УДК 539.3

Я. І. Кунець[✉], В. В. Матус, Ю. І. Максимів, Р. В. Рабош

# ВПЛИВ ТОНКОГО МЕТАЛІЧНОГО ПРОШАРКУ НА ПОШИРЕННЯ ХВИЛЬ ТИПУ БЛЮШТЕЙНА – ГУЛЯЄВА У П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ ТІЛІ

*Отримано дисперсійні рівняння для хвиль типу Блюштейна – Гуляєва, що поширюються вздовж металічного тонкого прошарку у п'єзоелектричному середовищі. Динамічну взаємодію матриці з прошарком змодельовано ефективними умовами контакту складових композита з урахуванням їхніх електромеханічних властивостей. Досліджено умови існування таких хвиль.*

***Ключові слова***: *п'єзоелектричне середовище, тонкостінний металічний прошарок, ефективні умови контакту, хвиля типу Блюштейна – Гуляєва, дисперсійні рівняння.*

**Вступ.** Задачі поширення хвиль у п'єзоелектричних тілах привертають значну увагу дослідників, що викликано, зокрема, необхідністю створення нових типів інтелектуальних електромеханічних систем у приладах контролю вібрацій, сейсмології, ультразвуковій діагностиці тощо. Наявність електропружних хвиль поздовжнього зсуву на поверхні п'єзоелектриків, що контактують із вакуумом, вперше було теоретично встановлено у працях Гуляєва та Блюштейна [1, 6]. Хвилі такого типу є визначальними при створенні широкого класу пристроїв обробки сигналів [1, 15]. Згодом було встановлено [14], що вздовж поверхні контакту двох півпросторів, хоча б один з яких є п'єзоелектриком, теж можуть поширюватись зсувні хвилі. У літературі такі хвилі інколи називають хвилями Мерфельда – Турнуа (Maerfeld – Tournois waves) [15]. Якщо матеріали півпросторів мають однакові п'єзоелектричні властивості, але протилежні поляризації, то поверхнева хвиля завжди існує і її швидкість дорівнює швидкості хвилі Блюштейна – Гуляєва. За інших співвідношень параметрів матеріалів повинні виконуватись певні умови для існування хвилі. Подібні закономірності виявлено також у випадку покриттів малої товщини на п'єзоелектричних півпросторах [7, 11].

В останні роки значну увагу звертають на шаруваті структури із п'єзоелектричними властивостями. Зокрема, аналізують вплив ускладнених властивостей їхніх складових [4, 10, 16] та недосконалостей контакту між ними [8, 9, 12, 13] на умови зародження та поширення поверхневих хвиль. У [5] із використанням розвинень за малою товщиною прошарку отримано ефективні умови контакту двох п'єзоелектричних тіл. Огляд методів аналізу впливу тонких неоднорідностей на фізико-механічні поля у середовищах висвітлено в [3].

У цій статті на основі асимптотично точних ефективних умов контакту тонкого металічного прошарку з п'єзоелектричним середовищем, отриманих за допомогою теорії сингулярних збурень [2], досліджено основні властивості хвиль, що поширюються вздовж тонкої неоднорідності.

**1. Постановка задачі.** Розглянемо п'єзоелектричний простір, віднесений до декартової системи координат $(x_1, x_2, x_3)$. У ньому за умов ідеального механічного контакту розташовано пружний металічний тонкий прошарок постійної товщини $h$. Площина $(x_1, x_3)$ відповідає серединній поверхні прошарку. Матеріал матриці належить кристалографічному класу $6mm$, а вісь симетрії шостого порядку направлено вздовж осі $x_3$. На безмежності діє джерело гармонічних коливань із круговою частотою $\omega$, яке породжує хвилю зсуву горизонтальної поляризації $u^{\text{in}} = u^{\text{in}}(x_1, x_2)$ та

✉ kunets@iapmm.lviv.ua

електричний потенціал $\varphi^{\text{in}} = \varphi^{\text{in}}(x_1, x_2)$. За таких умов у розглядуваному тілі виконуються рівняння руху та рівняння Максвелла за квазістатичного наближення [6]

$$\Delta u(\mathbf{x}) + k^2 u(\mathbf{x}) = 0, \quad \Delta\Phi(\mathbf{x}) = 0,$$

$$u(\mathbf{x}) = u^{\text{in}}(\mathbf{x}) + u^{\text{sc}}(\mathbf{x}), \quad \Phi(\mathbf{x}) = \Phi^{\text{in}}(\mathbf{x}) + \Phi^{\text{sc}}(\mathbf{x}),$$

$$\Phi(\mathbf{x}) = u(\mathbf{x}) - \frac{\varepsilon_{11}}{e_{15}}\varphi(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \setminus W_\varepsilon, \tag{1}$$

$$\Delta u^0(\mathbf{x}) + k_0^2 u^0(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in W_\varepsilon,$$

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad c = \sqrt{c_{44}\frac{1+\eta^2}{\rho}}, \quad k_0 = k\frac{c}{c_0}, \quad c_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}}, \tag{2}$$

де $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$; $u(\mathbf{x})$ та $u^{\text{sc}}(\mathbf{x})$ – відповідно повне та збурене поля переміщень у п'єзоелектрику; $k$ – хвильове число у ньому; $\Phi(\mathbf{x})$, $\Phi^{\text{sc}}(\mathbf{x})$ та $\Phi^{\text{in}}(\mathbf{x})$ – приведений електричний потенціал повного, збуреного та заданого електричних полів; $\varphi(\mathbf{x}) = \varphi^{\text{in}}(\mathbf{x}) + \varphi^{\text{sc}}(\mathbf{x})$ – електричний потенціал повного електричного поля; $u^0(\mathbf{x})$ та $k_0$ – переміщення та хвильове число у прошарку; $c$ і $c_0$ – швидкості хвиль у п'єзоелектричному тілі і прошарку відповідно; $\eta = \sqrt{e_{15}} / (c_{44}\varepsilon_{11})$ – коефіцієнт електромеханічного зв'язку; $c_{44}$ та $e_{15}$ – пружна та п'єзоелектрична сталі, $\varepsilon_{11}$ – діелектрична проникність, $\rho$ – густина п'єзоелектричного матеріалу; $\mu_0$ та $\rho_0$ модуль зсуву та густина прошарку; $W_\varepsilon = \{(x_1, x_2) : |x_1| < \infty, 2|x_2| \le h\}$.

Матеріальні співвідношення у композиті мають такий вигляд:

$$\sigma_{31}(\mathbf{x}) = c_{44}\frac{\partial}{\partial x_1}\left((1+\eta^2)u(\mathbf{x}) - \eta^2\Phi(\mathbf{x})\right),$$

$$\sigma_{23}(\mathbf{x}) = c_{44}\frac{\partial}{\partial x_2}\left((1+\eta^2)u(\mathbf{x}) - \eta^2\Phi(\mathbf{x})\right),$$

$$D_1(\mathbf{x}) = e_{15}\frac{\partial\Phi(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \quad D_2(\mathbf{x}) = e_{15}\frac{\partial\Phi(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \setminus W_\varepsilon,$$

$$\sigma_{31}^0(\mathbf{x}) = \mu_0\frac{\partial u^0(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \quad \sigma_{32}^0(\mathbf{x}) = \mu_0\frac{\partial u^0(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \quad \mathbf{x} \in W_\varepsilon,$$

де $\sigma_{3i}(\mathbf{x})$, $\sigma_{3i}^0(\mathbf{x})$ та $D_i(\mathbf{x})$ – компоненти тензорів напружень та вектора електричної індукції, $i = 1, 2$.

На поверхні металічного прошарку $\partial W_\varepsilon$ між складовими електропружної системи виконуються умови ідеального механічного контакту та нульові умови для електричного потенціалу:

$$\frac{\partial}{\partial x_2}\left((1+\eta^2)u(\mathbf{x}) - \eta^2\Phi(\mathbf{x})\right) = \gamma\frac{\partial u^0(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \quad u(\mathbf{x}) = u^0(\mathbf{x}),$$

$$\varphi(\mathbf{x}) = u^{\text{sc}}(\mathbf{x}) + \Phi^{\text{sc}}(\mathbf{x}) - u^{\text{in}}(\mathbf{x}) - \Phi^{\text{in}}(\mathbf{x}) = 0, \quad x_2 = \pm h/2, \tag{3}$$

де $\gamma = \mu_0 / c_{44}$ – параметр контрастності матеріалу прошарку.

Постановка задачі доповнюється умовами поведінки електропружного поля на безмежності [5].

**2. Ефективні умови контакту.** Вважаємо, що товщина металічного прошарку є малою порівняно з довжиною хвилі зсуву $\lambda = 2\pi/k$, що поширюється у п'єзоелектричному тілі:

$$\varepsilon = \frac{h}{\lambda} << 1 . \tag{4}$$

Для отримання спрощених моделей взаємодії складових композита застосуємо методи теорії сингулярних збурень [2], згідно з якою функції переміщень та електричного потенціалу подамо асимптотичними рядами за степенями малого параметра $\varepsilon$:

$$u^{\text{sc}}(\mathbf{x}) = \sum_{j=0}^{\infty} u_j^{\text{sc}}(x_1, x_2)\varepsilon^j, \quad \Phi^{\text{sc}}(\mathbf{x}) = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi_j^{\text{sc}}(x_1, x_2)\varepsilon^j, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \setminus W_\varepsilon , \tag{5}$$

$$u^{0}(\mathbf{x}) = \sum_{j=0}^{\infty} u_j^{0}(x_1, \bar{x}_2)\varepsilon^j, \qquad \bar{x}_2 = \frac{x_2}{\varepsilon}, \qquad \mathbf{x} \in W_\varepsilon . \tag{6}$$

Розглянемо три діапазони зміни параметра контрастності $\gamma$:

$$\boldsymbol{1}: \quad 0 \le \gamma \le \varepsilon; \qquad \boldsymbol{2}: \quad \varepsilon \le \gamma \le \frac{1}{\varepsilon}; \qquad \boldsymbol{3}: \quad \frac{1}{\varepsilon} \le \gamma < \infty , \tag{7}$$

які відповідають податливому, неконтрастному та жорсткому прошаркам.

Підставляємо ряди (5), (6) у рівняння (1), (2) (у прошарку рівняння руху подаємо у змінних $(x_1, \bar{x}_2)$) та умови (3). Прирівнюючи вирази при однакових степенях $\varepsilon$, з урахуванням (4), (7) отримуємо звичайні диференціальні рівняння для визначення невідомих коефіцієнтів розкладів (6) у прошарку та умови контакту, знесені на його серединну лінію $x_2 = 0$.

У випадку податливої тонкої неоднорідності (діапазон ***1***) характерними є неперервність напружень та пропорційність стрибка переміщень напруженням при переході через її серединну лінію:

$$(1 + \eta^2)\frac{\partial}{\partial x_2}\big(u^{\text{sc}}(x_1, +0) - u^{\text{sc}}(x_1, -0)\big) =$$

$$= \eta^2 \frac{\partial}{\partial x_2}\big(\Phi^{\text{sc}}(x_1, +0) - \Phi^{\text{sc}}(x_1, -0)\big),$$

$$\gamma\big(u^{\text{sc}}(x_1, +0) - u^{\text{sc}}(x_1, -0)\big) = h\frac{\partial}{\partial x_2}\bigg( (1 + \eta^2)\big(u^{\text{sc}}(x_1, 0) +$$

$$+ u^{\text{in}}(x_1, 0)\big) - \eta^2\big(\Phi^{\text{sc}}(x_1, 0) + \Phi^{\text{in}}(x_1, 0)\big)\bigg),$$

$$u^{\text{sc}}(x_1, \pm 0) + u^{\text{in}}(x_1, 0) = \Phi^{\text{sc}}(x_1, \pm 0) + \Phi^{\text{in}}(x_1, 0) . \tag{8}$$

За неконтрастного прошарку (діапазон ***2***) для стрибків напружень, переміщень та приведеного електричного потенціалу маємо:

$$(1 + \eta^2)\frac{\partial}{\partial x_2}\big(u^{\text{sc}}(x_1, +0) - u^{\text{sc}}(x_1, -0)\big) =$$

$$= \eta^2 \frac{\partial}{\partial x_2}\big(\Phi^{\text{sc}}(x_1, +0) - \Phi^{\text{sc}}(x_1, -0)\big),$$

$$u^{\text{sc}}(x_1, +0) - u^{\text{sc}}(x_1, -0) = 0 ,$$

$$u^{\text{sc}}(x_1, \pm 0) + u^{\text{in}}(x_1, 0) = \Phi^{\text{sc}}(x_1, \pm 0) + \Phi^{\text{in}}(x_1, 0) . \tag{9}$$

Ефективні умови контакту (9) не залежать від механічних і геометричних параметрів прошарку.

У випадку жорсткого прошарку (діапазон ***3***) неперервними є переміщення, а напруження є розривними при переході через його серединну поверхню:

$$u^{sc}(x_1,+0)-u^{sc}(x_1,-0)=0\,,$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2}\left((1+\eta^2)u^{sc}(x_1,+0)-\eta^2\Phi^{sc}(x_1,+0)\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_2}\left((1+\eta^2)u^{sc}(x_1,-0)-\eta^2\Phi^{sc}(x_1,-0)\right)=$$

$$=-2\gamma h\left(\frac{\partial}{\partial x_1^2}+k_0^2\right)\left(u^{sc}(x_1,0)+u^{in}(x_1,0)\right),$$

$$u^{sc}(x_1,\pm 0)+u^{in}(x_1,0)=\Phi^{sc}(x_1,\pm 0)+\Phi^{in}(x_1,0)\,. \tag{10}$$

Умови (8)–(10) отримано з точністю до головних членів асимптотичних розвинень (5), (6), яким є нульові члени, тобто

$$u^{sc}(\mathbf{x})=u_0^{sc}(x_1,x_2)+O(\varepsilon),\qquad \Phi^{sc}(\mathbf{x})=\Phi_0^{sc}(x_1,x_2)+O(\varepsilon)\,,$$

$$u^0(\mathbf{x})=u_0^0(x_1,x_2)+O(\varepsilon)\,.$$

**3. Дисперсійні рівняння для хвиль типу Блюштейна – Гуляєва.** Застосуємо моделі взаємодії податливого, неконтрастного та жорсткого прошарків із п'єзоелектричним середовищем для дослідження хвиль, що поширюються вздовж тонкого металічного прошарку. Для цього шукаємо розв'язки рівнянь (1) при однорідних граничних умовах (8), (9) або (10) у вигляді

$$u_1(x_1,x_2)=u_{10}\exp(ipx_1-\alpha_1x_2)\,,$$

$$\Phi_1(x_1,x_2)=\Phi_{10}\exp(p(ix_1-x_2)),\qquad x_2\ge 0\,,$$

$$u_2(x_1,x_2)=u_{20}\exp(ipx_1+\alpha_1x_2)\,,$$

$$\Phi_2(x_1,x_2)=\Phi_{20}\exp(p(ix_1+x_2)),\qquad x_2\le 0\,, \tag{11}$$

$$\alpha_1=\sqrt{p^2-k^2},\ \ \mathrm{Re}\,p\ge 0,\ \ \mathrm{Im}\,p=0,\ \ \mathrm{Re}\,\alpha_1\ge 0,\ \ \mathrm{Im}\,\alpha_1=0\,, \tag{12}$$

де $u_{i0}$, $\Phi_{i0}$, $i=1,2$, та $p=\omega/c_s$ – невідомі амплітуди та хвильове число хвилі, $c_s$ – її фазова швидкість.

Для прошарку малої жорсткості (діапазон ***1*** у співвідношенні (7)), підставляючи (11) в однорідні умови (8) із урахуванням (12), отримаємо однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно $u_{i0}$, $\Phi_{i0}$. Умовою існування розв'язків цієї системи є дисперсійне рівняння для визначення фазової швидкості $c_s$ шуканої хвилі. У цьому випадку існують дві моди хвиль. Для симетричної моди маємо

$$u_1(x_1,x_2)=u_2(x_1,-x_2)=u_{10}\exp(ipx_1-\alpha_1x_2)\,, \tag{13}$$

$$c_s=v_s=c\,\frac{\sqrt{1+2\eta^2}}{1+\eta^2}\,, \tag{14}$$

де $v_s$ – фазова швидкість поширення поверхневої хвилі Блюштейна – Гуляєва [6] в п'єзоелектричному півпросторі із металізованою заземленою поверхнею. Для антисиметричної моди справедливі співвідношення

$$u_1(x_1, x_2) = -u_2(x_1, -x_2) = u_{10} \exp(ipx_1 - \alpha_1 x_2)\,, \qquad (15)$$

$$c_s = \frac{v_s}{kh(1+\eta^2)\sqrt{1+2\eta^2}} \left( (1+\eta^2)\sqrt{4\gamma^2 + k^2h^2(1+2\eta^2)} - 2\eta^2\gamma \right). \qquad (16)$$

Як бачимо, хвиля антисиметричної моди є дисперсійною та існує за виконання умови

$$\omega > \frac{2\gamma c}{h\eta^2} = \omega_0\,.$$

Тобто, хвиля (15) не зароджується нижче частоти запирання $\omega_0$. За умови

$$\gamma < \eta^2 \frac{1+\eta^2}{\sqrt{1+2\eta^2}} kh$$

швидкість антисиметричної хвилі (16) є більшою за швидкість хвилі Блюштейна – Гуляєва (14).

У випадку жорсткого металічного прошарку (діапазон ***3*** у співвідношенні (7)) хвиля типу Блюштейна – Гуляєва є симетричною, а її хвильове число задовольняє дисперсійне рівняння

$$\gamma_*^2 p^4 - 2\eta^2\gamma_* p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0\,,$$

де $\gamma_* = 2\gamma/h$, $a_0 = \gamma_*^2 k_0^4 + (1+\eta^2)^2 k^2$, $a_1 = 2\eta^2\gamma_* k_0^2$, $a_2 = \eta^4 - 2\gamma_*^2 k_0^2 - (1+\eta^2)^2$, та існує за умови

$$\eta^2 p - \gamma_* p^2 + \gamma_* k_0^2 > 0\,.$$

Якщо металічний прошарок є неконтрастним (діапазон ***3***), то хвиля типу Блюштейна – Гуляєва має вигляд (13), (14).

**Висновки.** Із використанням асимптотично точних моделей взаємодії тонкого металічного прошарку із п'єзоелектричним середовищем досліджено поширення вздовж прошарку поверхневих хвиль зсуву горизонтальної поляризації. Аналіз проведено окремо для тонких неоднорідностей різної пружної контрастності складових композита. У випадку неконтрастного або жорсткого прошарків поширюються бездисперсійні або дисперсійні поверхневі хвилі симетричної моди. Для податливого прошарку поряд із бездисперсійною хвилею симетричної моди існує також дисперсійна поверхнева хвиля антисиметричної моди. Виявлено частоти запирання такої хвилі, а також умова, за якої швидкість її поширення перевищує швидкість хвилі Блюштейна – Гуляєва.

1. *Гуляев Ю. В.* Акустоэлектроника (исторический обзор) // Успехи физ. наук. – 2005. – **175**, № 8. – С. 887–895.
Те саме: *Gulyaev Y. V.* Acoustoelectronics (historical review) // Phys. Usp. – 2005. – **48**, No. 8. – P. 847–855. – https://doi.org/PU2005v048n08ABEH002840.
2. *Кунецъ Я. І, Матус В. В.* Асимптотичний підхід у динамічних задачах теорії пружності для тіл з тонкими пружними включеннями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2020. – **63**, № 1. – С. 75–93.
3. *Пастернак Я. М., Сулим Г. Т., Ільчук Н. І.* Взаємодії фізико-механічних полів у тілах із тонкими структурними неоднорідностями: огляд // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2018. – **61,** № 2. – С. 57–79.
Те саме: *Pasternak Ia. M., Sulym H. T., Ilchuk N. I.* Interaction of physico-mechanical fields in bodies with thin structural inhomogeneities: A survey // J. Math. Sci. – 2021. – **253**, No. 1. – P. 63–83.
– https://doi.org/10.1007/s10958-021-05213-9.
4. *Belyankova T. I., Kalinchuk V. V.* Modelling of pre-stressed piezoelectric structures with inhomogeneous coating // Procedia Eng. – 2017. – **199**. – P. 1513–1518.
– https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.491.

5. *Benveniste Y.* An interface model for a three-dimensional curved thin piezoelectric interphase between two piezoelectric media // Math. Mech. Solids. – 2009. – **14**, No. 1-2. – P. 102–122. – https://doi.org/10.1177/1081286508092605.
6. *Bleustein J. L.* A new surface wave in piezoelectric materials // Appl. Phys. Lett. – 1968. – **13,** No. 12. – P. 412–413. – https://doi.org/10.1063/1.1652495.
7. *Curtis R. G., Redwood M.* Transverse surface waves on a piezoelectric material carrying a metal layer of finite thickness // J. Appl. Phys. – 1973. – **44**, No. 5. – P. 2002–2007. – https://doi.org/10.1063/1.1662506.
8. *Fun H., Yang J., Xu L.* Piezoelectric waves near an imperfectly bonded interface between two half-spaces // Appl. Phys. Lett. – 2006. – **88**, No. 20. – P. 203509-1–203509-3. – https://doi.org/10.1063/1.2206702.
9. *Guo X., Wei P., Li Li, Tang Q.* Influences of mechanically and dielectrically imperfect interfaces on the reflection and transmission waves between two piezoelectric half spaces // Int. J. Solids Struct. – 2015. – **63**. – P. 184–205. – https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.02.050.
10. *Jiao F., Wei P., Zhou Y., Zhou X.* Wave propagation through a piezoelectric semiconductor slab sandwiched by two piezoelectric half-spaces // Eur. J. Mech. A Solids. – 2019. – **75**. – P. 70–81. – https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2019.01.007.
11. *Jin F., Wang Z., Wang T.* The Bleustein – Gulyaev (B–G) wave in a piezoelectric layered half-space // Int. J. Eng. Sci. – 2001. – **39**, No. 11. – P. 1271–1285. – https://doi.org/10.1016/S0020-7225(00)00091-4.
12. *Kumar P., Mahanty M., Chattopadhyay A., Singh A. K.* Effect of interfacial imperfection on shear wave propagation in a piezoelectric composite structure: Wentzel – Kramers – Brillouin asymptotic approach // J. Intell. Mater. Syst. Struct. – 2019. – **30**, No. 18-19. – P. 2789–2807. – https://doi.org/10.1177/1045389X19873413.
13. *Li P., Jin F.* Excitation and propagation of shear horizontal waves in a piezoelectric layer imperfectly bonded to a metal or elastic substrate // Acta Mech. – **226**. – 2015. – P. 267–284. – https://doi.org/10.1007/s00707-014-1181-6.
14. *Maerfeld C., Tournois P.* Pure shear elastic surface wave guided by the interface of two semi-infinite media // Appl. Phys. Lett. – 1971. – **19**, No. 4. – P. 117–118. – https://doi.org/10.1063/1.1653836.
15. *Nakamura K.* Shear-horizontal piezoelectric surface acoustic waves // Jpn. J. Appl. Phys. – 2007. – **46,** No. 7S. – P. 4421–4427. – https://doi.org/10.1143/JJAP.46.4421.
16. *Singhal A., Sahu S.A., Chaudhary S.* Approximation of surface wave frequency in piezo-composite structure // Compos. Part B-Eng. – 2018. – **144**. – P. 19–28. – https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.01.017.

## INFLUENCE OF A THIN METAL LAYER ON THE PROPAGATION OF BLEUSTEIN – GULYAEV WAVES IN PIEZOELETRIC BODIES

*Dispersion equations for Bleustein – Gulyaev waves propagating along a thin metal layer in a piezoelectric medium are obtained. The dynamic interaction of the matrix with the layer is modeled by the effective contact conditions of the composite components, taking into account their electromechanical properties. The conditions for the existence of such waves are studied.*

***Keywords:*** *piezoelectric medium, thin-walled metal layer, effective contact conditions, Bleustein – Gulyaev wave, dispersion equations.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
15.07.20