q_1=0}^{m_1} C_{m_1}^{q_1} V_2^{m_1-q_1}(1 - V_2^2)^{q_1} V_3^{q_1}\sum_{k_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{k_{q_1}=1}^{\infty}(-V_2V_3)^{k_1+\cdots+k_{q_1}-q_1}\ \ldots$$

$$\ldots \sum_{q_r=0}^{m_r} C_{m_r}^{q_r} V_2^{m_r-q_r}(1 - V_2^2)^{q_r} V_3^{q_r}\sum_{i_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{i_{q_r}=1}^{\infty}(-V_2V_3)^{i_1+\cdots+i_{q_r}-q_r}\times$$

$$\times [S(\tau+\varkappa_0\gamma-2K-2M\varkappa_2h_2-2n\varkappa_1h_1)-S(\tau+\varkappa_0\gamma-2K-$$
$$-2M\varkappa_2h_2-2n\varkappa_1h_1-\tau_0)]\sin\omega(\tau+\varkappa_0\gamma-2K-2M\varkappa_2h_2-2n\varkappa_1h_1), \quad (15)$$

в случае двух слоев —

$$\sigma_0^1(\gamma,\tau)=V_0[S(\tau+\varkappa_0\gamma)-S(\tau+\varkappa_0\gamma-\tau_0)]\sin\omega(\tau+\varkappa_0\gamma)+$$
$$+(1-V_0^2)\sum_{n=1}^{\infty}(-V_0)^{n-1}\sum_{q=0}^{n}C_n^qV_2^{n-q}(1-V_2^2)^qV_3^q\times$$
$$\times\sum_{k_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{k_q=1}^{\infty}(-V_2V_3)^{k_1+\cdots k_q-q}\{S[\tau+\varkappa_0\gamma-2(k_1+\cdots+k_q)-$$
$$-2nh^1\varkappa^1]-S[\tau+\varkappa_0\gamma-2(k_1+\cdots+k_q)-2nh^1\varkappa^1-\tau_0]\}\times$$
$$\times\sin\omega[\tau+\varkappa_0\gamma-2(k_1+\cdots+k_q)-2nh^1\varkappa^1] \quad (16)$$

и в случае одного слоя —

$$\sigma_0^1(\gamma,\tau)=V_0[S(\tau+\varkappa_0\gamma)-S(\tau+\varkappa_0\gamma-\tau_0)]\sin\omega(\tau+\varkappa_0\gamma)+$$
$$+(1-V_0^2)\sum_{n=1}^{\infty}(-V_0)^{n-1}V_3^n[S(\tau+\varkappa_0\gamma-2nh\varkappa)-$$
$$-S(\tau+\varkappa_0\gamma-2nh\varkappa-\tau_0)]\sin\omega(\tau+\varkappa_0\gamma-2nh\varkappa). \quad (17)$$

Рассмотрим случай падения плоской волны $\sigma_{пад}=\delta(\tau+\varkappa_4\gamma)$ из нижнего полупространства. В этом случае на границах раздела необходимо удовлетворить следующим условиям:

$$\sigma_{i+1}=\sigma_i,\quad \frac{1}{\rho_{i+1}}\frac{\partial\sigma_{i+1}}{\partial\gamma}=\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial\sigma_i}{\partial\gamma}\quad (i=0,\,1,\,2),\quad \gamma=h_1\delta_{i1}+(h_1+h_2)\delta_{i2},$$
$$\sigma_4+\sigma_{пад}=\sigma_3,\quad \frac{1}{\rho_4}\frac{\partial(\sigma_4+\sigma_{пад})}{\partial\gamma}=\frac{1}{\rho_3}\frac{\partial\sigma_3}{\partial\gamma},\quad \gamma=h_1+h_2+1. \quad (18)$$

Начальные условия предполагаем нулевыми:

$$\sigma_i=0,\quad \frac{\partial\sigma_i}{\partial\tau}=0\quad (i=0,\,1,\,2,\,3,\,4),\quad \tau=0. \quad (19)$$

В этом случае для $\sigma_0^L(\gamma, s)$ имеем

$$\sigma_0^L=\frac{e^{-s(\varkappa_1h_1+\varkappa_2h_2+1)}}{1+V_0V_1e^{-2s\varkappa_1h_1}}\;\frac{\dfrac{(1-V_1)(1-V_2)(1-V_3)e^{s\varkappa_0\gamma}}{1+V_1V_2\dfrac{1-V_0/V_1e^{-2s\varkappa_1h_1}}{1+V_0V_1e^{-2s\varkappa_1h_1}}e^{-2s\varkappa_2h_2}}}{1+V_2V_3\dfrac{1-\dfrac{V_1}{V_2}\dfrac{1-V_0/V_1e^{-2s\varkappa_1h_1}}{1+V_0V_1e^{-2s\varkappa_1h_1}}e^{-2s\varkappa_2h_2}}{1+V_1V_2\dfrac{1-V_0/V_1e^{-2s\varkappa_1h_1}}{1+V_0V_1e^{-2s\varkappa_1h_1}}e^{-2s\varkappa_2h_2}}e^{-2s}}. \quad (20)$$

В пространстве оригиналов для начального возмущения вида (14) получаем

$$\sigma_0(\gamma,\tau)=(1-V_1)(1-V_2)(1-V_3)\sum_{b=0}^{\infty}(-V_0V_1)^b\sum_{f=0}^{\infty}(-V_2)^f\times$$
$$\times\sum_{d=0}^{f}C_f^dV_1^{f-d}(1-V_1^2)^dV_2^d\sum_{l_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{l_d=1}^{\infty}(-V_0V_1)^{l_1+\cdots+l_d-d}\times$$
$$\times\sum_{n=0}^{\infty}V_3^n\sum_{r=0}^{n}C_n^rV_2^{n-r}(1-V_2^2)^r\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_r=1}^{\infty}(-V_2)^{m_1+\cdots m_r-r}\times$$

$$\times \sum_{q_1=0}^{m_1} C_{m_1}^{q_1} V_1^{m_1-q_1} (1 - V_1^2)^{q_1} V_0^{q_1} \sum_{k_1=1}^{\infty} \cdots \sum_{k_{q_1}=1}^{\infty} (-V_0 V_1)^{k_1+\cdots k_{q_1}-q_1} \cdots$$

$$\cdots \sum_{q_r=1}^{m_r} C_{m_r}^{q_r} V_1^{m_r-q_r} (1 - V_1^2)^{q_r} V_0^{q_r} \sum_{i_1=1}^{\infty} \cdots \sum_{i_{q_r}=1}^{\infty} (-V_0 V_1)^{i_1+\cdots i_{q_r}-q_r} \times$$

$$\times [S(\tau + \varkappa_0\gamma - 2K^*\varkappa_1 h_1 - 2M^*\varkappa_2 h_2 - 2n) - S(\tau + \varkappa_0\gamma - 2K^*\varkappa_1 h_1 -$$

$$- 2M^*\varkappa_2 h_2 - 2n - \tau_0)] \sin\omega(\tau + \varkappa_0\gamma - 2K^*\varkappa_1 h_1 - 2M^*\varkappa_2 h_2 - 2n), \quad (21)$$

где $K^* = K + b + l_1 + \cdots + l_d + \frac{1}{2}$; $M^* = M + f + \frac{1}{2}$.

Из полученных аналитических выражений рассчитаны величины амплитуд отраженных волн в некоторых конкретных моделях. Для основной (эталонной) модели (см. таблицу) мощностью 45 км подсчитаны амплитуды отраженных волн в случае одного, двух и трех слоев с целью выявления влияния каждого слоя в отдельности. Упругие параметры для всех моделей приведены в таблице. Параметры синусоидального возмущения $\tau_0 = 0{,}5$, $\omega = 4\pi$.

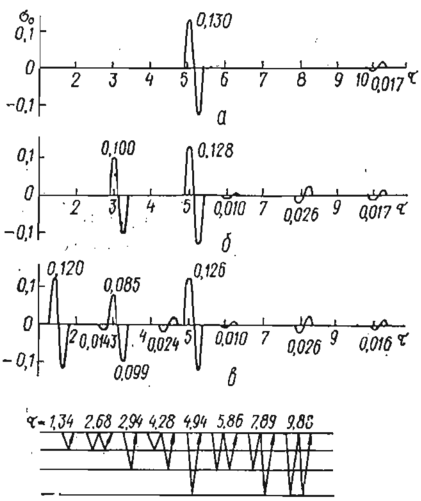

Рис. 1

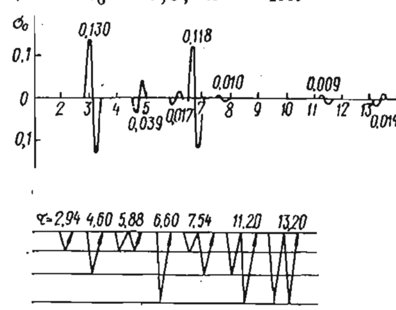

Рис. 2

На рис. 1—6 показаны относительные амплитуды отраженных и проходящих сигналов для различных моделей, причем по оси абсцисс отложено безразмерное время τ, а по оси ординат — нормальное напряжение σ_0^1. Под графиками схематически представлены пути прохождения всевозможных отраженных и преломленных волн.

На рис. 1, *а* — *в* изображены относительные амплитуды сигналов, отраженных от границ раздела в случае одного,

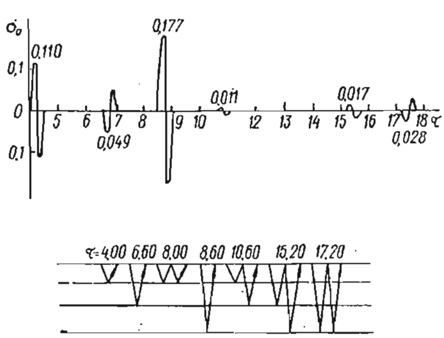

Рис. 3

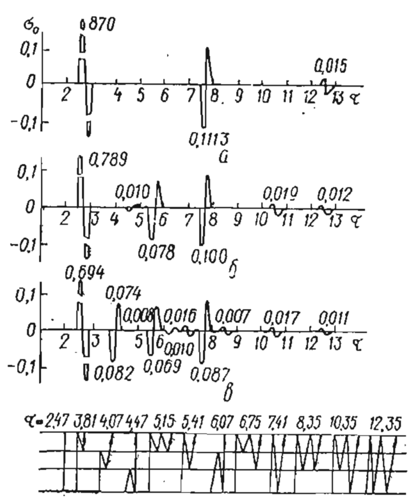

Рис. 4

Модель	Параметр										
	H_1, км	H_2, км	H_3, км	ρ_1, г/см³	ρ_2, г/см³	ρ_3, г/см³	ρ_4, г/см³	c_1, км/с	c_2, км/с	c_3, км/с	c_4, км/с
Рис. 1, *а*	—	—	45	—	—	2,80	3,30	—	—	6,4	8,1
Рис. 1, *б*	—	25	20	—	2,75	2,90	3,30	—	6,0	7,0	8,1
Рис. 1, *в*	10	15	20	2,60	2,75	2,90	3,30	5,0	6,0	7,0	8,1
Рис. 2	10	7	8	2,60	2,65	2,65	2,90	5,0	6,2	5,9	7,0
Рис. 3	12	9	6	2,70	2,90	2,90	3,30	6,0	7,0	6,4	8,1

двух и трех слоев, лежащих на упругом основании (амплитуда сигнала, прошедшего через поверхность $\gamma = 0$, принята за единицу).

Были подсчитаны также амплитуды отраженных сигналов в моделях, характеризующихся немонотонным изменением упругих параметров с глу-

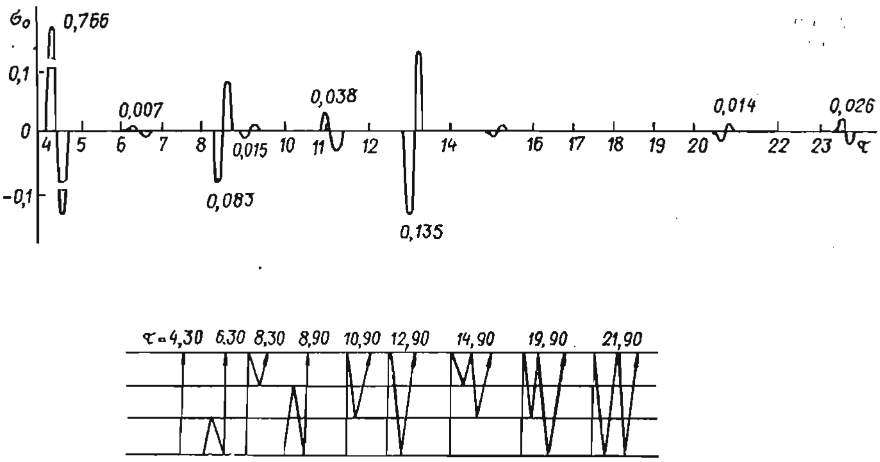

Рис. 5

биной. На рис. 2, 3 приведены значения амплитуд отраженных сигналов для случаев, представленных в таблице. Модели среды при этом выбирались путем изменения параметров основной модели (эталонной) (рис. 1, *в*) с учетом возможности их сравнения.

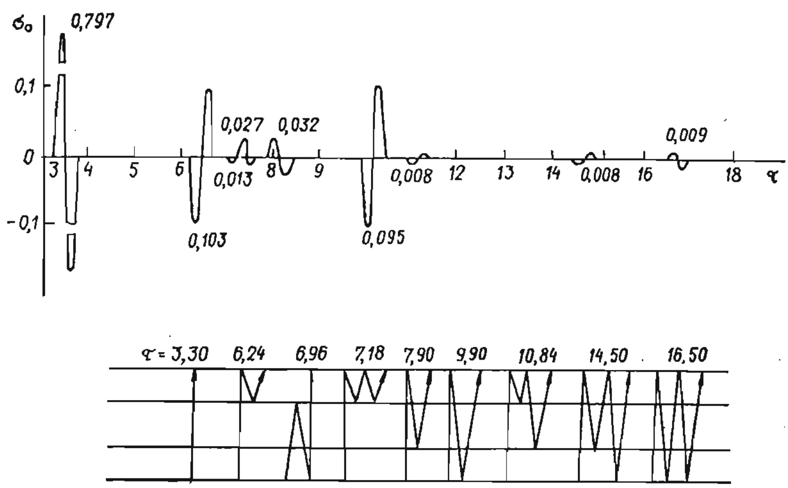

Рис. 6

На рис. 4, *а—в*, 5 и 6 изображены амплитуды сигналов для случая падения волн из нижнего полупространства (амплитуда падающего сигнала равна единице). Сигналы регистрировались на поверхности $\gamma = 0$. Параметры моделей на рис. 4, *а—в*, 5 и 6 такие, как и у моделей рис. 1, *а—в*, 2 и 3.

1. *Вюншель*. Синтетические сейсмограммы, рассчитанные с учетом многократных отражений и преломлений.— В кн.: Проблемы сейсмической разведки.— М.: Гостоптехиздат, 1962, с. 179—188.
2. *Вавилова Т. И., Пугач А. Д.* Об интенсивности суммарных многократных отраженных волн в трехслойной среде.— В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. М.; Л.: Наука, сб. 8, 1966, с. 30—47.
3. *Вавилова Т. И., Петрашень Г. И.* К расчету полей суммарных кратных волн в многослойных средах.— В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. М.; Л.: Наука, 1966, сб. 8, с. 48—54.
4. *Петрашень Г. И.* Элементы динамической теории распространения сейсмических волн.— В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л.: Изд-во ЛГУ, 1959, сб. 3, с. 11—106.

Институт прикладных проблем механики
и математики АН УССР

Поступила в редколлегию
19.12.78

УДК 539.3 : 537.22

Б. П. Галапац, Б. М. Гнидец, В. Ф. Кондрат

ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ УПРУГОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ СРЕДЕ

Учет взаимовлияния процессов различной физической природы может оказать существенное влияние на результаты изучения распространения волн в твердых деформируемых телах. Так, в работах [3, 4] исследовано распространение плоских гармонических волн расширения с учетом взаимодействия процесса упругого деформирования и процесса теплопроводности, что позволило выявить некоторые качественно новые закономерности. Целесообразно также рассмотреть влияние взаимосвязи процессов деформации и электропроводности на распространение плоских гармонических волн в упругих электропроводных и полупроводящих средах исходя из уравнений макроскопических моделей таких сред, предложенных в работе [1].

Пусть в теле в направлении оси Ox распространяется плоская гармоническая волна с циклической частотой ω. В изотермическом случае, которым мы ограничимся, поля перемещений и электрического (электродного) потенциала в пренебрежении пондеромоторными силами определяются из уравнений

$$\left[2G + \varepsilon_e\left(K - \frac{2}{3}G\right)\right]\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \beta_* K \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2}, \quad G\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = \rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2},$$
$$G\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} = \rho\frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2}, \quad \lambda\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\left(\rho C_*\varphi + \beta_* K\frac{\partial u_1}{\partial x}\right). \tag{1}$$

Здесь $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор перемещения; φ — отклонение электрического потенциала от его начального значения Φ_0; K, G — модули всестороннего сжатия и сдвига; ρ — плотность массы; λ — коэффициент электропроводности; ε — диэлектрическая проницаемость; $\beta_* = \varepsilon_\beta\beta$; β — электрострикционный коэффициент объемного расширения; $C_* = \varepsilon_c C$; C — удельная электроемкость; τ — время. Для неферромагнитных электропроводных