

ПРО ОЦІНКИ СПАДАННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ПОЧАТКОВО-КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ СИСТЕМИ НАПІВЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ МАГНІТОПРУЖНОСТІ З ДИСИПАТИВНИМ ЧЛЕНОМ У ЗОВНІШНІХ ОБЛАСТЯХ

Досліджено поведінку при $t \rightarrow \infty$ сильних розв'язків початково-крайової задачі для системи напівлінійних рівнянь магнітопружності із дисипативним членом у зовнішніх областях. Отримано оцінки спадання енергії. Для вектора магнітної індукції отримано оцінки спадання в просторах L^∞ і L^2 .

Ключові слова: система рівнянь магнітопружності, дисипативний член, зовнішні області, оцінки спадання енергії, напівлінійні рівняння.

Асимптотична поведінка розв'язків при $t \rightarrow \infty$ систем лінійних рівнянь магнітопружності та магнітотермопружності в необмежених областях із дисипативним членом досліджувалась у роботах [6, 8]. Методи, що застосовуються у цих працях, суттєво використовують лінійність задач. Підхід, застосований у пропонованому дослідженні, дає можливість розглядати нелінійні задачі. Асимптотична поведінка розв'язків при $t \rightarrow \infty$ системи напівлінійних рівнянь магнітопружності в зовнішніх областях без дисипативного члена досліджувалась у роботах [1, 2].

1. Формулювання задачі та основний результат. Нехай Ω – зовнішня область в \mathbb{R}^3 з гладкою межею Γ і $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \bar{G}$, де G – обмежена однозв'язна область. Позначимо $Q = \Omega \times (0, \infty)$, $\Sigma = \Gamma \times (0, \infty)$. Для системи напівлінійних рівнянь магнітопружності розглянемо таку початково-крайову задачу:

$$\frac{\partial b}{\partial t} - \frac{1}{\sigma\mu_0} \Delta b - \operatorname{rot} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \times b \right) = 0, \quad \operatorname{div} b = 0, \quad (x, t) \in Q, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \mu \Delta u - (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} u - \frac{1}{\mu_0} (\operatorname{rot} b \times b) + \frac{\partial u}{\partial t} = f, \quad (x, t) \in Q, \quad (2)$$

$$b(x, 0) = b_0(x), \quad u(x, 0) = u_0(x), \quad u'(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega, \quad (3)$$

$$n \cdot b = 0, \quad n \times \operatorname{rot} b = 0, \quad u = 0 \quad \text{на} \quad \Sigma. \quad (4)$$

Тут $b : Q \rightarrow \mathbb{R}^3$, $u : Q \rightarrow \mathbb{R}^3$ – вектор-функції магнітної індукції та переміщення, n – одиничний вектор нормалі до межі $\Gamma = \partial\Omega$. Припускаємо, що коефіцієнти в рівняннях (1), (2) є додатними сталими. Розв'язність задачі (1)–(4) досліджено в [2–4].

2. Позначення. Для функціональних просторів будемо використовувати однакові позначення як для скалярних, так і для векторних функцій. Нехай Ω – задана область. Норму в просторах Соболева $W^{k,p}(\Omega)$ позначаємо через $\|\cdot\|_{k,p}$, у просторах $L^p(\Omega)$, $1 \leq p \leq \infty$, – через $\|\cdot\|_p$. Для простору $W^{m,2}(\Omega)$, $m \in \mathbb{N}$, використовуємо позначення $H^m(\Omega)$. Для необмеженої області Ω означимо однорідні простори Соболева $\dot{H}_0^k(\Omega)$, $\dot{H}^k(\Omega)$ як поповнення множин $C_0^\infty(\Omega)$ і $C_0^k(\bar{\Omega})$ відповідно за нормою $\|\nabla^k u\|_2 = \sum_{|\alpha|=k} \|D^\alpha u\|_2$, де $C_0^k(\bar{\Omega})$ – простір звужень на Ω функцій із $C_0^k(\mathbb{R}^3)$, і $\nabla^k f = \{D^\alpha f : |\alpha| = k\}$.

[✉] oleksandrboce@gmail.com

Означимо простір W як поповнення множини $\mathcal{W} = \{\varphi : \varphi \in C_0^1(\bar{\Omega}), \operatorname{div} \varphi = 0, n \cdot \varphi = 0 \text{ на } \Gamma\}$ за нормою $\|\operatorname{rot} \varphi\|_2$. Через $C_b(\mathbb{R}_+; X)$ позначимо простір обмежених і неперервних функцій $g : \mathbb{R}_+ \rightarrow X$, де $\mathbb{R}_+ = [0, \infty)$, X – банахів простір. Через u' позначаємо похідну за часом $\frac{\partial u}{\partial t}$. Різні додатні сталі надалі будемо позначати літерою c .

Загальну енергію $E(t)$, асоційовану з рівнянням (2), означимо [6] як

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[\rho |u'|^2 + \mu |\nabla u|^2 + (\lambda + \mu)(\operatorname{div} u)^2 \right] dx.$$

Теорема 1. *Припустимо, що $b_0 \in H^2(\Omega) \cap W \cap L^{6/5}(\Omega)$, $n \times \operatorname{rot} b_0 = 0$ на Γ , а також*

$$u_0 \in H_0^1(\Omega) \cap H^2(\Omega), \quad u_1 \in H_0^1(\Omega), \quad u_0 + u_1 \in L^{6/5}(\Omega), \quad (5)$$

$$f \in L^1(\mathbb{R}_+; L^{6/5}(\Omega)), \quad (1+t)f(t) \in L^1(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega)),$$

$$f' \in L^1(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega)). \quad (6)$$

Тоді знайдеться таке $\eta > 0$, що за умови

$$\|b_0\|_{2,2} + \|\nabla u_0\|_{1,2} + \|u_1\|_{1,2} + \|f(0)\|_2 + \int_0^t (\|f\|_2 + \|f'\|_2) ds < \eta \quad (7)$$

існує єдиний розв'язок $\{b, u\}$ задачі (1)–(4), який задовольняє умови

$$b \in L^2(\mathbb{R}_+; W) \cap C_b(\mathbb{R}_+; H^1(\Omega)), \quad \Delta b \in L^2(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega)), \quad (8)$$

$$b' \in L^2(\mathbb{R}_+; W) \cap C_b(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega)), \quad (9)$$

$$u \in C_b(\mathbb{R}_+; H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)) \cap L^2(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega)), \quad (10)$$

$$u' \in C_b(\mathbb{R}_+; H_0^1(\Omega)) \cap L^2(\mathbb{R}_+; H_0^1(\Omega)), \quad (1+t)u'(t) \in L^2(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega)), \quad (11)$$

$$u'' \in C_b(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega)) \cap L^2(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega)), \quad (12)$$

і для цього розв'язку виконуються оцінки

$$\|b(t)\|_2 \leq c(1+t)^{-1/2}, \quad \|b(t)\|_{\infty} \leq c(1+t)^{-5/4}, \quad (13)$$

$$E(t) \leq c(1+t)^{-2} + c(1+t)^{-2} \left(\int_0^t \|f\|_{6/5} ds \right)^2 + c(1+t)^{-2} \left(\int_0^t (1+s) \|f\|_2 ds \right)^2, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \|u(t)\|_2^2 &\leq c(1+t)^{-1} + c(1+t)^{-1} \left(\int_0^t \|f\|_{6/5} ds \right)^2 + \\ &+ c(1+t)^{-1} \left(\int_0^t (1+s)^{1/2} \|f\|_2 ds \right)^2. \end{aligned} \quad (15)$$

3. Допоміжні твердження. Із теореми 1 у [2] випливає

Лема 1. *Нехай задані в задачі (1)–(4) функції f , b_0 , u_0 , u_1 задовольняють умови $f, f' \in L^1(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega))$, $b_0 \in H^2(\Omega) \cap W$, $n \times \operatorname{rot} b_0 = 0$ на Γ , $u_0 \in \dot{H}_0^1(\Omega) \cap \dot{H}^2(\Omega)$, $u_1 \in H_0^1(\Omega)$. Тоді знайдеться таке $\eta > 0$, що за умови*

$$N \equiv \|b_0\|_{2,2} + \|\nabla u_0\|_{1,2} + \|u_1\|_{1,2} + \|f(0)\|_2 + \int_0^t (\|f\|_2 + \|f'\|_2) ds < \eta$$

існує єдиний розв'язок $\{b, u\}$ задачі (1)–(4), який задовольняє умови (8)–(12). Цей розв'язок оцінюється сталою $c(N + N^2)$ у відповідних нормах просторів з умов (8)–(12).

Розглянемо задачу

$$u'' + Au + u' = f, \quad (16)$$

$$u(0) = u_0, \quad u'(0) = u_1, \quad (17)$$

де $Au = -\mu\Delta u - (\lambda + \mu)\text{grad div } u$, а u_0, u_1, f задовольняють умови (5), (6).

Для вектор-функцій $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3, v : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ означимо скалярний добуток $(u, v) = \int_{\Omega} u(x) \cdot v(x) dx$ і білінійну форму $a(u, v) = \mu \sum_{i,k=1}^3 \int_{\Omega} \partial_i u_k \cdot \partial_i v_k dx + (\lambda + \mu) \int_{\Omega} \text{div } u \cdot \text{div } v dx, \quad \partial_i := \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad \partial_t := \frac{\partial}{\partial t}$. Позначимо $\|u\| := (u, u)^{1/2}$,

$$a(u) := a(u, u), \quad E(t) = \frac{1}{2} [\|u'(t)\|^2 + a(u(t))].$$

Для задачі (16), (17) за умови, що $f \equiv 0$, у [7] доведено таку лему.

Лема 2. Нехай u_0, u_1, f задовольняють умови (5), (6) у теоремі 1. Тоді існує єдиний розв'язок u задачі (16), (17), який задовольняє умови (10)–(12), і для цього розв'язку справджуються оцінки (14), (15).

Д о в е д е н н я. Помноживши рівняння (16) скалярно в $L^2(\Omega)$ на $u'(t)$, отримаємо

$$\partial_t E(t) + \|u'(t)\|^2 = (f(t), u'(t)). \quad (18)$$

Проінтегруємо рівність (18) на $[0, t]$. Тоді, застосувавши лему Біхарі [5, с. 112], введемо оцінку

$$E(t) + \int_0^t \|u'\|^2 ds \leq cE(0) + c \left(\int_0^t \|f\| ds \right)^2. \quad (19)$$

Помножимо рівність (18) на $1 + t$ і проінтегруємо на $[0, t]$. Тоді, застосувавши лему Біхарі, отримаємо

$$(1+t)E(t) + \int_0^t (1+s)\|u'\|^2 ds \leq cE(0) + c \int_0^t E(s) ds + c \left(\int_0^t (1+s)^{1/2} \|f\|_2 ds \right)^2. \quad (20)$$

Помноживши (16) скалярно в $L^2(\Omega)$ на $(1+t)u(t)$, виводимо

$$\frac{1}{2} \partial_t [t \|u(t)\|^2] + (1+t)a(u(t)) = (1+t)\|u'(t)\|^2 + \frac{1}{2} \|u(t)\|^2 - \partial_t [(1+t)(u'(t), u(t))] + (1+t)(f(t), u(t)). \quad (21)$$

Покладемо $w(t) = \int_0^t u(s) ds, F(t) = \int_0^t f(s) ds$. Функція $w(t)$ задовольняє

таке рівняння з початковими та крайовою умовами:

$$w'' + Aw + w' = u_0 + u_1 + F \quad \text{в} \quad \mathcal{Q}, \quad (22)$$

$$w(0) = 0, \quad w'(0) = u_0 \quad \text{в} \quad \Omega, \quad (23)$$

$$w = 0 \quad \text{на} \quad \Sigma. \quad (24)$$

Помножимо (22) скалярно в $L^2(\Omega)$ на $w'(t)$ і проінтегруємо на $[0, t]$, враховуючи (23), (24). Тоді отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left[\|w'(t)\|^2 + a(w(t)) \right] + \int_0^t \|w'\|^2 ds &= \int_{\Omega} (u_0 + u_1) \cdot w(t) dx + \\ &+ \frac{1}{2} \|u_0\|^2 + \int_0^t (F, w') ds. \end{aligned} \quad (25)$$

Інтегруючи частинами останній інтеграл у правій частині рівності (25), маємо

$$\int_0^t (F, w') ds = (F(t), w(t)) - \int_0^t (f, w) ds.$$

Звідси, використовуючи оцінку $\|w(t)\|_6 \leq ca(w(t))$ і нерівність Гельдера, отримаємо

$$\left| \int_0^t (F, w') ds \right| \leq \varepsilon a(w(t)) + c_\varepsilon \|F(t)\|_{6/5}^2 + c \int_0^t \|f\|_{6/5} \sqrt{a(w)} ds, \quad (26)$$

де $\varepsilon > 0$ – довільне число. Із рівності (25), враховуючи (26) при достатньо малому ε і застосовуючи лему Біхарі, виводимо

$$\|u(t)\|^2 + \int_0^t \|u\|^2 ds \leq c \|u_0\|^2 + c \|u_0 + u_1\|_{6/5}^2 + c \left(\int_0^t \|f\|_{6/5} ds \right)^2. \quad (27)$$

Проінтегрувавши (21) на $[0, t]$ і додавши отриманий результат до (27), маємо

$$\begin{aligned} (1+t)\|u(t)\|^2 + c \int_0^t (1+s)a(u(s)) ds + c \int_0^t \|u\|^2 ds &\leq c \|u_0\|_2^2 + c \|u_1\|_2^2 + \\ &+ c \|u_0 + u_1\|_{6/5}^2 + c(1+t)|(u'(t), u(t))| + c \int_0^t (1+s)\|u'\| ds + \\ &+ c \left(\int_0^t \|f\|_{6/5} ds \right)^2 + c \int_0^t (1+s)\|f\| \|u\| ds. \end{aligned} \quad (28)$$

Звідси, використовуючи нерівність $c|(u'(t), u(t))| \leq \frac{1}{2}\|u(t)\|^2 + c\|u'(t)\|^2$ і оцінку (20), виводимо

$$\begin{aligned} (1+t)\|u(t)\|^2 + c \int_0^t (1+s)a(u) ds &\leq c \|u_0\|_{1,2}^2 + c \|u_1\|_2^2 + c \|u_0 + u_1\|_{6/5}^2 + \\ &+ c \left(\int_0^t \|f\|_{6/5} ds \right)^2 + c \int_0^t (1+s)\|f\| \|u\| ds + c \int_0^t E(s) ds. \end{aligned} \quad (29)$$

Звідси, використовуючи оцінки (19), (20) і застосовуючи лему Біхарі, отримаємо

$$(1+t)\|u(t)\|^2 + c \int_0^t (1+s)E(s) ds \leq c\|u_0\|_{1,2}^2 + c\|u_1\|_2^2 + c\|u_0 + u_1\|_{6/5}^2 + \\ + c \left(\int_0^t \|f\|_{6/5} ds \right)^2 + c \left(\int_0^t (1+s)^{1/2} \|f\|_2 ds \right)^2. \quad (30)$$

Помноживши (18) на $(1+t)^2$ і проінтегрувавши на $[0, t]$, одержимо

$$(1+t)^2 E(t) + \int_0^t (1+s)^2 \|u'\|^2 ds \leq E(0) + 2 \int_0^t (1+s)E(s) ds + \\ + \int_0^t (1+s)^2 \|f(s)\| \|u'(s)\| ds. \quad (31)$$

Із (31), (30), застосувавши лему Біхарі, виводимо оцінку (14). Із нерівності (30) випливає оцінка (15). Умови (10)–(12) впливають з теореми регулярності для абстрактного рівняння другого порядку і формул (27), (28). ♦

4. Оцінка розв'язків.

Д о в е д е н н я теорему 1. Нехай $\{b, u\}$ – розв'язок задачі (1)–(4), що задається лемою 1. Позначимо $g = f + (\operatorname{rot} b \times b) / \mu_0$. Застосуємо лему 2 до задачі (16), (17), замінивши f на g . Тоді справджуються нерівності (14), (15), де замість f покладено g . Для оцінки виразу $\operatorname{rot} b \times b$ використаємо лему 7 з [1].

Лема 3 [1]. Нехай $\Omega \subset \mathbb{R}^3$. Тоді для всіх вектор-функцій $w : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ таких, що $w \in H^2(\Omega)$, $\operatorname{div} w = 0$ в Ω , $n \cdot w = 0$ і $n \times \operatorname{rot} w = 0$ на Γ , справджуються оцінки

$$\|w\|_{1,6} \leq c(\|\operatorname{rot} \operatorname{rot} w\|_2 + \|\operatorname{rot} w\|_2). \quad (32)$$

Застосувавши нерівність (32) при $w = b$ і використавши вкладення $W^{1,6}(\Omega) \subset L^\infty(\Omega)$, отримаємо

$$\|b\|_\infty \leq c(\|\operatorname{rot} b\|_2 + \|\operatorname{rot} \operatorname{rot} b\|_2). \quad (33)$$

Маємо $\|\operatorname{rot} b \times b\|_2 \leq \|\operatorname{rot} b\|_2 \|b\|_\infty$. Тоді з (33) одержимо

$$\|\operatorname{rot} b \times b\|_2 \leq c(\|\operatorname{rot} b\|_2^2 + \|\operatorname{rot} \operatorname{rot} b\|_2^2). \quad (34)$$

Для оцінки виразу $\operatorname{rot} b \times b$ в $L^{6/5}(\Omega)$ використаємо лему 8 з [1].

Лема 4 [1]. Нехай $\Omega \subset \mathbb{R}^3$. Тоді для всіх вектор-функцій $w : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ таких, що $w \in H^1(\Omega)$, $\operatorname{div} w = 0$ в Ω , $n \cdot w = 0$ на Γ , справджується оцінка

$$\|w\|_6 \leq c\|\operatorname{rot} w\|_2. \quad (35)$$

Застосовуючи нерівність Гельдера, інтерполяцію

$$L^3(\Omega) = (L^6(\Omega), L^2(\Omega))_{[1/2]}$$

і нерівність (35) при $w = b$, отримуємо

$$\|\operatorname{rot} b \times b\|_{6/5} \leq \|\operatorname{rot} b\|_2 \|b\|_3 \leq c\|\operatorname{rot} b\|_2^{3/2} \|b\|_2^{1/2}.$$

Звідси, використовуючи нерівність Юнга, виводимо

$$\|\operatorname{rot} b \times b\|_{6/5} \leq c(\|\operatorname{rot} b\|_2^2 + \|b\|_2^2). \quad (36)$$

В [1] доведено, що при достатньо малому N в лемі 1 маємо $b \in L^2(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega))$, $\sqrt{t} \operatorname{rot} b(t) \in L^2(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega))$, $\sqrt{t} \operatorname{rot} \operatorname{rot} b(t) \in L^2(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega))$.

Тоді, використовуючи (34), (36), отримуємо, що $g \in L^1(\mathbb{R}_+; L^{6/5}(\Omega))$, $(1+t)g(t) \in L^1(\mathbb{R}_+; L^2(\Omega))$. Отже, оцінки (14), (15) доведено.

Оцінки для $b(t)$ із (13) доводимо аналогічно, як в [1]. Зазначимо, що, зважаючи на наявність дисипативного члена, оцінка для $u'(t)$ в $L^2(\Omega)$ отримується з (14). Далі, з огляду на інтерполяцію $L^p(\Omega) = (L^2(\Omega), L^6(\Omega))_{\{0\}}$, $2 \leq p \leq 6$, вкладення $\dot{H}_0^1(\Omega) \subset L^6(\Omega)$ та умову (11), маємо

$$\|u'(t)\|_p \leq c \|u'(t)\|_2^{1-\theta} \|u'(t)\|_{\dot{H}_0^1(\Omega)}^\theta \leq c(1+t)^{-(1-\theta)}. \quad (37)$$

Аналогічно, як в [1], за допомогою формули Дюамеля для (1), використовуючи (37) при $p > 3$, виводимо оцінку (13) для $b(t)$ в $L^\infty(\Omega)$.

Оцінка для $b(t)$ в $L^2(\Omega)$ впливає з результатів роботи [1]. Теорему доведено. \blacklozenge

1. *Боценюк О. М.* Про оцінки спадання розв'язків початково-крайової задачі для системи напівлінійних рівнянь магнітопружності в зовнішніх областях // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2014. – **57**, № 4. – С. 35–43.
Te same: *Botsenyuk O. M.* Estimation of decay of the solutions of initial-boundary-value problem for the system of semilinear equations of magnetoelasticity in exterior domains // *J. Math. Sci.* – 2017. – **220**, No. 1. – P. 38–49.
– <https://doi.org/10.1007/s10958-016-3166-6>.
2. *Боценюк О. М.* Про L^2 -оцінки спадання розв'язків за часом початково-крайової задачі для системи півлінійних рівнянь магнітопружності в зовнішніх областях // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2000. – **43**, № 3. – С. 51–55.
3. *Боценюк О. М.* Про розв'язність початково-крайової задачі для системи півлінійних рівнянь магнітопружності // *Укр. мат. журн.* – 1992. – **44**, № 9. – С. 1181–1186.
Te same: *Botsenyuk O. M.* On the solvability of the initial- and boundary-value problem for the system of semilinear equations of magnetoelasticity // *Ukr. Math. J.* – 1992. – **44**, No. 9. – P. 1080–1084.
– <https://doi.org/10.1007/BF01058367>.
4. *Боценюк О. М.* Регулярність розв'язків початково-крайової задачі для системи півлінійних рівнянь магнітопружності // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 1995. – Вип. 38. – С. 62–66.
Te same: *Botsenyuk O. M.* Regularity of solutions of an initial/boundary problem for a system of semilinear equations of magnetoelasticity // *J. Math. Sci.* – 1996. **81**, No. 6. – P. 3053–3057.
– <https://doi.org/10.1007/BF02362593>.
5. *Демидович Б. П.* Лекции по математической теории устойчивости. – Москва: Наука, 1967. – 472 с.
6. *Charão R. C., Oliveira J. C., Menzala G. P.* Decay rates of magnetoelastic waves in an unbounded conductive medium // *Electron. J. Differ. Equat.* – 2011. – **2011**, No. 127. – P. 1–14.
7. *Ferreira M. V., Menzala G. P.* Energy decay for solutions to semilinear systems of elastic waves in exterior domains // *Electron. J. Differ. Equat.* – 2006. – **2006**, No. 65. – P. 1–13.
8. *Luz da, C. R., Oliveira J. C.* Asymptotic behavior of solutions for the magneto-thermo-elastic system in \mathbb{R}^3 // *J. Math. Anal. Appl.* – 2015. – **432**, No. 2. – P. 1200–1215.
– <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2015.07.014>.

**ON DECAY ESTIMATES OF THE SOLUTIONS OF INITIAL BOUNDARY
VALUE PROBLEM FOR THE SYSTEM OF SEMILINEAR EQUATIONS OF MAGNETOELASTICITY
WITH DISSIPATIVE TERM IN EXTERIOR DOMAINS**

The behavior as $t \rightarrow \infty$ of strong solutions of the initial boundary value problem for the system of semilinear equations of magnetoelasticity with dissipative term in exterior domains is investigated. The estimates of energy decay are obtained. For the vector of magnetic induction, estimates of decay are obtained in the spaces L^∞ and L^2 .

Key words: *system of equations of magnetoelasticity, dissipative term, exterior domains, estimates of energy decay, semilinear equations.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
18.01.22