так, что с каждым из этих множеств характеристических корней существует левый делитель $I\lambda - B_i$ λ-матрицы $M(\lambda)$. Тогда в силу леммы 4 каждая матрица

$$H_i = \begin{Vmatrix} h_1(\lambda_{i_1}) & \dots & h_{n-1}(\lambda_{i_1}) & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h_1(\lambda_{i_n}) & \dots & h_{n-1}(\lambda_{i_n}) & 1 \end{Vmatrix}, \quad i = 1, \dots, m,$$

неособенная. Далее, на основании леммы 3 из матриц $H_1, \dots, H_m$ можно образовать $k \geqslant m^n$ неособенных матриц n-го порядка (некоторые матрицы могут и совпадать) и каждой из этих матриц соответствует множество из n характеристических корней λ-матрицы $M(\lambda)$, с которыми $M(\lambda)$ имеет левый делитель $I\lambda - B_i$. Поскольку делитель $I\lambda - B_i$ матрицы $M(\lambda)$ своими характеристическими корнями определяется однозначно [2], то получаем, что $M(\lambda)$ имеет $k \geqslant m^n$ левых делителей. Если $M(\lambda)$ диагональная, то нетрудно показать, что $k = m^n$.

С другой стороны, в работе [4] показано существование λ-матриц, обладающих свойством абсолютной выделяемости линейных множителей. В этом случае $M(\lambda)$ имеет максимальное число $k = \binom{mn}{n}$ линейных делителей. Таким образом, учитывая, что если $I\lambda - B$ — левый делитель $M(\lambda)$, то $X = B$ есть решение уравнения (3), получаем условие (4) для числа решений матричного уравнения (3). Рассматривая правые делители $M(\lambda)$, получаем аналогичный результат для матричного уравнения (1).

1. *Грига Б. С., Казімірський П. С.* До питання єдиності виділення унітального множника з матричного многочлена.— Доп. АН УРСР. Сер. А, 1976, № 4, с. 293—295.
2. *Казімірський П. С.* Про розклад матричного многочлена на множники.— УМЖ, 1972, 24, № 3, с. 315—325.
3. *Казимирский П. С.* Матричные многочлены и уравнения. Мат. методы и физ.-мех. поля. 1975, вып. 2, с. 23—31.
4. *Казимирский П. С.* Выделение из матричного многочлена регулярного линейного множителя простой структуры.— В кн.: Теоретические и прикладные вопросы алгебры и дифференциальных уравнений. К. : Ин-т математики АН УССР, 1976, с. 29—40.
5. *Казімірський П. С.* Квазіунітальні та супровідні матриці матричних многочленів.— В кн.: Теоретичні та прикладні питання алгебри і диференціальних рівнянь.— К.: Наук. думка, 1977, с. 29—52.
6. *Казімірський П. С., Петричкович В. М.* Про еквівалентність поліноміальних матриць.— В кн.: Теоретичні та прикладні питання алгебри і диференціальних рівнянь.— К.: Наук. думка, 1977, с. 61—66.
7. *Петричкович В. М.* Розкладність матричного квадратного тричлена на лінійні множники і його звідність до блочних видів.— Матеріали II конференції молодих вчених Західного наукового центру АН УРСР. Секція мат., Ужгород, 1975, с. 60—64 (Деп. № 1734—76).
8. *Bell J. H.* Families of solutions of the unilateral matrix equation.— Pros. Amer. Math. Soc., 1950, N 1, p. 151—159.
9. *Dennis J. E., Traub J. F., Weber R. P.* The algebraic theory of matrix polinomials.— SIAM Journ. Numer. Anal., 1976, 13, N 6, p. 831—845.

Институт прикладных проблем механики
и математики АН УССР

Поступила в редколлегию
05.04.78

УДК 536.12

Г. С. Кит, О. В. Побережный

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ТЕЛ С ТРЕЩИНАМИ

Рассмотрим задачу нестационарной теплопроводности для пластины с теплообменом или бесконечного тела с произвольно расположенными в них трещинами, на которых заданы температура, тепловые потоки или условия теплопроницаемости.

1. Пусть в тонкой неограниченной пластинке имеется N разрезов (трещин), проведенных вдоль гладких кривых L_i ($i = \overline{1, N}$). Предполагаем, что между пластинкой и окружающей средой происходит симметричный относительно срединной плоскости теплообмен по закону Ньютона. Задача об определении нестационарного плоского температурного поля $T(x, y, t)$ в такой пластинке сведется к решению уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \varkappa^2 T - \frac{1}{c}\frac{\partial T}{\partial t} = -\varkappa^2 T_c \tag{1}$$

при определенных начальных и граничных условиях на линиях L_i. В уравнении (1) обозначено: $\varkappa^2 = \alpha/\delta\lambda$; α — коэффициент теплообмена; λ — коэффициент теплопроводности; 2δ — толщина пластинки; c — температуропроводность тела; t — время; T_c — температура окружающей среды.

Общее решение уравнения (1) выберем в виде

$$T(x, y, t) = T_*(x, y, t) + T_0(x, y, t), \tag{2}$$

где T_0 — решение уравнения (1) в пластинке без трещин, которое определяется известными методами [9]; T_* удовлетворяет начальному условию $T_*(x, y, 0) = 0$ и одному из граничных условий на i-м разрезе:

$$\begin{gathered} T_*^{\pm}(x, y, t) = f_i^{\pm}(s_0, t), \quad \frac{\partial T_*^{\pm}(x, y, t)}{\partial n_i^0} = g_i^{\pm}(s_0, t), \\ \frac{\partial T_*^{+}(x, y, t)}{\partial n_i^0} = \frac{\partial T_*^{-}(x, y, t)}{\partial n_i^0}, \quad \frac{\partial T_*^{\pm}(x, y, t)}{\partial n_i^0} - \frac{h_i}{\lambda}(T_*^{+} - T_*^{-}) = g_i(s_0, t). \end{gathered} \tag{3}$$

Здесь

$$(x, y) \in L_i; \quad f_i^{\pm} = T_i^{\pm}(s_0, t) - T_0(s_0, t); \quad g_i^{\pm}(s_0, t) = \frac{1}{\lambda} q_i^{\pm}(s_0, t) - \frac{\partial T_0(s_0, t)}{\partial n_i^0}; \quad g_i(s_0, t) = -\frac{\partial T_0(s_0, t)}{\partial n_i^0};$$

h_i — теплопроницаемость i-й трещины; s, s_0 — координаты точек M и M_0 линии L_i; n_i, n_i^0 — внутренняя нормаль к линии L_i в этих точках.

Решение однородного уравнения (1), которое удовлетворяет начальному условию, граничным условиям (3) и исчезает на бесконечности, представим в виде

$$T_*(x, y, t) = \Phi(x, y, t) + \Psi(x, y, t), \tag{4}$$

где

$$\Phi(x, y, t) = \frac{1}{4\pi}\sum_{j=1}^{N}\int_{L_j}\int_0^t \frac{\varphi_j(s, \tau)}{t-\tau} R(r_j, t-\tau)\, d\tau ds; \tag{5}$$

$$\Psi(x, y, t) = \frac{1}{8\pi c}\sum_{j=1}^{N}\int_{L_j}\int_0^t \frac{\psi_j(s, \tau)}{(t-\tau)^2} R(r_j, t-\tau)\, r_j \cos(r_j, n_j)\, d\tau ds; \tag{6}$$

$R(r_j, t-\tau) = \exp\left[-\frac{r_j^2}{4c(t-\tau)} - \varkappa^2 c(t-\tau)\right]$, r_j — расстояние между точкой $M \in L_j(s_j)$ и произвольной точкой рассматриваемого тела.

Функции Φ и Ψ являются решениями уравнения теплопроводности для пластинки с теплообменом при действии расположенных на линиях L_j тепловых источников и диполей с плотностями φ_j и ψ_j соответственно. Эти функции являются аналогами тепловых потенциалов простого и двойного слоев. Для теплоизолированной пластинки ($\varkappa = 0$) они переходят в обычные тепловые потенциалы.

Аналогично работам [7, 8] можно показать, что предельные значения функций Φ, Ψ и их нормальных производных имеют вид

$$\Phi^{\pm}(s_0, t) = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{\varphi_j(s, \tau)}{t-\tau} R(r_{ij}, t-\tau)\, d\tau ds, \tag{7}$$

$$\Psi^{\pm}(s_0, t) = \pm \frac{1}{2} \psi_j(s_0, t)\,\delta_{ij} + \frac{1}{8\pi c} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{\psi_j(s, \tau)}{(t-\tau)^2} R(r_{ij}, t-\tau) \times$$
$$\times r_{ij} \sin \alpha_{ij} d\tau ds, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \Phi^{\pm}(s_0, t)}{\partial n_i^0} = \mp \frac{1}{2} \varphi_j(s_0, t)\,\delta_{ij} +$$
$$+ \frac{1}{8\pi c} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{\varphi_j(s, \tau)}{(t-\tau)^2} R(r_{ij}, t-\tau)\, r_{ij} \sin \alpha_{ij}^0\, d\tau ds, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \Psi^{\pm}(s_0, t)}{\partial n_i^0} = \frac{1}{8\pi c} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{\psi_j'(s, \tau)}{(t-\tau)^2} R(r_{ij}, t-\tau)\, r_{ij} \cos \alpha_{ij}^0 d\tau ds -$$
$$- \frac{1}{4\pi c} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{\psi_j(s, \tau)}{(t-\tau)^2} \left[\frac{r_{ij}^2}{4c(t-\tau)} - 1 \right] R(r_{ij}, t-\tau) \cos(\alpha_{ij} + \alpha_{ij}^0)\, d\tau ds - \tag{10}$$
$$- \frac{1}{2} Q^*, \quad Q^* = \frac{1}{4\pi c} \sum_{j=1}^{N} \left[r_{ij} \cos \alpha_{ij}^0 \int_0^t \frac{\psi_j(s, \tau)}{(t-\tau)^2} R(r_{ij}, t-\tau) \right] \Bigg|_{a_j}^{b_j}.$$

Здесь штрихом обозначено производную по координате; δ_{ij} — символ Кронекера; a_j, b_j — дуговые координаты начала и конца контура L_j. Подставляя выражения (7) — (10) в граничные условия (3), для определения $\varphi_j(s_0, t)$, $\psi_j(s_0, t)$ получаем системы сингулярных интегральных уравнений

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{\varphi_j(s, \tau)}{t-\tau} R(r_{ij}, t-\tau)\, d\tau ds = f_i^+(s_0, t) + f_i^-(s_0, t) -$$
$$- \frac{1}{4\pi c} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{f_j^+(s, \tau) - f_j^-(s, \tau)}{(t-\tau)^2} R(r_{ij}, t-\tau)\, r_{ij} \sin \alpha_{ij}^0 d\tau ds, \tag{11}$$
$$\psi_j(s_0, t) = f_i^+(s_0, t) - f_i^-(s_0, t);$$

$$Q(s_0, t) = g_i^+(s_0, t) + g_i^-(s_0, t) +$$
$$+ \frac{1}{4\pi c} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{g_j^+(s, \tau) - g_j^-(s, \tau)}{(t-\tau)^2} R(r_{ij}, t-\tau)\, r_{ij} \sin \alpha_{ij}^0 d\tau ds, \tag{12}$$
$$\varphi_i(s_0, t) = g_i^-(s_0, t) - g_i^+(s_0, t);$$

$$\frac{1}{2} Q(s_0, t) - \frac{h_i}{\lambda} \psi_i(s_0, t) = g_i(s_0, t), \quad \varphi_i(s_0, t) = 0, \tag{13}$$

где

$$Q(s_0, t) = \frac{1}{4\pi c} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{\psi_j'(s, \tau)}{(t-\tau)^2} R(r_{ij}, t-\tau)\, r_{ij} \cos \alpha_{ij}^0 d\tau ds - Q^* -$$
$$- \frac{1}{2\pi c} \sum_{j=1}^{N} \int_{L_j} \int_0^t \frac{\psi_j(s, \tau)}{(t-\tau)^2} \left[\frac{r_{ij}^2}{4c(t-\tau)} - 1 \right] R(r_{ij}, t-\tau) \cos(\alpha_{ij} + \alpha_{ij}^0)\, d\tau ds$$

2. Рассмотрим бесконечное тело, содержащее N непересекающихся поверхностных разрезов S_i $(i = \overline{1, N})$. Предполагаем, что поверхности S_i являются поверхностями Ляпунова. В дальнейшем все обозначения примем в основном такими, как в п. 1. При этом все величины следует рассматривать как функции пространственных координат x, y, z, а вместо L_i подразумевать области S_i.

Аналогично плоской задаче, представляя общее температурное поле в виде (2), приходим к определению функции $T_*(x, y, z, t)$, исчезающей на бесконечности, удовлетворяющей уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T_*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_*}{\partial z^2} - \frac{1}{c}\frac{\partial T_*}{\partial t} = 0, \qquad (14)$$

начальному условию $T_*(x, y, z, 0) = 0$ и одному из граничных условий (3). В общем случае функция $T_*(x, y, z, t)$ и ее нормальная производная должны быть разрывными при переходе из S_i^+ на S_i^-. Эти условия удовлетворяются суммой тепловых потенциалов простого $W(x, y, z, t)$ и двойного $\Omega(x, y, z, t)$ слоев. Поэтому запишем $T_*(x, y, z, t)$ в виде

$$T_*(x, y, z, t) = W(x, y, z, t) + \Omega(x, y, z, t), \qquad (15)$$

причем

$$W(x, y, z, t) = \frac{1}{16\pi\sqrt{\pi c}} \sum_{j=1}^{N} \int\limits_{S_j}\int\limits_0^t \frac{w_j(\sigma, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} R_1(r_j, t-\tau)\, d\tau d\sigma, \qquad (16)$$

$$\Omega(x, y, z, t) = \frac{1}{32\pi c\sqrt{\pi c}} \sum_{j=1}^{N} \int\limits_{S_j}\int\limits_0^t \frac{\omega_j(\sigma, \tau)}{(t-\tau)^{5/2}} R_1(r_j, t-\tau)\, r_j \cos(r_j, n_j)\, d\tau d\sigma, \qquad (17)$$

$$R_1(r_j, t-\tau) = \exp\left[-\frac{r_j^2}{4c(t-\tau)}\right].$$

Учитывая представления (15), из граничных условий для определения неизвестных плотностей $w_j(\sigma_0, t)$ и $w_j(\sigma_0, t)$ получаем системы сингулярных интегральных уравнений

$$\frac{1}{8\pi\sqrt{\pi c}} \sum_{j=1}^{N} \int\limits_{S_j}\int\limits_0^t \frac{w_j(\sigma, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} R_1(r_{ij}, t-\tau)\, d\tau d\sigma = f_i^+(\sigma_0, t) + f_i^-(\sigma_0, t) -$$

$$-\frac{1}{16\pi c\sqrt{\pi c}} \sum_{j=1}^{N} \int\limits_{S_j}\int\limits_0^t \frac{f_j^+(\sigma, \tau) - f_j^-(\sigma, \tau)}{(t-\tau)^{5/2}} R_1(r_{ii}, t-\tau)\, r_{ij} \cos(r_{ij}, n_j)\, d\tau d\sigma, \qquad (18)$$

$$\omega_i(\sigma_0, t) = f_i^+(\sigma_0, t) - f_i^-(\sigma_0, t);$$

$$Q_1(\sigma_0, t) = g_i^+(\sigma_0, t) + g_i^-(\sigma_0, t) +$$

$$+\frac{1}{16\pi c\sqrt{\pi c}} \sum_{j=1}^{N} \int\limits_{S_j}\int\limits_0^t \frac{g_j^+(\sigma, \tau) - g_j^-(\sigma, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} F_2(r_{ij}, t-\tau)\, d\tau d\sigma, \qquad (19)$$

$$w_i(\sigma_0, t) = g_i^-(\sigma_0, t) - g_i^+(\sigma_0, t);$$

$$\frac{1}{2} Q_1(\sigma_0, t) - \frac{h_i}{\lambda}\omega_i(\sigma_0, t) = g_i(\sigma_0, t), \quad w_i(\sigma_0, t) = 0, \qquad (20)$$

где
$$Q_1(\sigma_0, t) = \frac{1}{8\pi\sqrt{\pi c}} \sum_{j=1}^{N} \int\limits_{S_j}\int\limits_0^t \frac{w_j(\sigma, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} F_1(r_{ij}, t-\tau)\, d\tau d\sigma;$$

$$F_1(r_{ij}, t-\tau) = \frac{\partial^2 R_1(r_{ij}, t-\tau)}{\partial n_i^0 \partial n_i}; \quad F_2(r_{ij}, t-\tau) = \frac{\partial R_1(r_{ij}, t-\tau)}{\partial n_i^0}.$$

Здесь при вычислении производных выражение $\partial r_{ij}/\partial n_i^0$ следует понимать как предел $\partial r_j/\partial n_i^0$ при устремлении произвольной точки пространства N по нормали n_i^0 к точке M_0, принадлежащей S_i [10].

Решение систем сингулярных интегральных уравнений как в плоском, так и в пространственном случаях можно получить, представляя неизвестные плотности в виде рядов по степеням некоторого параметра ε ($\varepsilon < 1$):

$$\chi_i(s_0, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \chi_i^k(s_0, t), \quad \chi_i = \{\varphi_i, \psi_i, w_i, \omega_i\}. \tag{21}$$

Иной способ решения таких систем заключается в сведении их с помощью интегральных преобразований к другим системам сингулярных интегральных уравнений, решения которых в простейших случаях можно найти асимптотическими методами [1].

3. Примеры. 1. Рассмотрим бесконечную пластинку с N трещинами, расположенными на одной прямой. Предполагаем, что между пластинкой и окружающей средой осуществляется теплообмен по закону Ньютона, а на берегах трещин заданы тепловые потоки, равные по величине и направленные в противоположные стороны. Полагая в системе уравнений (12) $g_i^+(x, t) = -g_i^-(x, t) = g_i(x, t)$, находим $\varphi_i(x, t) = 2g_i(x, t)$, $\psi_i(x, t) = 0$, $x \in L_i$.

В пространственном случае, если трещины расположены в одной плоскости и на их поверхностях заданы тепловые потоки, направленные в противоположные стороны, из формул (19) имеем

$$w_i(x, y, t) = 2g_i(x, y, t), \quad \omega_i(x, y, t) = 0, \quad (x, y) \in S_i.$$

Таким образом, в рассматриваемых случаях температурное поле определяется только через тепловые потенциалы простого слоя.

2. Пусть в неограниченной теплоизолированной с боковых поверхностей пластинке имеется полубесконечный разрез ($x > 0$), к берегам которого в начальный момент времени приложена постоянная температура. Тогда, полагая в системе уравнений (11) $N = 1$, $f_1^+ = f_1^- = f = \mathrm{const}$, находим, что нестационарное температурное поле в такой пластинке определяется только через тепловой потенциал простого слоя, плотность которого определяется из уравнения

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^{\infty}\int_0^{t} \frac{\varphi_1(\xi, \tau)}{t-\tau} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4c(t-\tau)}\right] d\tau d\xi = f, \quad x > 0. \tag{22}$$

Применяя к уравнению (22) преобразования Лапласа — Карсона по t и используя теорему о свертке, получаем

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty} \bar{\varphi}_1(\xi, p) K_0\left[|x-\xi| \sqrt{\frac{p}{c}}\right] d\xi = f, \tag{23}$$

где черточкой обозначено изображение Лапласа — Карсона; p — параметр преобразования. Используя методику Винера — Хопфа [5], решение уравнения (23) записываем в виде

$$\bar{\varphi}_1(\xi, p) = 2f\left\{\sqrt{\frac{p}{c}}\,\mathrm{erf}\left(\sqrt{\xi}\sqrt[4]{\frac{p}{c}}\right) + \frac{1}{\pi}\sqrt[4]{\frac{p}{c}}\,\xi^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\xi\sqrt{\frac{p}{c}}\right)\right\}. \tag{24}$$

Определение по известному изображению плотности теплового потенциала простого слоя нестационарного температурного поля в такой пластинке не представляет трудностей [6].

3. Задача об определении нестационарного температурного поля в бесконечном теле с плоской трещиной, расположенной в плоскости $z = 0$, $x \geqslant 0$, $-\infty < y < \infty$, к берегам которой приложена температура $f(x, y, t)$, сво-

дится к решению уравнения

$$\frac{1}{16\pi\sqrt{\pi c}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{t}\frac{w_1(\xi,\eta,\tau)}{(t-\tau)^{3/2}}\exp\left\{-\frac{(y-\eta)^2+(x-\xi)^2}{4c(t-\tau)}\right\}d\tau d\xi d\eta = f, \qquad (25)$$

которое получено из системы уравнений (18) при $N=1$, $f_1^+ = f_1^- = f$. Если $f(x, y, t) = f = \mathrm{const}$, то после интегрирования в (25) по η приходим к уравнению, имеющему место для плоского случая.

Располагая плотностями тепловых потенциалов простого и двойного слоев, легко определить напряженное состояние тел с трещинами. С этой целью определяем сначала компоненты напряжений в сплошном теле, обусловленных одним источником или диполем тепла, которые расположены на линии L_i или поверхности S_i. Умножая полученные выражения для напряжений на соответствующие плотности тепловых источников или диполей и интегрируя по контурам L_i или поверхностям S_i, находим напряженное состояние сплошного тела, обусловленное заданной температурой или тепловым потоком. Затем решаем силовую задачу для тела с разрезами, берега которых не контактируют в процессе деформации и нагружены усилиями, равными по величине и противоположными по знаку нормальным σ_{nn} и касательным σ_{sn} напряжениям, имеющим место на контурах L_i (поверхностях S_i) в сплошном теле. Последняя задача решается известными методами [2—4].

1. *Ворович И. И., Александров В. М., Бабешко В. А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости.— М.: Наука, 1974.— 455 с.
2. *Кит Г. С.* Общий метод решения пространственных задач теплопроводности и термоупругости для тела с дискообразной трещиной.— Прикл. механика, 1977, 13 № 12, с. 18—24.
3. *Кит Г. С., Кривцун М. Г.* Смешанная задача для плоскости с криволинейными разрезами.— Докл. АН УССР. Сер. А., 1978, N 3, с. 228—232.
4. *Кит Г. С., Хай М. В.* Интегральные уравнения пространственных задач термоупругости для тел с трещинами.— Докл. АН УССР. Сер. А, 1975, № 12, с. 1108—1112.
5. *Нобл Б.* Метод Винера—Хопфа.— М.: Изд-во иностр. лит.: 1962.— 279 с.
6. *Партон В. З., Морозов Е. М.* Механика упруго-пластического разрушения.— М.: Наука, 1974.— 416 с.
7. *Побережный О. В., Кит Г. С.* Об определении температурного поля в пластинке с шайбой при неидеальном тепловом контакте между ними.— Инж.-физ. журн., 1968, 15, № 4, с. 703—709.
8. *Подстригач Я. С., Кит Г. С.* Определение температурных полей и напряжений в окрестности теплопроводящих трещин.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1967, вып. 7, с. 194—201.
9. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М.* Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках.— Киев: Наук. думка, 1972.— 308 с.
10. *Сретенский Л. Н.* Теория Ньютоновского потенциала.— М.; Л.: Гостехтеориздат, 1946.—324 с.

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР

Поступила в редколлегию 21.02.79.

УДК 539.3

М. В. Хай

О СВЕДЕНИИ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ТЕЛА С ТРЕЩИНОЙ К ИНТЕГРАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Пусть бесконечное тело, ослабленное плоской трещиной, находится под действием изменяющихся во времени внешних нагрузок, заданных на противоположных $S^\pm$ поверхностях трещины. Известно, что в случае статической задачи задача об определении напряжений в теле с трещиной сводится к решению системы трех двумерных интегро-дифференциальных уравнений, из которых определяются функции, характеризующие скачок