где $G(x) - a \in R_+^{-\varepsilon}$, $\varepsilon > 0$; $\Phi(x), H(x) \in H_2(-\infty, \infty)$, с помощью формулы Пуассона сводится к задаче (11).

Пример 3. Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$(a_n e^{-\beta t} - \lambda b_n)\varphi^{(n)}(t) + (a_{n-1}e^{-\beta t} - \lambda b_{n-1})\varphi^{(n-1)}(t) + \cdots$$
$$\cdots + (a_0 e^{-\beta t} - \lambda b_0)\varphi(t) = 0,$$
$$\varphi(0) = \varphi'(0) = \cdots = \varphi^{(n-1)}(0) = 0, \quad a_n \neq 0, \quad b_n \neq 0, \quad t \geqslant 0. \tag{14}$$

Решение ищем в $L_2(0, \infty)$.

С помощью преобразования Фурье уравнение (14) приводится к следующей площадной задаче в классе $H_2(-\infty, \infty)$:

$$\frac{a_n(z+\beta i)^n + (-i)\, a_{n-1}(z+\beta i)^{n-1} + \cdots + (-i)^n a_0}{b_n(z+\beta i)^n + (-i)\, b_{n-l}(z+\beta i)^{n-1} + \cdots + (-i)^n b_0}\Psi(z+\beta i) - \lambda\Psi(z) = 0,$$
$$\operatorname{Im} z \geqslant 0. \tag{15}$$

В частном случае, когда $(-i)^k a_k = C_n^{n-k}(ip)^k$, $(-i)^k b_k = C_n^{n-k}(iq)^k$, задача (15) имеет вид

$$\left(\frac{z+(q+\beta)i}{z+(p+\beta)i}\right)^n \Psi^+(z+\beta i) - \lambda\Psi^+(z) = 0. \tag{16}$$

Пусть $p > -\beta$ и $q > -\beta$, $q = p + \beta m$, m — натуральное. В случае $\lambda \in (0, 1]$ уравнение (16) имеет единственное ненулевое решение

$$\Psi^+(z) = \frac{Q\lambda^{-iz\beta^{-1}}}{[(z+(p+\beta)i)(z+(p+2\beta)i)\ \ldots\ (z+(p+m\beta)i]^n}, \quad Q = \text{const}.$$

1. *Гохберг И. Ц., Крейн М. Г.* Основные положения о дефектных числах, корневых числах и индексах линейных операторов.— УМН, 1957, 12, вып. 2, с. 44—118.
2. *Карапетянц Н. К.* Об одном классе вполне непрерывных операторов свертки и его приложения.— В кн.: Школа по теории операторов в функциональных пространствах : Тез. докл. Минск, 1978, с. 59—60.
3. *Карапетянц Н. К., Самко С. Г.* Об одной краевой задаче теории аналитических функций со смещением.— Изв. вузов. Математика, 1972, 11, с. 18—22.
4. *Крейн М. Г.* Интегральные уравнения на полупрямой с ядром, зависящим от разности аргументов.— УМН, 1958, 13, вып. 5, с. 3—120.
5. *Литвинчук Г. С.* Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом.— М. : Наука, 1977.— 448 с.
6. *Фан Танг Да.* Краевые задачи теории функций, решаемые методом факторизации, и интегральные уравнения типа свертки : Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Одесса, 1972.— 14 с.
7. *Черский Ю. И.* Граничные задачи и интегральные уравнения, решаемые методом факторизации.— В кн.: Тр. симп. по механике сплошной среды и родств. пробл. анализа. Тбилиси : Мецниереба, 1974, т. 2, с. 281—291.

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР

Поступила в редколлегию 04.01.80

УДК 512.8

В. Р. Зелиско, Б. З. Шаваровский

РАЗЛОЖЕНИЕ МАТРИЧНОГО МНОГОЧЛЕНА В ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОЖИТЕЛЕЙ ПРОСТОЙ СТРУКТУРЫ

Пусть $A(x)$ — неособенная полиномиальная $n \times n$-матрица с элементами из $\mathbb{C}[x]$, которую запишем в виде матричного многочлена

$$A(x) = A_0 x^s + A_1 x^{s-1} + \cdots + A_s. \tag{1}$$

Известно [1], что для полиномиальной матрицы $A(x)$ существуют обратимые полиномиальные матрицы $P(x)$ и $Q(x)$ такие, что

$$P(x)A(x)Q(x) = \operatorname{diag}(\varepsilon_1(x), \ldots, \varepsilon_n(x)), \tag{2}$$

где $\varepsilon_i \mid \varepsilon_{i+1}$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$. Матрицу $\operatorname{diag}(\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n)$ называют формой Смита полиномиальной матрицы $A(x)$.

Пусть форма Смита матрицы $A(x)$ представляется в виде

$$\operatorname{diag}(\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n) = \operatorname{diag}(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)\operatorname{diag}(\psi_1, \ldots, \psi_n). \tag{3}$$

Здесь $\varphi_i \mid \varphi_{i+1}$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$ и $\deg(\varphi_1 \ldots \varphi_n) = nr$, $0 < r < s$. Рассмотрим матрицу

$$G(x) = \left\| \begin{matrix} 1 & & & 0 & \\ \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} g_{21} & 1 & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_1} g_{n1} & \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_2} g_{n2} & \cdots & \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_{n-1}} g_{n,n-1} & 1 \end{matrix} \right\|, \tag{4}$$

где

$$g_{ij} = \begin{cases} t_{ij}^{(0)} + t_{ij}^{(1)}x + \cdots + t_{ij}^{(p_{ij})}x^{p_{ij}}, & p_{ij} = \deg\dfrac{\varphi_i}{\varphi_j} - 1, \text{ если } \psi_j \not\mid \psi_i, \\ 0, & \text{если } \psi_j \mid \psi_i; \end{cases}$$

$t_{ij}^{(k)}$ $(i > j,\ k = 0, 1, \ldots, p_{ij})$ — попарно различные независимые переменные.

Используя введенное П. С. Казимирским понятие значения полиномиальной матрицы на системе корней многочлена [3], докажем следующую теорему.

Теорема 1. Для того чтобы матричный многочлен (1) мог быть представлен в виде $A(x) = B(x)C(x)$, где $B(x)$ — регулярный матричный многочлен степени r с формой Смита $\operatorname{diag}(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)$, а $C(x)$ имеет ту же форму Смита, что и матрица $\operatorname{diag}(\psi_1, \ldots, \psi_n)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\operatorname{rang} M_{F_{r-1}(x)}(\varphi_n) = nr, \tag{5}$$

где

$$F_{r-1}(x) = \operatorname{diag}\left(\frac{\varphi_n}{\varphi_1}, \ldots, \frac{\varphi_n}{\varphi_{n-1}}, 1\right) G(x)P(x) \| E, Ex, \ldots, Ex^{r-1} \|; \tag{6}$$

матрица $G(x)$ имеет вид (4), а $P(x)$ — произвольная обратимая над $\mathbb{C}[x]$ матрица из соотношения (2).

Доказательство. Поскольку

$$[\operatorname{diag}(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)]_* = \operatorname{diag}\left(\frac{\varphi}{\varphi_1}, \ldots, \frac{\varphi}{\varphi_{n-1}}, \frac{\varphi}{\varphi_n}\right) = \frac{\varphi}{\varphi_n}\operatorname{diag}\left(\frac{\varphi_n}{\varphi_1}, \ldots, \frac{\varphi_n}{\varphi_{n-1}}; 1\right), \tag{7}$$

где $\varphi = \varphi_1 \ldots \varphi_n$, то утверждение теоремы 1 получаем из теоремы 2 [2] путем использования свойств матрицы $M_{G(x)}(\varphi)$ (см. утверждение 4 из работы [3]).

Теорема 2. В условиях теоремы 1 коэффициенты множителя $B(x) = Ex^r - B_1x^{r-1} - \ldots - B_r$ матричного многочлена $A(x)$ находятся как решения $X_1 = B_1, \ldots, X_r = B_r$ линейного матричного уравнения

$$M_{F_{r-1}(x)}(\varphi_n) \left\| \begin{matrix} X_r \\ \vdots \\ X_1 \end{matrix} \right\| = M_{F(x)x^r}(\varphi_n). \tag{8}$$

Здесь

$$F(x) = \mathrm{diag}\left(\frac{\varphi_n}{\varphi_1}, \ \ldots, \ \frac{\varphi_n}{\varphi_{n-1}}, \ 1\right) G(x) P(x),$$

а $F_{r-1}(x)$ — матрица вида (6).

Доказательство. Учитывая вид (4) матрицы $G(x)$, получаем

$$G(x)\,\mathrm{diag}(\varepsilon_1, \ \ldots, \ \varepsilon_n) = \mathrm{diag}(\varepsilon_1, \ \ldots, \ \varepsilon_n)\, G_1^{-1}(x),$$

где

$$G_1^{-1}(x) = \begin{Vmatrix} 1 & & & 0 \\ g_{21} & 1 & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{n1} & g_{n2} & \ldots \ g_{n,n-1} & 1 \end{Vmatrix}.$$

Таким образом,

$$G(x) P(x) A(x) Q(x) G_1(x) = \mathrm{diag}(\varepsilon_1, \ \ldots, \ \varepsilon_n).$$

Следовательно,

$$A(x) = P^{-1}(x) G^{-1}(x)\,\mathrm{diag}(\varphi_1, \ \ldots, \ \varphi_n)\,\mathrm{diag}(\psi_1, \ \ldots, \ \psi_n)\, G_1^{-1}(x) Q^{-1}(x). \quad (9)$$

Условие (5) теоремы 1 означает, что матричный многочлен

$$P^{-1}(x) G^{-1}(x)\,\mathrm{diag}(\varphi_1, \ \ldots, \ \varphi_n)$$

регуляризируется умножением справа на обратимую над $C[x]$ матрицу $R(x)$, т. е. $P^{-1}(x)\, G^{-1}(x)\, \mathrm{diag}(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)\, R(x)$ — регулярный матричный многочлен. Обозначим его через $B(x)$. Тогда из выражения (9) получим $A(x) = B(x)\, C(x)$, где

$$C(x) = R^{-1}(x)\,\mathrm{diag}(\psi_1, \ \ldots, \ \psi_n)\, G_1^{-1}(x) Q^{-1}(x).$$

Взаимная матрица к $B(x)$ имеет вид

$$B_*(x) = R_*(x)\,[\mathrm{diag}(\varphi_1, \ \ldots, \ \varphi_n)]_*\, G(x) P(x)\, d,$$

где $d = \det[G(x)\, P(x)] = \det P(x)$ — элемент из C. Следовательно,

$$[\mathrm{diag}(\varphi_1, \ \ldots, \ \varphi_n)]_*\, G(x) P(x) B(x) = R_*^{-1}(x)\, \varphi(x)\, d^{-1}. \quad (10)$$

Учитывая равенство (7), разделим обе части соотношения (10) на $\frac{\varphi}{\varphi_n}$. Тогда

$$\mathrm{diag}\left(\frac{\varphi_n}{\varphi_1}, \ \ldots, \ \frac{\varphi_n}{\varphi_{n-1}}, \ 1\right) G(x) P(x) B(x) = R_*^{-1}(x)\, \varphi_n(x)\, d^{-1}$$

или

$$F(x)(Ex^r - B_1 x^{r-1} - \cdots - B_r) = R_*^{-1}(x)\, \varphi_n(x)\, d^{-1}.$$

Последнее равенство запишем так:

$$F(x) x^r = F(x) \| E, \ Ex, \ \ldots, \ Ex^{r-1} \| \begin{Vmatrix} B_r \\ \vdots \\ B_1 \end{Vmatrix} + R_*^{-1}(x)\, \varphi_n(x)\, d^{-1}.$$

Подставляя в это тождество корни многочлена $\varphi_n(x)$ и беря соответственное число производных в левой и правой частях в случае их кратности, получаем, что матрицы $X_1 = B_1, \ldots, X_r = B_r$ удовлетворяют равенству (8).

Доказанные выше теоремы дают возможность решить вопрос о разложимости матричного многочлена в произведение множителей простой структуры, т. е. таких, элементарные делители которых линейны.

Теорема 3. Для того чтобы матричный многочлен (1) допускал разложение

$$A(x) = B(x)\, C(x), \quad (11)$$

где $B(x)$, $C(x)$ — матричные многочлены простой структуры, причем $B(x)$ регулярен степени $r < s$, необходимо и достаточно, чтобы для формы Смита матрицы $A(x)$ существовало такое разложение (3), в котором матрицы $\operatorname{diag}(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)$ и $\operatorname{diag}(\psi_1, \ldots, \psi_n)$ имеют простую структуру и при котором выполняется равенство (5).

Доказательство. Необходимость. Пусть матричный многочлен $A(x)$ допускает разложение (11). Тогда согласно теореме 2 [5] существует неособенная числовая матрица S и обратимые полиномиальные матрицы $R_1(x)$ и $R_2(x)$, такие, что

$$SA(x)R_1(x) = \left\| \begin{matrix} \varepsilon_1(x) & & & \\ & \cdot & & 0 \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ * & & & \varepsilon_n(x) \end{matrix} \right\|, \quad SB(x)R_2(x) = \left\| \begin{matrix} \varphi_1(x) & & & \\ & \cdot & & 0 \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ * & & & \varphi_n(x) \end{matrix} \right\|,$$

где $\varepsilon_i(x)$, $\varphi_i(x)$, $i = 1, \ldots, n$ — инвариантные многочлены матриц $A(x)$ и $B(x)$ соответственно. Из равенства (11) можем записать

$$SA(x)R_1(x) = SB(x)R_2(x)R_2^{-1}(x)C(x)R_1(x)$$

или

$$\left\| \begin{matrix} \varepsilon_1(x) & & & \\ & \cdot & & 0 \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ * & & & \varepsilon_n(x) \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \varphi_1(x) & & & \\ & \cdot & & 0 \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ * & & & \varphi_n(x) \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} \psi_1(x) & & & \\ & \cdot & & 0 \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ * & & & \psi_n(x) \end{matrix} \right\|, \tag{12}$$

откуда получаем равенство (3). Очевидно, матрица $\operatorname{diag}(\varphi_1(x), \ldots, \varphi_n(x))$ имеет простую структуру, так как она является формой Смита матрицы $B(x)$, имеющей простую структуру и $\deg(\varphi_1 \ldots \varphi_n) = nr$. Покажем, что матрица $\operatorname{diag}(\psi_1(x), \ldots, \psi_n(x))$ тоже имеет простую структуру. Действительно, если это не так, т. е., если $x = \alpha$ — корень кратности больше 1 многочлена $\psi_j(x)$ $(i \leqslant j \leqslant n)$ и m — кратность этого корня в многочлене $\psi(x) = \psi_1(x) \ldots \ldots \psi_n(x)$, то дефект второго сомножителя в равенстве (12) при $x = \alpha$ меньше m, а это противоречит простоте этого сомножителя.

Справедливость равенства (5) следует из теоремы 1.

Достаточность. Согласно теореме 1 имеет место разложение (11), где форма Смита матрицы $B(x)$ есть $\operatorname{diag}(\varphi_1(x), \ldots, \varphi_n(x))$, а форма Смита матрицы $C(x)$ совпадает с формой Смита матрицы $\operatorname{diag}(\psi_1(x), \ldots \ldots, \psi_n(x))$. Но так как матрицы $\operatorname{diag}(\varphi_1(x), \ldots, \varphi_n(x))$, $\operatorname{diag}(\psi_1(x), \ldots \ldots, \psi_n(x))$ имеют простую структуру, то такими будут и матрицы $B(x)$, $C(x)$. Теорема доказана.

Следствие. Для того чтобы матричный многочлен (1) допускал разложение (11), необходимо, чтобы его элементарные делители имели степень не больше 2.

Если условия теоремы 3 выполняются, то для вычисления коэффициентов матричных многочленов $B(x)$ и $C(x)$ в разложении (11) можно воспользоваться теоремой 2.

В случае, когда степень матричного многочлена (1) $s = 2$, то условия теоремы 3 будут необходимыми и достаточными условиями факторизации этого многочлена на линейные множители простой структуры. Если же матричный многочлен, допускающий разложение (11), регулярен, т. е. $\det A_0 \neq 0$, то второй сомножитель в этом разложении тоже регулярен и в силу теоремы 6 [4] оба они разложимы в произведение линейных унитарных множителей простой структуры. Таким образом, сформулированные в теореме 3 условия есть достаточными условиями факторизации регулярного матричного многочлена на линейные унитарные множители простой структуры.

Конечно, эти условия не будут необходимыми для такой факторизации, что показывает следующий простой пример:

$$\operatorname{diag}(x^3, x^3) = [\operatorname{diag}(x, x)]^3.$$

Однако матрица $\operatorname{diag}(x^3, x^3)$ не допускает разложения на два диагональных множителя простой структуры.

Пусть теперь матричный многочлен (1) унитарен, т. е. $A_0 = E$, где E — единичная матрица. Тогда имеет место такая теорема.

Теорема 4. Для того чтобы унитарный матричный многочлен (1) разлагался в произведение линейных унитарных попарно перестановочных множителей простой структуры, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты этого многочлена были попарно перестановочными матрицами простой структуры.

Для доказательства этой теоремы будет использована следующая.

Теорема 5. Для того чтобы все матрицы некоторого множества одновременно преобразованием подобия можно было привести к диагональному виду, необходимо и достаточно, чтобы они были попарно перестановочными матрицами простой структуры [6].

Доказательство теоремы 4. Необходимость. Пусть для унитарного матричного многочлена (1) имеет место представление

$$A(x) = \prod_{i=1}^{s} (Ex - B_i),$$

где $B_i B_j = B_j B_i$, $i, j = 1, \dots, s$, и все B_i являются матрицами простой структуры. Коэффициенты A_i, $i = 1, \dots, s$ матричного многочлена $A(x)$ и матрицы B_i связаны формулами

$$\begin{gathered} A_1 = -(B_1 + \cdots + B_s), \\ A_2 = B_1 B_2 + \cdots + B_{s-1} B_s, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ A_s = (-1)^s B_1 \dots B_s. \end{gathered} \tag{13}$$

Согласно теореме 5 существует такая числовая неособенная матрица P, что

$$PB_iP^{-1} = \operatorname{diag}(\lambda_1^{(i)}, \dots, \lambda_n^{(i)}), \quad i = 1, \dots, s.$$

Преобразуем при помощи матрицы P обе части каждого из равенств (13) и получим

$$\begin{gathered} PA_1P^{-1} = -(PB_1P^{-1} + \cdots + PB_sP^{-1}) = \\ = -\operatorname{diag}(\lambda_1^{(1)} + \cdots + \lambda_1^{(s)}, \dots, \lambda_n^{(1)} + \cdots + \lambda_n^{(s)}), \\ PA_2P^{-1} = (PB_1P^{-1}PB_2P^{-1} + \cdots + PB_{s-1}P^{-1}PB_sP^{-1}) = \\ = \operatorname{diag}(\lambda_1^{(1)}\lambda_1^{(2)} + \cdots + \lambda_1^{(s-1)}\lambda_1^{(s)}, \dots, \lambda_n^{(1)}\lambda_n^{(2)} + \cdots + \lambda_n^{(s-1)}\lambda_n^{(s)}), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ PA_sP^{-1} = (-1)^s PB_1P^{-1}, \dots, PB_sP^{-1} = \\ = \operatorname{diag}(\lambda_1^{(1)} \dots \lambda_1^{(s)}, \dots, \lambda_n^{(1)} \dots \lambda_n^{(s)}). \end{gathered}$$

Следовательно, ввиду теоремы 5 матрицы A_i, $i = 1, \dots, s$ являются попарно перестановочными и имеют простую структуру.

Достаточность. Пусть коэффициенты A_i, $i = 1, \dots, s$ матричного многочлена (1) суть попарно перестановочные матрицы простой структуры. Тогда согласно теореме 5 существует такая неособенная числовая матрица P, что

$$PA(x)P^{-1} = Ex^s + I_1x^{s-1} + \cdots + I_s = I(x),$$

где $I_i = \operatorname{diag}(\mu_1^{(i)}, \dots, \mu_n^{(i)})$, $i = 1, \dots, s$.

Но матричный многочлен $I(x)$ можно представить в виде

$$I(x) = \prod_{i=1}^{s} (Ex - D_i),$$

где $D_i = \operatorname{diag}(\lambda_1^{(i)}, \ldots, \lambda_n^{(i)})$ и $D_iD_j = D_jD_i$, $i, j = 1, \ldots, s$. Преобразованием при помощи матрицы P^{-1} перейдем обратно к матричному многочлену $A(x)$, т. е.

$$A(x) = P^{-1}I(x)P = \prod_{i=1}^{s} P^{-1}(Ex - D_i)P.$$

Очевидно, матрицы $B_i = P^{-1}D_iP$, $i = 1, \ldots, s$ имеют простую структуру и $B_iB_j = B_jB_i$, $i, j = 1, \ldots, s$. Теорема доказана.

1. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц.— М. : Наука, 1966.— 576 с.
2. *Зелиско В. Р.* О строении одного класса обратимых матриц.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1980, вып. 12, с. 14—21.
3. *Казімірський П. С.* Необхідність умов розкладу матричного многочлена на лінійні множники.— Укр. мат. журн., 1977, 29, № 5, с. 653—658.
4. *Казимирский П. С.* Выделение из матричного многочлена регулярного линейного множителя простой структуры.— В кн.: Теоретические и прикладные вопросы алгебры и дифференциальных уравнений. Киев : Наук. думка, 1976, с. 29—40.
5. *Казімірський П. С., Петричкович В. М.* Про еквівалентність поліноміальних матриць.— В кн.: Теоретичні та прикладні питання алгебри і диференціальних рівнянь. К. : Наук. думка, с. 61—66.
6. *Супруненко Д. А., Тышкевич Р. И.* Перестановочные матрицы.— Минск : Наука и техника, 1966.— 104 с.

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР

Поступила в редколлегию 29.01.80

УДК 531

Р. И. Мокрик, Ю. А. Пырьев

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОБОБЩЕННОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

При решении задач математической физики часто используются аналитические свойства выражений, которые содержат многозначные функции. Среди многозначных функций особую роль играют радикалы, аналитические свойства которых в несвязанных задачах изучены в работах [2, 5]. Однако сколь-нибудь полные исследования радикалов, играющих важную роль в построении аналитико-численных методов решения связанных задач обобщенной термоупругости, до сих пор в литературе отсутствуют.

В данной работе изучаются аналитические свойства характеристических параметров обобщенной связанной термоупругой среды, которые являются многозначными функциями комплексной переменной ω и через которые выражаются трансформанты интегральных преобразований [4]:

$$\lambda_{1,2} = \frac{c_1}{\varkappa}\sqrt{\frac{\chi}{2}}\gamma_{1,2}, \quad \gamma_{1,2} = \sqrt{\chi[1 + M^2(1+\varepsilon)] + i(1+\varepsilon) \pm \Omega}, \tag{1}$$

$$\Omega = \sqrt{\{\chi[1 + M^2(1+\varepsilon)] + i(1+\varepsilon)\}^2 - 4\chi(\chi M^2 + i)}, \tag{2}$$

где

$$\chi = \frac{\omega}{\omega^*}; \quad \omega^* = \frac{c_1^2}{\varkappa}; \quad c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}; \quad c_q^2 = \frac{\varkappa}{\tau_r}; \quad M = \frac{c_1}{c_q};$$

λ, μ — коэффициенты Ламе; ρ — плотность среды; $\varkappa$ — коэффициент температуропроводности; τ_r — время релаксации теплового потока; ε — коэффициент связанности.