терным точкам сферы и цилиндра $\theta = 0$, $\pi/2$ и $\pi$. Суммирование рядов (9) и (11) для уменьшения эффекта Гиббса проводили методом Фейе ра [4], при расчетах ограничивались одиннадцатью членами ряда по Фурье или Лежандру ($m \leqslant 10$) и тридцатью одним по Лагерру ($n \leqslant 30$). Полученные результаты, как следуют из графиков, хорошо согласуются с известными [2]. Давление на объекте после прохождения фронта волны устанавливается равным единице, причем оно быстрее падает на сфере в любой из характерных точек. Время приходов импульсов в точках $\theta = \pi/2$ и $\pi$ также хорошо согласуется с результатами работы [2] и с выводами геометрической акустики [5]. Однако интересен полученный график поведения суммарного давления на сфере в тени ($\theta = \pi$) (см. рис. 1). В работе [2] эта кривая стремится к единице, не превосходя ее, точно так же, как и в случае дифракции на цилиндре. Известно [5], что на сфере в тени давление растет быстрее, чем в соответствующих точках цилиндра, а в точке $\theta = \pi$ результаты для сферы и цилиндра сильно отличаются. Объясняется это тем, что в случае дифракции на сфере луч $\theta = \pi$ является каустикой. Следовательно, кривая *3* на рис. 1 более оправдана как с физической, так и с математической точки зрения.

Отметим, что в случае падения на объект плоской акустической волны, давление в которой изменяется по произвольному отличному от (12) закону, решение может быть получено с помощью интеграла Дюамеля.


1. *Боднарчук П. І., Скоробогатько В. Я.* Гіллясті ланцюгові дроби та їх застосування.— К. : Наук. думка, 1974.— 271 с.
2. *Григолюк Э. И., Горшков А. Г.* Нестационарная гидроупругость оболочек.— Л. : Судостроение, 1974.— 208 с.
3. *Кубенко В. Д., Панасюк Н. Н.* Нестационарная дифракция акустических сферических и цилиндрических волн на жесткой сфере и цилиндре.— Прикл. механика, 1977, 13, № 9, с. 14—20.
4. *Ланцош К.* Практические методы прикладного анализа : Справочное руководство.— М. : Физматгиз, 1964.— 524 с.
5. *Фридлендер Ф.* Звуковые импульсы.— М. : Изд-во иностр. лит., 1962.— 232 с.
6. *Эхо-сигналы* от упругих объектов / У. К. Нигул, Я. А. Метсавээр, Н. Д. Векслер, М. Э. Кутсер.— Таллин : Изд-во АН ЭССР, 1974.— Т. 2.— 346 с.


Львовский университет

Поступила в редколлегию 22.06.79

УДК 539.3 : 534.1

О. Ю. Жарий, А. Ф. Улитко

# ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ РАЗРЯД ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ МЕХАНИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

В современной технике находят широкое применение импульсные (искровые) генераторы энергии, использующие явление электрического разряда деформируемых пьезоэлектрических тел [9]. Напряженность активных элементов такого типа генераторов и эффективность электромеханического преобразования существенно зависят от характера и интенсивности волновых полей, сопровождающих явление электрического разряда. В работах [1—3] изучено поведение пьезокерамического слоя при мгновенном электрическом нагружении и разряде, а также при многократных разрядах, однако общая теория в имеющейся литературе отсутствует. Задачи разряда периодически возбуждаемых механическим или электрическим путем элементов почти не рассматривались.

Цель данной работы — изучение общих закономерностей кратковременного (в течение нескольких наносекунд) электрического разряда пьезоэлектрических тел при произвольных условиях электрического и механического нагружения. Существенную роль в построении теории играет то обстоятельство, что в пьезоэлектриках связаны квазистатическое и динамическое явления [11].

Показано, что электрическая энергия, высвобождаемая при разряде, а также все характеристики сопряженного поля полностью определяются изменением потенциалов на разрядных электродах в момент разряда. На основании общей теории рассмотрен электрический разряд поляризованного по оси пьезокерамического стержня, возбуждаемого периодическими внешними усилиями, приложенными на торцах.

Уравнения, описывающие движение пьезоэлектрической среды [7, 11], запишем в произвольной криволинейной системе координат $x_i$ (в этом параграфе латинские индексы пробегают значения 1, 2, 3), используя тензорную символику и соглашение о суммировании по повторяющимся латинским индексам:

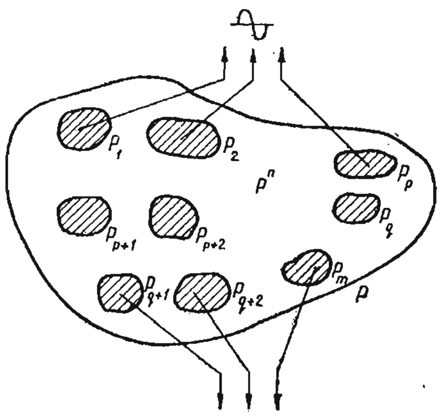

Рис. 1

линейные пьезоэлектрические уравнения состояния

$$\sigma_{ij} = c^E_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{kij}E_k, \quad D_i = e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \varepsilon^S_{ik}E_k, \tag{1}$$

уравнения движения в напряжениях

$$\sigma_{ij,i} = \rho\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}, \tag{2}$$

уравнения вынужденной электростатики диэлектриков

$$D_{i,i} = 0, \quad E_k = -\psi_{,k}, \tag{3}$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}). \tag{4}$$

Индекс после запятой обозначает ковариантное дифференцирование по соответствующей пространственной координате.

В уравнениях (1)—(4) $\sigma_{ij}$, $\varepsilon_{ij}$ — тензоры механических напряжений и деформаций; $u_j$, $E_i$, $D_i$ векторы механического перемещения, напряженности и индукции электрического поля; $\rho$ — плотность материала; $\psi$ — электрический потенциал; $c^E_{ijkl}$ — тензор модулей упругости при нулевом электрическом поле; $e_{ikl}$ — тензор пьезомодулей; $\varepsilon^S_{ik}$ — тензор диэлектрических проницаемостей при нулевых деформациях.

Рассмотрим пьезоэлектрическое тело, ограниченное поверхностью $P$ (рис. 1). Обозначим через $P^e$ электродированную, а через $P^n$ — неэлектродированную части $P$ (для простоты изложения допустим, что внутренние электроды отсутствуют). Пусть $P^e$ состоит из $m$ электродов $P_\nu$ ($\nu = 1, 2, \ldots, m$). Первые $p$ электродов подключены к генераторам напряжения достаточно большой мощности, поэтому будем считать, что на них независимо от любых процессов, происходящих в рассматриваемой системе, сохраняются заданные значения потенциала:

$$\psi = V_\nu(t) \quad \text{на} \quad P_\nu, \qquad \nu = 1, 2, \ldots, p. \tag{5}$$

Остальные $m - p$ электродов включены как пассивные [7]; значения потенциала на них $V_\nu(t)$, $\nu = p + 1, p + 2, \ldots, m$, определяются из условия сохранения заряда

$$\frac{d}{dt}\iint\limits_{P_\nu} n_i D_i dP = 0, \qquad \nu = p + 1, p + 2, \ldots, m, \tag{6}$$

где $n_i$ — орт внешней нормали. Решение системы уравнений (1) — (4) можно найти, дополнив условия (5), (6) таким:

$$n_i D_i = 0 \quad \text{на} \quad P^n \tag{7}$$

и известными граничными условиями для механических переменных [7].

Допустим, что в момент времени $t = t_1$ произошел электрический разряд через разрядные электроды $P_{q+1}, P_{q+2}, \ldots, P_m$ $(p \leqslant q < m)$, т. е. потенциал $\psi$ на этих электродах изменился до известных значений. В практических важных случаях разряд происходит в течение нескольких наносекунд, что во много раз меньше времени заметного развития электромеханических волновых процессов в телах размера порядка нескольких сантиметров. Поэтому новое граничное условие для $\psi$ при $t = t_1 + 0$ можно записать в виде

$$\psi'' = V_\nu', \qquad \nu = 1, 2, \ldots, m. \tag{8}$$

Здесь и далее величины, обозначенные одним штрихом, вычислены непосредственно перед разрядом ($t = t_1 - 0$), а двумя — сразу же после него ($t = t_1 + 0$).

В течение практически мгновенного разряда механические перемещения, скорости, а следовательно, и деформации внутри тела не успевают существенно измениться, поэтому полагаем

$$u_i'' = u_i', \quad \left(\frac{\partial u_i}{\partial t}\right)'' = \left(\frac{\partial u_i}{\partial t}\right)', \quad \varepsilon_{kl}'' = \varepsilon_{kl}'. \tag{9}$$

Из выражений (1), (3), (7), (9) получаем уравнение для определения $\psi''$:

$$(\overset{S}{\varepsilon}_{ik}\psi''_{,k})_{,i} = (\overset{S}{\varepsilon}_{ik}\psi'_{,k})_{,i} \tag{10}$$

и граничное условие для $\psi''$ на части $P^n$ поверхности $P$:

$$n_i\overset{S}{\varepsilon}_{ik}\psi''_{,k} = n_i\overset{S}{\varepsilon}_{ik}\psi'_{,k}. \tag{11}$$

Таким образом, $\psi''$ определяется из решения уравнения Пуассона для анизотропной среды (10) при смешанных граничных условиях (8) и (11). Основываясь на выводах работы [5], можно заключить, что полученный результат будет достаточно хорошо соответствовать истинным значениям поля. Зная $\psi''$, вычисляем значения остальных переменных сопряженного поля непосредственно после разряда:

$$\begin{gathered} E_k'' = -\psi''_{,k}, \quad \sigma_{ij}'' = \sigma_{ij}' + e_{kij}(\psi'' - \psi')_{,k}, \\ D_i'' = D_i' - \overset{S}{\varepsilon}_{ik}(\psi'' - \psi')_{,k}. \end{gathered} \tag{12}$$

Из сказанного выше следует, что при мгновенном электрическом разряде механические напряжения, потенциал, напряженность и индукция электрического поля претерпевают разрыв, в то время как перемещения, скорости частиц и деформации остаются неизменными.

Обратимся к постановке граничных условий на $P^e$ в любой момент времени. Заметим прежде всего, что в условии (8) известны только первые $p$ и последние $m - q$ из $V_\nu'$. Обозначая $f^* = f'' - f'$, где $f$ — любая из величин $\psi$, $E_k$, $D_i$, можно записать

$$D_i^* = \overset{S}{\varepsilon}_{ik}E_k^*, \quad D_{i,i}^* = 0, \quad E_k^* = -\psi_{,k}^*. \tag{13}$$

Уравнения (13) представляют собой не что иное, как уравнения электростатики для анизотропной среды в отсутствие объемных зарядов. Таким образом, разность электрических полей после разряда и до него представляет собой электростатическое поле, поэтому можно записать

$$-\iint\limits_{P_\mu} n_i (D_i'' - D_i')\, dP = \sum_{\nu=1}^{m} c_{\nu\mu}(V_\nu'' - V_\nu'), \qquad \mu = 1, 2, \ldots, m. \tag{14}$$

В левой части (14) стоят изменения электрических зарядов на электродах $P_\mu$ в момент разряда; $\| c_{\nu\mu} \|_{m\times m}$ — симметричная матрица емкостей данной $m$-электродной системы [6]. Она определяется из решения задачи об электростатическом нагружении данной системы при постоянной деформации и предполагается известной. Из единственности решения такой задачи следует неравенство нулю определителя матрицы и всех ее главных миноров. Поскольку наносекундный электрический разряд происходит, как уже отмечалось, при постоянных деформациях, применение матрицы статических емкостей при построении теории такого разряда обосновано.

На электродах $P_{p+1}, P_{p+2}, \ldots, P_q$ во время разряда электрический заряд сохраняется, поэтому $V''_\nu$ $(\nu = p+1, p+2, \ldots, q)$ определяются из системы уравнений

$$\sum_{\nu=p+1}^{q} c_{\nu\mu} V''_\nu = \sum_{\nu=p+1}^{q} c_{\nu\mu} V'_\nu - \sum_{\nu=p+1}^{m} c_{\nu\mu} (V'_\nu - V'_\nu), \tag{15}$$

$$\mu = p+1, p+2, \ldots, q,$$

которая в силу сделанного замечания имеет единственное решение.

Предполагая электроды $P_\nu$, $\nu = p+1, p+2, \ldots, m$, после разряда разомкнутыми, заключаем, что граничные условия для $\psi$ на $P^e$ в любой момент времени необходимо задавать в виде

$$\psi = V_\nu(t) \quad \text{на} \quad P_\nu, \qquad \nu = 1, 2, \ldots, m, \tag{16}$$

при этом $V_\nu(t)$ на электродах, не питаемых генераторами напряжения, определяются из условий

$$\frac{d}{dt} \iint\limits_{P_\mu} n_i D_i dP = -\sum_{\nu=p+1}^{m} c_{\nu\mu} (V''_\nu - V'_\nu)\, \delta(t - t_1), \tag{17}$$

$$\mu = p+1, p+2, \ldots, m,$$

где $\delta$ — дельта-функция Дирака.

Чтобы определить энергию разряда, используем общую формулу для потока электрической энергии через поверхность пьезоэлектрического тела:

$$\frac{dW}{dt} = -\iint\limits_{P} n_i \frac{\partial D_i}{\partial t} \psi dP. \tag{18}$$

Интегрируя это выражение по $t$ от $t_1 - \xi$ до $t_1 + \xi$ $(\xi > 0)$ и переходя затем к пределу при $\xi \to 0$, для энергии разряда получаем окончательное выражение

$$\Delta W = W' - W'' = \sum_{\mu=1}^{p} V_\mu \sum_{\nu=p+1}^{m} c_{\nu\mu} (V'_\nu - V''_\nu) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\mu=q+1}^{m} (V'_\mu + V''_\mu) \sum_{\nu=p+1}^{m} c_{\nu\mu} (V'_\nu - V''_\nu) = W_1 + W_2, \tag{19}$$

где $W_1$ — энергия, мгновенно перераспределенная между пьезоэлектрическим телом и генераторами, а $W_2$ — энергия, выделившаяся с разрядных электродов. Из формулы (19) видно, что величины $W_1$ и $W_2$ не зависят от значений переменных сопряженного поля, а определяются лишь значениями потенциалов на электродах до и после разряда.

Ниже на основании общей теории рассмотрен разряд поляризованного по оси пьезокерамического стержня, возбуждаемого периодическими нагрузками на торцах.

Цилиндрический стержень длины $2h$ (рис. 2) находится под действием усилий, изменяющихся с круговой частотой $\omega_0$. Уравнения пьезоэффекта для случая осевого деформирования цилиндра в рамках теории тонких стержней имеют вид [4, 8]

$$\varepsilon = s_{33}^{E} \sigma + d_{33} E, \quad D = d_{33} \sigma + \varepsilon_{33}^{T} E, \tag{20}$$

где обозначения совпадают с принятыми в работах [4, 8], а у физических переменных индекс $z$ опущен. Уравнения движения будут такими:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial D}{\partial z} = 0. \tag{21}$$

Система (20), (21) замыкается соотношениями

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad E = -\frac{\partial \psi}{\partial z}. \tag{22}$$

Граничные условия в случае возбуждения нормальными усилиями амплитуды $p_0$ и при условии отсутствия свободных зарядов на электродах, покрывающих торцы, записываются в виде

$$\sigma|_{z=\pm h} = -p_0 \sin \omega_0 (t + t_0), \quad D|_{z=\pm h} = 0, \tag{23}$$

где $t_0$ — пока произвольная временная постоянная. Сопряженное электроупругое поле в стержне при граничных условиях (23) имеет вид

$$\begin{gathered} u = -p_0 s_{33}^E (1 - k_{33}^2) \frac{\sin k_0 z}{k_0 \cos k_0 h} \sin \omega_0 (t + t_0), \\ \psi = -p_0 \frac{d_{33}}{\varepsilon_{33}^T} \frac{\sin k_0 z}{k_0 \cos k_0 h} \sin \omega_0 (t + t_0), \\ \sigma = -p_0 \frac{\cos k_0 z}{\cos k_0 h} \sin \omega_0 (t + t_0), \quad D = 0. \end{gathered} \tag{24}$$

Здесь $k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2}{\varepsilon_{33}^T s_{33}^E}$ — продольный коэффициент электромеханической связи [4]; $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$; $c = [\rho s_{33}^E (1 - k_{33}^2)]^{-\frac{1}{2}}$ — скорость продольных волн в стержне.

В момент времени $t = 0$ происходит электрический разряд через торцевые электроды $z = \pm h$. При этом потенциал $\psi$ мгновенно изменяется от $\pm V'$ до нуля (для определенности будем считать $V' > 0$); при $t > 0$ электроды разомкнуты. Согласно общей теории необходимо вначале вычислить матрицу статических емкостей данной двухэлектродной системы. Для пьезокерамического стержня с площадью поперечного сечения $S$ в предположении однородности поля по сечению она имеет вид

$$\|c_{\mu\nu}\| = \frac{\varepsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2) S}{2h} \begin{Vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{Vmatrix}. \tag{25}$$

Из уравнений (17), учитывая, что $V_1' = -V_2' = V'$, $V_1'' = V_2'' = 0$, находим

$$D|_{z=\pm h} = \frac{\varepsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2)}{h} V' H(t), \tag{26}$$

где $H(t)$ — единичная функция Хевисайда.

Определение динамического поведения стержня при $t > 0$ приводится к решению уравнений (20) — (22) при начальных и граничных условиях:

$$u|_{t=+0} = u|_{t=-0}, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\Big|_{t=+0} = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\Big|_{t=-0}, \tag{27}$$

$$\sigma|_{z=\pm h} = -p_0 \sin \omega_0 (t + t_0), \quad D|_{z=\pm h} = \frac{\varepsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2)}{h} V' H(t). \tag{28}$$

Задачу (20) — (22), (27), (28) решаем с помощью комплексного преобразования Фурье, определяемого формулами [10]

$$\bar{f}(z, \omega) = \int_0^\infty f(z, t) e^{i\omega t} dt, \quad f(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{i\delta-\infty}^{i\delta+\infty} \bar{f}(z, \omega) e^{-i\omega t} d\omega. \tag{29}$$

В обратном преобразовании $\delta$ должно быть больше всех мнимых частей сингулярностей $\bar{f}$. Опуская выкладки, запишем решение задачи, справедливое как до разряда ($t < 0$), так и после него ($t > 0$):

$$u = -p_0 s_{33}^E (1 - k_{33}^2) \frac{\sin k_0 z}{k_0 \cos k_0 h} \sin \omega_0 (t + t_0) + d_{33} (1 - k_{33}^2) V' \frac{z}{h} H(t) -$$

$$-\frac{1}{2} d_{33} (1 - k_{33}^2) V' [\alpha(z - ct) + \alpha(z + ct)] H(t), \qquad (30)$$

$$\psi = -\frac{p_0 d_{33}}{\varepsilon_{33}^T} \frac{\sin k_0 z}{k_0 \cos k_0 h} \sin \omega_0 (t + t_0) - (1 - k_{33}^2) V' \frac{z}{h} H(t) -$$

$$-\frac{1}{2} k_{33}^2 V' [\alpha(z - ct) + \alpha(z + ct)] H(t),$$

$$\sigma = -p_0 \frac{\cos k_0 z}{\cos k_0 h} \sin \omega_0 (t + t_0) - \frac{d_{33} V'}{2h s_{33}^E} [\beta(z - ct) + \beta(z + ct)] H(t),$$

$$D = \frac{\varepsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2)}{h} V' H(t).$$

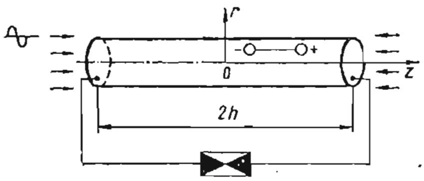


Рис. 2

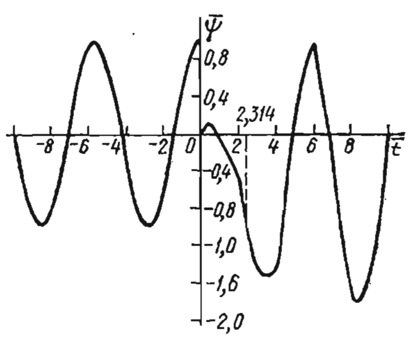


Рис. 3

Здесь $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — периодические функции с периодом $T = 4h$; функция $\alpha(x)$ непрерывна и на основном периоде ($-2h \leqslant x \leqslant 2h$) записывается так:

$$\alpha(x) = \begin{cases} -\frac{x}{h} - 2, & -2h \leqslant x \leqslant -h, \\ \frac{x}{h}, & -h \leqslant x \leqslant h, \\ -\frac{x}{h} + 2, & h \leqslant x \leqslant 2h; \end{cases} \qquad (31)$$

$\beta(x)$ — разрывная функция вида $\beta(x) = h \frac{d\alpha(x)}{dx}$. Энергия разряда равна $\frac{\varepsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2) S}{2 \cdot 2h} (2V')^2$.

Рассмотрим выходное напряжение генератора $\Psi = \psi|_{z=h}$ при возбуждении на частоте $\omega_0 = 0{,}7\Omega$, где $\Omega = \frac{\pi c}{2h}$ — первая собственная частота. Напряжение перед разрядом $2h$ представим в виде $V' = \theta V_0$, где $V_0 = \frac{p_0 d_{33}}{\varepsilon_{33}^T} \frac{\operatorname{tg} k_0 h}{k_0}$ — амплитуда выходного напряжения на стационарных колебаниях, а $\theta$ заключено между 0 и 1. Значение $t_0$ найдем, исходя из условий $\Psi|_{t=-0} = V'$ $\left.\frac{d\Psi}{dt}\right|_{t=-0} \geqslant 0$ (смысл последнего очевиден). Легко убедиться, что $t_0 = \frac{1}{\omega_0} (\pi + \arcsin \theta)$.

В безразмерных величинах $\bar{t} = \frac{ct}{h}$, $\bar{z} = \frac{z}{h}$, $\bar{\Psi} = \frac{\Psi}{V_0}$ имеем

$$\bar{\Psi} = -\sin(0{,}35\pi\bar{t} + \pi + \arcsin\theta) - (1 - k_{33}^2)\,\theta H(\bar{t}) -$$

$$-k_{33}^2 \theta\alpha [h(1 - \bar{t})] H(\bar{t}). \qquad (32)$$

При $\theta = 1$ (разряд на максимуме) выражение для $\bar{\Psi}$ принимает особенно простой вид

$$\bar{\Psi} = \cos 0{,}35\pi\bar{t} - (1 - k_{33}^2) H(\bar{t}) - k_{33}^2 \alpha [h(1 - \bar{t})] H(\bar{t}). \qquad (33)$$

На рис. 3 изображена зависимость $\overline{\Psi}$ от $\overline{t}$ для $k_{33}^2 = 0{,}49$ (пьезокерамика $PZT = 4$ [4]).

Максимальное по времени значение выходной разности потенциалов $2\,|\Psi|$ может после разряда превзойти величину $2V_0$, достигаемую на стационарных колебаниях. Так, на отрезке времени $0 < t < 10$ максимальное значение $2\,|\Psi\,|$, равное примерно $3{,}64\,V_0$, достигается при $\overline{t} \approx 8{,}2$. Повышение выходной разности потенциалов обусловлено действием появившихся в момент времени $t = 0$ свободных зарядов $\pm \frac{\varepsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2)}{h} V'S$ на электродах $z = \pm h$. Эти же заряды вызывают другой интересный эффект. Представим себе, что при $t > 0$ разряд происходит всякий раз, когда выходная разность потенциалов достигает значения $2V'$. Тогда можно показать, что в случае, когда $V'$ не слишком мало по сравнению с $V_0$, второй разряд произойдет в момент, когда потенциалы на электродах будут иметь полярности, противоположные тем, что были при первом разряде. Так, для случая, изображенного на рис. 3, второй разряд произошел бы в момент времени, равный наименьшему положительному корню уравнения $\overline{\Psi} = -1$, или

$$\cos 0{,}35\pi\bar{t} = -k_{33}^2\,\{1 - \alpha\,[h\,(1 - \bar{t})]\}, \tag{34}$$

что дает $\overline{t} = 2{,}314$. Чередование полярностей потенциалов на электродах будет иметь место и для последующих разрядов.

В выражении (30) для $\sigma$ члены, содержащие функцию $\beta\,(x)$, описывают волны напряжения, распространяющиеся по стержню и отражающиеся от его концов. Появление после разряда волн напряжения, интенсивность которых может быть достаточно велика [1], необходимо учитывать при расчете импульсных пьезогенераторов на прочность.

1. *Баженов В. М., Улитко А. Ф.* Исследование динамического поведения пьезокерамического слоя при мгновенном электрическом нагружении.— Прикл. механика, 1975, **11**, № 1, с. 22—27.
2. *Баженов В. М., Улитко А. Ф.* Определение высвобождаемой электрической энергии при мгновенном разряде пьезокерамического слоя.— Прикл. механика, 1975, **11**, № 12, с. 67—74.
3. *Баженов В. М.* Исследование электрической энергии мгновенных разрядов статически сжатого пьезокерамического слоя.— Докл. АН УССР. Сер. А, 1977, № 11, с. 995—998.
4. *Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г.* Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях.— В кн.: Физическая акустика / Под ред. У. Мезона. М. : Мир, 1966, т. 1, ч. А, с. 204—326.
5. *Жарий О. Ю.* К вопросу об оценке магнитных эффектов, сопровождающих распространение плоских волн в пьезокерамической среде.— Докл. АН УССР. Сер. А, 1978, № 8, с. 705—709.
6. *Смайт В.* Электростатика и электродинамика.— М. : Изд-во иностр. лит., 1954.— 604 с.
7. *Улитко А. Ф.* К теории колебаний пьезокерамических тел.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1975, вып. 15, с. 90—99.
8. *Улитко А. Ф.* К теории электромеханического преобразования энергии в неравномерно деформируемых пьезокерамических телах.— Прикл. механика, 1977, **13**, № 10, с. 115—123.
9. *Яффе Б., Кук У., Яффе Г.* Пьезоэлектрическая керамика.— М. : Мир, 1974.— 288 с.
10. *Pao Y.-H., Ceranoglu A. N.* Determination of transient responses of a thick-walled spherical shell by the ray theory.— Trans. ASME E., 35, N 1, p. 114—122.
11. *Tiersten H. F.* Wave Propagation in an infinite piesoelectric plate.— JASA, 1963, **35**, N 2, p. 234—239.

Институт механики АН УССР

Поступила в редколлегию 24.09.79