

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛООВОГО ТА НАПРУЖЕНОГО СТАНІВ В ТРИБОЛОГІЧНИХ СИСТЕМАХ ТА ОПРОМІНЮВАНИХ ДВОШАРОВИХ ПЛАСТИНАХ З ПОКРИТТЯМ

Для трибологічної системи, що складається з рухомого однорідного тіла під дією притискувального навантаження та нерухомого тіла з покриттям, яка моделюється тришаровою пластинною в умовах конвективно-променевого теплообміну, отримано узагальнені умови теплообміну через тонкий проміжний шар за сухого тертя. З використанням цих умов та наближених співвідношень для визначення напружень в основних шарах досліджено тепловий і напружений стани двошарової пластини за ускладнених теплових контактних умов. Виконано порівняння отриманих розв'язків нелінійної задачі теплоперенесення для опромінюваної непрозорої двошарової пластини та задачі, сформульованої за наближеного підходу, в якому використовується узагальнена гранична умова при дослідженні теплового стану такої пластини з покриттям. Наведено оцінки застосовності наближеного підходу при визначенні температури та напружень.

Ключові слова: трибологічна система, конвективно-променевий теплообмін, три- та двошарова пластини, узагальнені контактна та гранична умови, тепловий та напружений стани.

Вступ. У сучасній техніці нові конструкційні елементи часто отримують шляхом нанесення на основу (підкладку) покриття різного функціонального призначення, наприклад зміцнювальних чи захисних. Оскільки зміцнення чи модифікація поверхневого шару дає можливість попередити зародження в них деформаційних дефектів і подальше руйнування (зношування), то формування захисних покриттів на поверхні є перспективним способом створення високоміцних і зносостійких елементів конструкцій з підвищеними фізико-механічними властивостями та стійкістю до руйнування в процесі фрикційної взаємодії [16, 22]. При формуванні шаруватих структур, крім основних (функціональних) шарів, можуть утворюватися тонкі проміжні шари (прошарки). В окремих випадках тонкі проміжні шари виконують основне функціональне призначення, наприклад при створенні нових теплозахисних матеріалів і виробів з регульованою теплопровідністю чи оптичних елементів для інфрачервоної техніки.

Під час виготовлення (при термообробці) та експлуатації (зокрема при терті) такі шаруваті елементи можуть перебувати в умовах теплового опромінення чи високих температур, коли врахування процесів випромінювання та поглинання теплової енергії є істотним для оцінки їхнього теплового та термонапруженого станів.

Для адекватного дослідження теплового стану шаруватих елементів конструкцій і приладів (зокрема з покриттями чи проміжними шарами), які перебувають під дією інтенсивних теплових навантажень (зокрема теплового опромінення) в умовах експлуатації чи при виготовленні, необхідно якомога точніше врахувати їхню структуру. Перенос випромінювання, виділення тепла та формування теплових потоків у шаруватих тілах визначається радіаційними властивостями складових шарів. У роботах [3, 10, 13] на основі співвідношень феноменологічної теорії поширення випромінювання для непрозорих і частково прозорих тіл [4; 13; 17, Гл. 1–3; 21, Гл. 1–3] та квазістатичної термопружності [4; 8, Гл. 3] здійснено постановки задач

✉ dept13@iapmm.lviv.ua

теплопереносу і термомеханічності за умов ідеального теплового та механічного контакту в опромінюваних шаруватих тілах зі складовими різної прозорості за врахування впливу випромінювання на поверхнях, у частково прозорих областях і на межах поділу шарів. Наведено співвідношення, які описують тепловий і напружений стани за різних умов закріплення країв на безмежності в опромінюваних три- та двошаровій пластині. Розглянуто різні варіанти комбінацій прозорості шарів.

Врахування тонких приповерхневих чи проміжних шарів при дослідженні теплової та механічної поведінки тіл, особливо за врахування впливу випромінювання, ускладнює постановку контактних-крайових задач термомеханіки та застосування аналітичних і числових методів їхнього розв'язування через необхідність спряження розв'язків в областях з істотно різними розмірами. Тому їх зазвичай виключають з розгляду, замінюючи фізичною поверхнею зі зведеними тепловими та механічними характеристиками, а їхній вплив враховують узагальненими граничними [19] чи контактними умовами [6]. Зокрема, отримано такі наближені співвідношення для опромінюваної тришарової пластини за наявності тонкого проміжного шару [2, 11] та двошарової, один з шарів якої є тонким [9]. У [9] на основі порівняння з розв'язком нелінійної задачі теплопереносу для опромінюваної двошарової пластини з шарами різної прозорості за опромінення зі сторони частково прозорого шару, отриманим з використанням методу скінченних різниць та процедури квазілінеаризації граничних і контактних умов, проаналізовано застосовність наближеного підходу, в якому використовується узагальнена гранична умова, при дослідженні залежності теплового стану у пластині з покриттям від радіаційних властивостей покриття і основи.

Теоретичному та експериментальному дослідженню теплопереносу і напруженого стану в тілах з покриттями та тонкими прошарками, зокрема в умовах теплообміну випромінюванням, присвячено роботи [14, 15, 18, 20, 23, 24].

У цій роботі з використанням запропонованої в [12] постановки задачі про дослідження теплового і напруженого станів тіл при сухому терті за врахування теплообміну випромінюванням і отриманої для тришарової пластини (один з основних шарів якої містить покриття) узагальненої умови теплообміну через тонкий шар та наближених співвідношень для визначення напружень в основних шарах для тришарової пластини досліджуємо тепловий та напружений стани на основі моделі двошарової пластини за ускладнених теплових контактних умов. Також на основі порівняння отриманого розв'язку нелінійної задачі теплопереносу для опромінюваної двошарової пластини з непрозорими шарами проведено оцінку застосовності наближеного підходу, в якому використовується узагальнена гранична умова, при дослідженні теплового та напруженого станів у пластині з покриттями.

1. Дослідження термомеханічної поведінки тіл з покриттями за сухого тертя. За вихідні приймемо отримані в [12] співвідношення для опису теплової та механічної поведінки тіл в трибологічній системі за сухого тертя.

1.1. Постановка задачі про дослідження теплового стану. Розглядаємо пару тертя (трибологічну систему), утворену двома тілами. Перше тіло є однорідним, а друге – шаруватим, яке складається з основного тіла (підкладки), на яке нанесено покриття з метою підвищення зносостійкості. На систему діє навантаження, яке забезпечує їхнє притискання (контакт) і викликає певне (контактне) навантаження на межі поділу. Одне з тіл рухається (ковзає) по поверхні іншого. Система перебуває в умовах складного теплообміну [4] із зовнішнім середовищем, що включає теплообмін випромінюванням.

Для дослідження теплового стану в тілах з покриттями при експлуатації (сухому терті) розглянемо шарувату систему, зображену на рис. 1. Вона складається з шару 1 товщини h_1 та шару 2 товщини h_2 , на який нанесено

покриття (шар 0) товщини h_0 . При моделюванні процесів тертя і теплових процесів будемо виходити з одновимірної моделі суцільного фрикційного контакту [1], за якої тепловиділення тертя вважають рівномірно розподіленими по всій поверхні номінального контакту, обмеженій контуром поверхні тертя. На поверхні $z = 0$ прикладено розподілене притискувальне навантаження p , яке викликає навантаження p_c на поверхні $z = h_1$ номінального контакту.

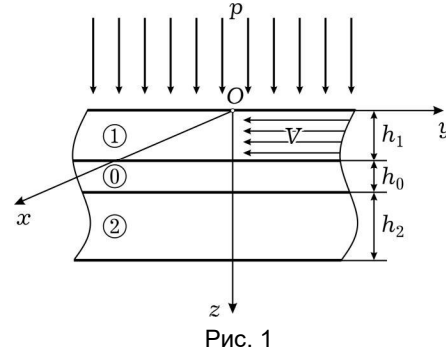


Рис. 1

Шар 1 ковзає по поверхні $z = h_1$ номінального контакту зі швидкістю V . Знощуванням поверхонь співдотичних тіл нехтуємо. Внаслідок тертя на поверхні $z = h_1$ генерується тепло з питомою потужністю $q_{fr} = \tau_{fr} V$, де $\tau_{fr} = f p_c$ – сила тертя, f – коефіцієнт тертя [1]. Тут p_c – розподілене навантаження на поверхні $z = h_1$ номінального контакту. Залежність коефіцієнта тертя від температури можна прийняти лінійною: $f = f_0 [1 - A(T - T_0)]$, де T_0 – початкова температура в системі, а f_0 – коефіцієнт тертя при T_0 . Якщо не враховувати температурну залежність, тоді $A = 0$.

Шарувата система в цілому перебуває в умовах конвективного теплообміну з зовнішнім середовищем. З точки зору поглинальних властивостей, всі шари вважаємо непрозорими для теплового випромінювання.

Згідно з використовуваною моделлю тертя, приймаємо умови ідеального теплового контакту на поверхні поділу $z = h_1$ шару 1 і покриття. Тепловий контакт на межі $z = h_1 + h_0$ поділу покриття і підкладки (шару 2) теж вважаємо ідеальним.

Тепловий стан у розглядуваній системі з непрозорих шарів, який окреслюємо відхиленням $\theta_j = T_j - T_0$, $j = 0, 1, 2$, температури від початкової, описуємо рівняннями теплопровідності в шарах, які за сталих густин ρ_j і теплофізичних характеристик матеріалів шарів (коефіцієнтів теплопровідності α_j і теплоємності c_{ej} , $j = 0, 1, 2$) мають вигляд

$$\frac{\partial^2 \theta_j(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{\varpi_j} \frac{\partial \theta_j(z, t)}{\partial t} = 0, \quad j = 0, 1, 2, \quad (1)$$

де $\varpi_j = \alpha_j / (\rho_j c_{ej})$ – коефіцієнти температуропровідності матеріалів шарів.

Систему рівнянь (1) доповнюємо крайовими умовами, що описують конвективний теплообмін системи з зовнішнім середовищем на поверхнях $z = 0$, $z = h \equiv h_1 + h_0 + h_2$ з урахуванням випромінювання теплової енергії, та контактними умовами, які виражають теплову рівновагу на межах $z = h_1$ і $z = h_1 + h_0$ поділу шар 1 – покриття і покриття – шар 2 з урахуванням тепловиділень, зумовлених тертям. Такі контактні-крайові умови для системи рівнянь (1) запишемо як

$$\alpha_1 \frac{\partial \theta_1(0, t)}{\partial z} - \alpha_{s1} [\theta_1(0, t) + T_0 - T_1^{\text{ext}}(t)] - \varepsilon^{(1)} \sigma_B [\theta_1(0, t) + T_0]^4 = 0, \quad (2)$$

$$\alpha_1 \frac{\partial \theta_1(h_1, t)}{\partial z} + q_{fr} = \alpha_0 \frac{\partial \theta_0(h_1, t)}{\partial z}, \quad \theta_1(h_1, t) = \theta_0(h_1, t), \quad (3)$$

$$\alpha_0 \frac{\partial \theta_0(h_1 + h_0, t)}{\partial z} = \alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h_1 + h_0, t)}{\partial z}, \quad \theta_0(h_1 + h_0, t) = \theta_2(h_1 + h_0, t), \quad (4)$$

$$\alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h, t)}{\partial z} + \alpha_{s2} [\theta_2(h, t) + T^{(0)} - T_2^{\text{ext}}(t)] + \varepsilon^{(2)} \sigma_B [\theta_2(h, t) + T_0]^4 = 0, \quad (5)$$

де α_{s1} , α_{s2} – коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь шарів **1** та **2** в зовнішнє середовище; $T_1^{\text{ext}}(t)$, $T_2^{\text{ext}}(t)$ – температури повітря в областях $z < 0$ і $z > h$ зовнішнього середовища; $\varepsilon^{(1)}$, $\varepsilon^{(2)}$ – півсферичні інтегральні ступені чорноти поверхонь шару **1** та шару **2** відповідно; σ_B – стала Стефана – Больцмана [17, Гл. 3; 21, Гл. 3].

1.2. Наближені співвідношення для визначення теплового стану. Застосовуючи формальний операторний метод, описаний в [2, 11], дослідження теплової поведінки розглядуваної тришарової системи можемо звести до дослідження двошарової. У цьому випадку узагальнені умови теплообміну через тонкий проміжний шар, яким моделюємо покриття (ві шари непрозорі), матимуть вигляд

$$2 \left(\alpha_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z} - \alpha_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z} - q_{\text{fr}} \right) = C \frac{\partial (\theta_1 + \theta_2)}{\partial t}, \quad (6)$$

$$6 \left(\alpha_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z} + \alpha_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z} + q_{\text{fr}} \right) - 12D(\theta_2 - \theta_1) = C \frac{\partial (\theta_1 - \theta_2)}{\partial t}. \quad (7)$$

Тут $C = h_0 \rho_0 c_{\varepsilon 0}$ – зведена теплосмність проміжного шару; $D = \alpha_0 / h_0$, $1/D$ – його термоопір.

Отже, тепловий стан в розглядуваній системі можемо наближено описати системою двох рівнянь теплопровідності

$$\frac{\partial^2 \theta_j(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{\varpi_j} \frac{\partial \theta_j(z, t)}{\partial t} = 0, \quad j = 1, 2, \quad (8)$$

за граничних (2), (5) і узагальнених (6), (7) контактних умов (при $h_0 \rightarrow 0$).

1.3. Постановка задачі про дослідження напруженого стану. При дослідженні напруженого стану в розглядуваній тришаровій системі для оцінювання впливу нагріву при терті (q_{fr}) і розподіленого притискального навантаження p на напружений стан компоненти тензора напружень $\sigma_{ik}^{(j)}$, $i, k = x, y, z$, і вектора переміщень $u_i^{(j)}$, $j = 0, 1, 2$, у шарах подаємо у вигляді суми двох складових $\sigma_{ik}^{(j)q}$ і $\sigma_{ik}^{(j)p}$, зумовлених нагрівом і силовим навантаженням відповідно.

Напружений стан у тришаровій пластині, що відповідає розподілам температури, описуємо співвідношеннями температурної задачі теорії пружності, сформульованими відносно компонент тензора напружень [8, Гл. 4]. За умов ідеального механічного контакту шарів і відсутності силових навантажень на поверхнях пластини вирази для напружень при різних умовах закріплення країв отримано в [3, 10, 13]. Наведемо їх для варіанта жорсткого защемлення країв, який використаємо при числових дослідженнях:

$$\sigma_{xx}^{(j)q} = \sigma_{yy}^{(j)q} = -\frac{E_j}{1 - \nu_j} \varphi_j + C_2^{(j)}, \quad \sigma_{zz}^{(j)q} = 0, \quad j = 0, 1, 2, \quad (9)$$

де $C_2^{(0)} = \frac{S}{K_{10}h_1 + K_{02}h_2 + h_0}$, $C_2^{(1)} = K_{10}C_2^{(0)}$, $C_2^{(2)} = K_{02}C_2^{(0)}$.

Величину S і сталі K_{10} , K_{02} визначаємо зі співвідношень

$$S = \frac{E_1}{1 - \nu_1} \int_0^{h_1} \varphi_1 dz + \frac{E_0}{1 - \nu_0} \int_{h_1}^{h_1+h_0} \varphi_0 dz + \frac{E_2}{1 - \nu_2} \int_{h_1+h_0}^h \varphi_2 dz,$$

$$K_{10} = \frac{E_1}{1 - \nu_1} \frac{1 - \nu_0}{E_0}, \quad K_{02} = \frac{E_0}{1 - \nu_0} \frac{1 - \nu_2}{E_2}. \quad (10)$$

Тут $\varphi_j = \alpha_t^{(j)} \theta_j$, а E_j , ν_j , $\alpha_t^{(j)}$, $j = 0, 1, 2$, – модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона та лінійний коефіцієнт температурного розширення матеріалів шарів.

Напруження, зумовлені силовим навантаженням, знаходимо із системи рівнянь

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}^{(j)p}}{\partial z^2} = 0, \quad j = 0, 1, 2, \quad (11)$$

за таких граничних умов:

$$\sigma_{zz}^{(1)p}(0, t) = -p, \quad \sigma_{zz}^{(2)p}(h, t) = 0. \quad (12)$$

Контактні умови, які забезпечують рівність переміщень, мають такий вигляд:

$$\sigma_{zz}^{(1)p}(h_1, t) = \sigma_{zz}^{(0)p}(h_1, t), \quad \frac{\partial \sigma_{zz}^{(1)p}(h_1, t)}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_{zz}^{(0)p}(h_1, t)}{\partial z},$$

$$\sigma_{zz}^{(1)p}(h_1 + h_0, t) = \sigma_{zz}^{(0)p}(h_1 + h_0, t),$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^{(1)p}(h_1 + h_0, t)}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_{zz}^{(0)p}(h_1 + h_0, t)}{\partial z}. \quad (13)$$

Розв'язок рівнянь (11) за гранично-контактних умов (12), (13) буде таким:

$$\sigma_{zz}^{(j)p} = \frac{p}{h} z - p, \quad \sigma_{xx}^{(j)p} = \sigma_{yy}^{(j)p} = \frac{\nu_j}{1 - \nu_j} \sigma_{zz}^{(j)p} = \sigma^{(j)p}, \quad j = 0, 1, 2. \quad (14)$$

Зі співвідношень (14) знаходимо розподілене навантаження p_c на верхній $z = h_1$ номінального контакту: $p_c = p(1 - h_1 / h)$.

У [2, 11] для двошарової пластини з проміжним шаром наведено наближені вирази для теплових напружень в основних шарах за різних умов закріплення країв на безмежності. В цьому випадку напруження в шарах **1** та **2** визначаються співвідношеннями (9) при $j = 1, 2$. Для варіанта жорсткого защемлення країв отримуємо такі вирази для сталих $C_2^{(j)}$:

$$C_2^{(1)} = K_{10} C, \quad C_2^{(2)} = K_{02} C, \quad C = \frac{S}{K_{10} h_1 + K_{02} h_2}, \quad (15)$$

$$\text{де } S = \frac{E_1}{1 - \nu_1} \int_0^{h_1} \varphi_1 dz + \frac{E_2}{1 - \nu_2} \int_{h_1+h_0}^h \varphi_2 dz.$$

Отримані співвідношення для напружень доповнюють співвідношення (6)–(8) для визначення температури. В сукупності вони дають можливість описати теплоперенесення і тепловий напружений стан в трибологічній системі, яка містить покриття, використовуючи модель двошарової пластини за ускладнених теплових контактних умов.

1.4. Дослідження застосовності моделі двошарової пластини при знаходженні теплового та напруженого станів. Дослідження застосовності моделі виконано шляхом порівняння розв'язків *точної* і *наближеної* задач. Розв'язок *точної* задачі отримано в [12] на основі співвідношень (1)–(5), що описують тепловий стан, і (9), (10), що визначають температурні напружен-

ня. *Наближена* задача передбачає знаходження теплового стану з рівнянь теплопровідності (8) за граничних (2), (5) і узагальнених (6), (7) контактних умов та температурних напружень за співвідношеннями (9) при $j = 1, 2$ та (15).

Тепловий стан в обох випадках визначали методом скінченних різниць з використанням неявної різницевої схеми та ітераційних методів [12]. Збіжність ітераційного процесу забезпечено «високим» (≈ 0.01) коефіцієнтом стиску відповідного побудованого оператора [12]. При цьому для знаходження температури на кожному часовому кроці використано метод прогонки (для системи рівнянь з тридіагональною матрицею), а для потоків тепла на основах шарів – метод Гаусса з вибором головного елемента.

Зумовлені фрикційним нагрівом теплові напруження в системі за знайденим чисельно розподілом температури визначали з використанням числового інтегрування (методом Сімпсона).

За матеріали шарів **1** та **2** вибирали сталь У8, а покриття – сталь 12Х18Н10Т (як і в експериментах на зношування тіл з покриттями [16]). Згідно з [5, 7] теплофізичні та механічні характеристики матеріалів шарів (середньоінтегральні на проміжку нагріву від 20°C до 1000°C) є такими – сталь У8:

$$\alpha = 43 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \quad \rho = 7920 \text{ кг/м}^3, \quad c_\varepsilon = 528 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)},$$

$$\varpi = 1.038 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \alpha_s = 50 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}, \quad \varepsilon = 0.5,$$

$$E = 1.85 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \quad \nu = 0.28, \quad \alpha_t = 1.35 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1};$$

– сталь: 12Х18Н10Т:

$$\alpha = 20 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \quad \rho = 7839 \text{ кг/м}^3, \quad c_\varepsilon = 500 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)},$$

$$\varpi = 0.505 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \alpha_s = 50 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}, \quad \varepsilon = 0.5,$$

$$E = 1.74 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \quad \nu = 0.28, \quad \alpha_t = 1.75 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}.$$

Прикладене притискувальне розподілене навантаження p , як і в експериментах [16], приймаємо рівним $p = 1$ МПа. Температуру зовнішнього середовища приймаємо рівною початковій у системі: $T_0 = 293.15$ К.

Нижче на рисунках штриховими лініями наведено результати числових досліджень розподілів за товщиною температури T та напружень $\sigma^q = \sigma_{\ell\ell}^q$, $\ell = x, y$, в системі в моменти часу $t = 1000, 2000, 4000$ с для різних значень товщини покриття (проміжного шару) при швидкості $V = 1$ м/с руху шару **1** за співвідношеннями наближеної задачі. Товщини $h_1 = h_2 = 0.01$ м основних шарів вибирали такими самими, як при обчисленнях для тришарової системи (точна задача), результати яких (для порівняння) подано суцільними лініями. Наведені криві обчислено з урахуванням тепловіддачі випромінюванням з поверхонь шарів **1** і **2**.

Результати обчислень за товщини покриття $h_0 = 0.0002$ м показано на рис. 2 та рис. 3, за товщини $h_0 = 0.0005$ м – на рис. 4 та рис. 5, а за товщини $h_0 = 0.001$ м – на рис. 6 та рис. 7.

Наведені на рис. 2 – рис. 7 графіки демонструють, що точність визначення температури та напружень за наближеними співвідношеннями зростає зі зменшенням товщини покриття (проміжного шару). За малої товщини покриття, $h_0 = 0.0002$ м, отримуємо завищені значення, а за більших, $h_0 = 0.0005, 0.001$ м, – занижені. Так для значень товщини $h_0 = 0.0002, 0.0005, 0.001$ м максимальні відхилення температури на поверхні контакту не перевищують 2.53°C, 11.6°C, 18.07°C, що відповідає таким значенням максимальних відносних похибок: 0.48%, 2.36%, 3.65%.

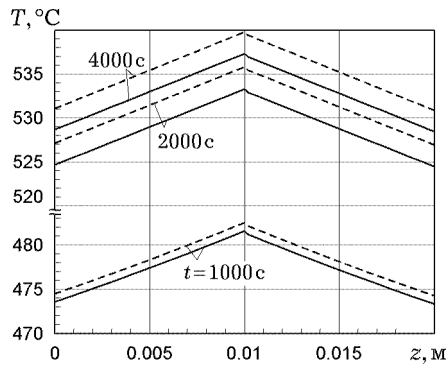


Рис. 2

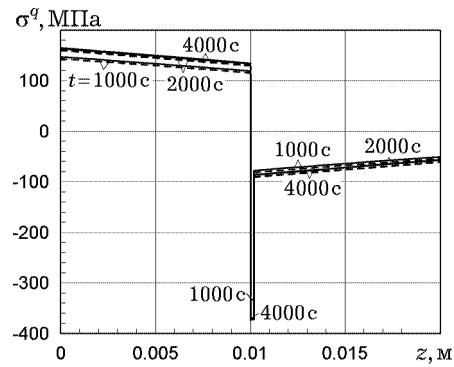


Рис. 3

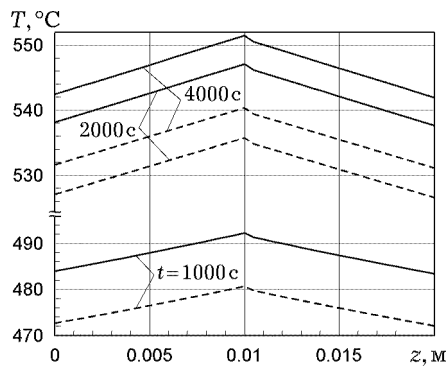


Рис. 4

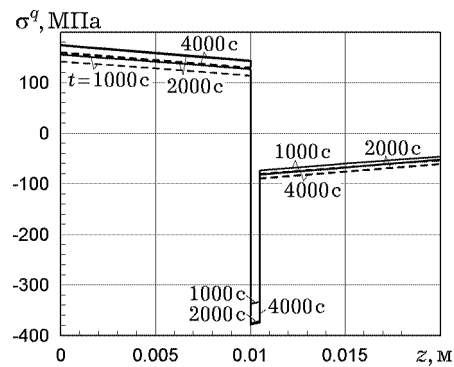


Рис. 5

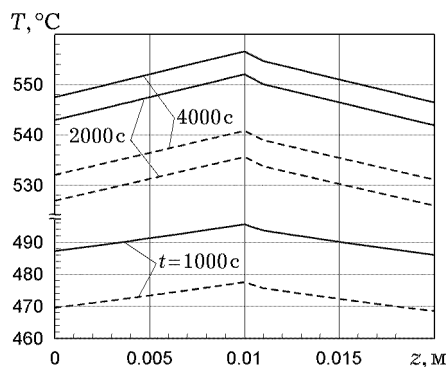


Рис. 6

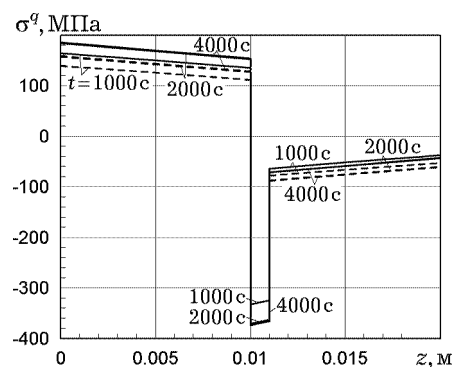


Рис. 7

2. Тепловий та напружений стани непрозорої двошарової пластини.

У [10, 13] чисельно-аналітичним методом досліджено термомеханічну поведінку опромінюваної двошарової пластини з шарами різної прозорості за опромінення зі сторони частково прозорого чи непрозорого шару, а в [9] проведено оцінку застосовності наближеного підходу (в якому використовується узагальнена гранична умова) при дослідженні теплового стану у пластині з частково прозорим покриттям залежно від радіаційних властивостей покриття і основи. Проведемо такі дослідження числовим методом для пластини з непрозорими складовими.

Спочатку дослідимо тепловий та напружений стани двошарової нескінченної пластини, утвореної шарами 1 та 2 з товщинами h_1 та h_2 (див. рис. 8).

Пластина перебуває під дією дифузного випромінювання спектральної інтенсивності $I_{\lambda s} = kI_{V\lambda}(\lambda, T_s)$ [4, 11] від паралельної до шарів нагрітої ізо-термічної поверхні, температуру T_s якої вважаємо заданою. Тут $I_{V\lambda}(\lambda, T_s)$ – інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла [17, Гл. 2; 21, Гл. 1], яка залежить від довжини хвилі випромінювання λ та температури T_s . Коефіцієнт пропорційності k дає змогу врахувати енергетичні характеристики реального джерела випромінювання.

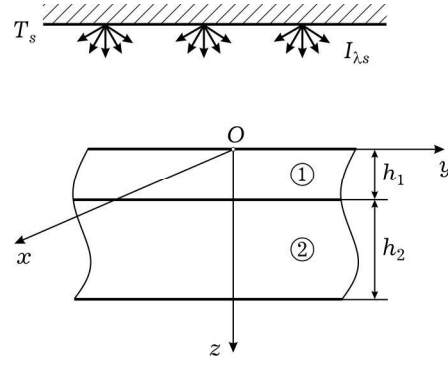


Рис. 8

Рівняннями теплопереносу в пластині є рівняння теплопровідності (1) при $j=1,2$ (див. рис. 8). Стосовно контактнo-крайових умов припускаємо, що поверхні шарів є дифузно-сірими [21, Гл. 3], а температура зовнішнього середовища дорівнює початковій температурі в пластині. Подано їх у вигляді

$$\begin{aligned} \alpha_1 \frac{\partial \theta_1(0, t)}{\partial z} - \alpha_{s1} \theta_1(0, t) + k \varepsilon^{(1)} \sigma T_s^4 - \varepsilon^{(1)} \sigma_B [\theta_0(0, t) + T^{(0)}]^4 &= 0, \\ \alpha_1 \frac{\partial \theta_1(h_1, t)}{\partial z} = \alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h_1, t)}{\partial z}, \quad \theta_1(h_1, t) = \theta_2(h_1, t), \\ \alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h, t)}{\partial z} + \alpha_{s2} \theta_2(h, t) + \varepsilon^{(2)} \sigma_B [\theta_2(h, t) + T_0]^4 &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

де $h = h_1 + h_2$; $\varepsilon^{(1)}$, $\varepsilon^{(2)}$ – півсферичні інтегральні ступені чорноти поверхонь шару 1 та шару 2 відповідно; σ_B , як і раніше, – стала Стефана – Больцмана.

Напруження в шарах визначаємо за співвідношеннями для випадку жорсткого защемлення країв [10, 13]:

$$\begin{aligned} \sigma^{(1)} = \sigma_{xx}^{(1)} = \sigma_{yy}^{(1)} &= -\frac{E_1}{1-\nu_1} \varphi_1 + \frac{S}{h_1 + h_2/K_{12}}, \\ \sigma^{(2)} = \sigma_{xx}^{(2)} = \sigma_{yy}^{(2)} &= -\frac{E_2}{1-\nu_2} \varphi_2 + \frac{S}{(h_1 + h_2/K_{12})/K_{12}}. \end{aligned}$$

$$\text{Тут } S = \frac{E_1}{1-\nu_1} \int_0^{h_1} \varphi_1 dz_* + \frac{E_2}{1-\nu_2} \int_{h_1}^h \varphi_2 dz_*, \quad K_{12} = \frac{E_1}{1-\nu_1} \frac{1-\nu_2}{E_2}.$$

Для числових розрахунків за матеріал шару 1 вибирали сталь 12X18H10T, а шару 2 – сталь У8. Характеристики сталей наведено у п. 1.4. Температуру випромінювальної поверхні приймали рівною $T_s = 2500$ К, а інтенсивність її випромінювання визначали при $k = 1$. Товщину шару 2 вважали сталюю: $h_2 = 0.01$ м. Методику розрахунку описано у п. 1.4.

Зміну в часі температури T і напружень σ ($\sigma^{(2)}$ – зі сторони шару 2) на поверхні контакту шарів для значень $h_1 = 0.001, 0.005, 0.01$ м товщини шару 1 показано на рис. 9 і рис. 10 суцільними кривими 1–3. Штрихові криві на цих рисунках відповідають розрахункам за лінійною задачею теплопровідності, в якій не враховано тепловіддачу випромінюванням з поверхонь шарів, тобто в останніх доданках першої та четвертої з умов (16) приймали $\varepsilon^{(1)} = \varepsilon^{(2)} = 0$.

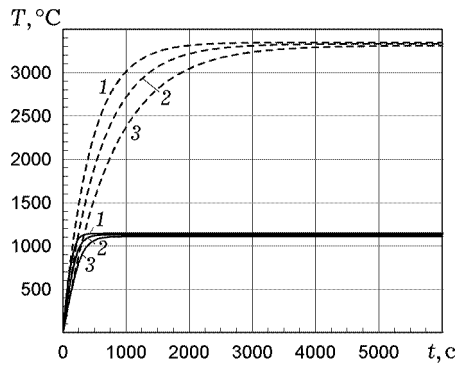


Рис. 9

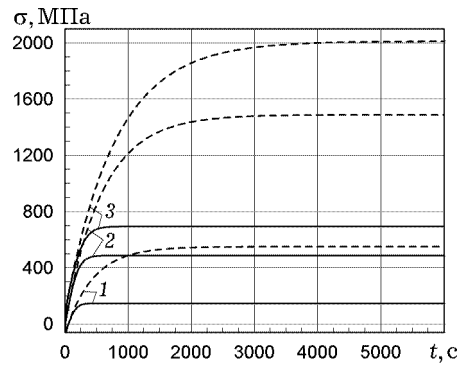


Рис. 10

Такі самі зміни температури T і напружень σ для значень товщини шару 1 $h_1 = 0.0002, 0.0005, 0.001$ м показано суцільними та штриховими лініями $1-3$ на рис. 11 і рис. 12.

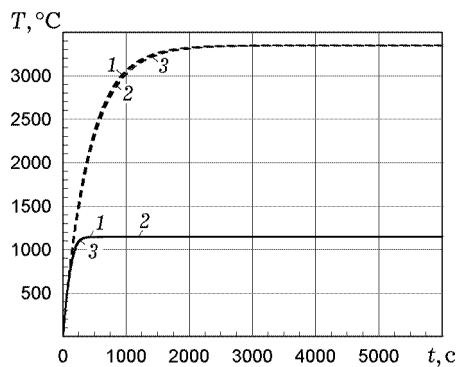


Рис. 11

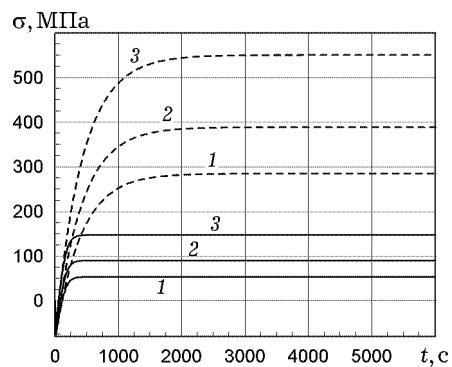


Рис. 12

Рис. 9 – Рис. 12 засвідчують, що при дослідженні теплового та напруженого станів опромінюваної непрозорої шаруватої пластини необхідно враховувати теплообмін випромінюванням.

Розподіли температури T та напружень σ ($\sigma^{(1)}$, $\sigma^{(2)}$) за товщиною координатою (нелінійна задача) в моменти часу $t = 300$ с (штрихові лінії) та $t = 1000$ с (усталений тепловий режим, суцільні лінії) наведено на рис. 13 та рис. 14 для різних значень $\bar{h}_1 = 0.001$ м, $\bar{h}_2 = 0.005$ м, $\bar{h}_3 = 0.01$ м товщини шару 1 (криві $1-3$). Для кращої наочності зображення використано координати $z_i = z + \bar{h}_3 - \bar{h}_i$, $i = 1, 2, 3$, де $z \in [0, h_2 + \bar{h}_i]$, $z_i \in [\bar{h}_3 - \bar{h}_i, h_2 + \bar{h}_3]$.

На рис. 13 та рис. 14 бачимо, що за фіксованої товщини шару 2 температура та напруження зростають зі збільшенням товщини шару 1 . Найбільші рівні напружень досягаються на поверхнях шарів: розтягувальні – на поверхні шару 1 (зі сторони опромінювання), а стискальні – на поверхні шару 2 .

Аналогічні розподіли температури T та напружень σ ($\sigma^{(1)}$, $\sigma^{(2)}$) наведено на рис. 15 та рис. 16 для значень $h_1 = 0.0002, 0.0005, 0.001$ м товщини шару 1 (криві $1-3$).

У роботі [9] отримано наближені співвідношення, що базуються на використанні узагальнених граничних умов для опису процесів теплопереносу в опромінюваних пластинах з покриттями, в яких покриття та підкладка з товщинами h_1 та h_2 відповідно мають різну прозорість. Тут розглянемо варіант непрозорої пластини з непрозорим покриттям, який використаємо

при наближеному дослідженні теплового стану. Тоді теплоперенесення у пластині з покриттям описується рівнянням теплопровідності

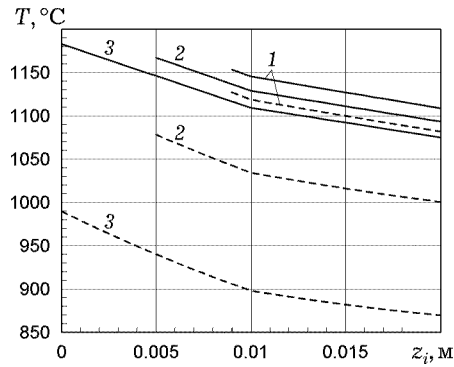


Рис. 13

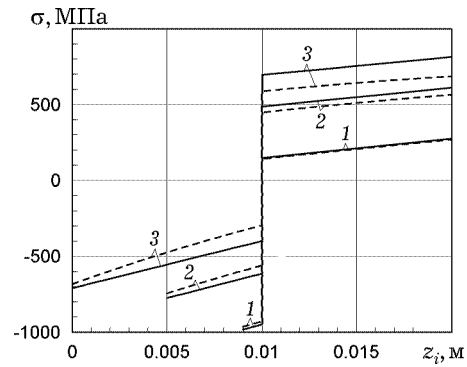


Рис. 14

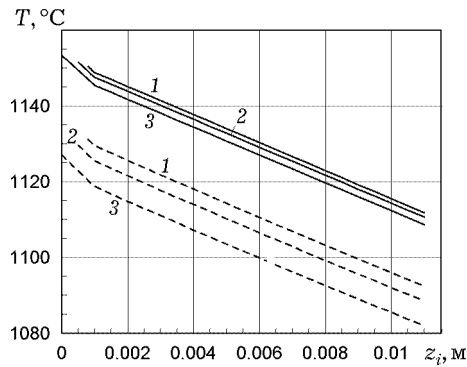


Рис. 15

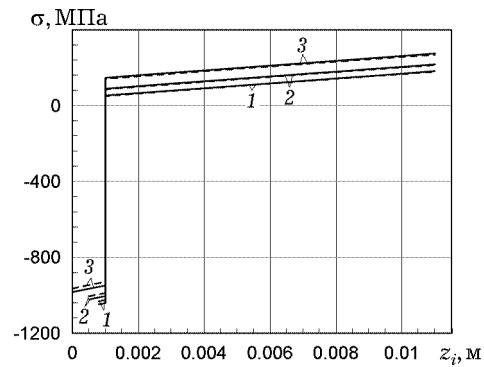


Рис. 16

$$\frac{\partial^2 \theta_2(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{\varpi_2} \frac{\partial \theta_2(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (17)$$

а узагальнена гранична умова має вигляд

$$\lambda \frac{\partial \theta_2(h_1, t)}{\partial t} - \alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h_1, t)}{\partial z} - \alpha_{s1} \theta_2(h_1, t) - \sigma_B \varepsilon^{(1)} [\theta(h_1, t) + T_0]^4 + \sigma_B \varepsilon^{(1)} T_s^4 = 0. \quad (18)$$

Тут $\lambda = \alpha_1 h_1$ – зведена термо(тепло)провідність,

Гранична умова на нижній основі (підкладці) має такий вигляд:

$$\alpha_2 \frac{\partial \theta_2(h_2, t)}{\partial z} + \alpha_{s2} \theta_2(h_2, t) + \varepsilon^{(2)} \sigma_B [\theta_2(h_2, t) + T_0]^4 = 0. \quad (19)$$

Наближені вирази для визначення напружень у підкладці за умов жорсткого защемлення країв пластини з покриттям одержано в [9]:

$$\sigma = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -\frac{E_2}{1 - \nu_2} \varphi_2 + C \sigma_B, \quad (20)$$

де $C = \frac{S}{\frac{1}{2} g_1 + h_2}$, $S = \frac{E_2}{1 - \nu_2} \int_{h_1}^{h_2} \varphi_2 dz$, $g_1 = 2 K_1 h_1$ – зведена жорсткісна ха-

рактеристика покриття на розтяг, $K_1 = \frac{E_1}{1 - \nu_1} \frac{1 - \nu_2}{E_2}$, $\varphi_2(T, T_0) = \alpha_{t2} (T_2 - T_0)$.

Температуру і напруження в пластині з тонким покриттям (шар 1) визначали за вказаною вище чисельною методикою зі співвідношень (17)–(20). Дослідження проводили при $h_1 = 0.0002, 0.0005, 0.001$ м. Обчислення показали, що для таких значень товщини покриття різниця температур і напружень при розрахунку за точними та наближеними співвідношеннями неістотна. Так, при нагріві до 1150°C за розглядуваних значень товщини покриття $h_1 = 0.0002, 0.0005, 0.001$ м різниця температур не перевищує $0.9^\circ\text{C}, 2.2^\circ\text{C}, 4.3^\circ\text{C}$, що відповідає таким значенням максимальних відносних похибок: $0.08\%, 0.19\%, 0.38\%$.

Зміну в часі теплових напружень σ на поверхні контакту $z = h_1$, обчислених за нелінійних умов теплообміну (18), (19), показано на рис. 17 суцільними лініями, а за нехтування впливом випромінювання – штриховими. Кривим 1–3 відповідають значення $h_1 = 0.0002, 0.0005, 0.001$ м товщини покриття.

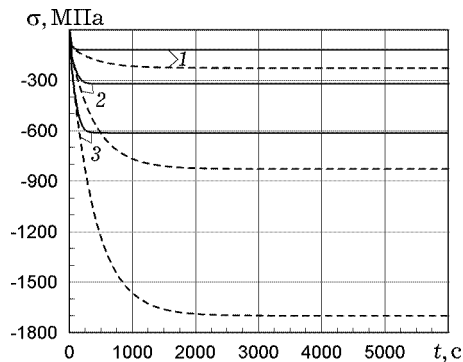


Рис. 17

З аналізу рис. 17 випливає необхідність врахування теплообміну випромінюванням при використанні узагальнених умов теплообміну через покриття, оскільки його нехтування призводить до завищених значень напружень.

Висновки. Здійснено постановки і розроблено методи розв'язування задач термомеханіки про дослідження теплового та напруженого станів тіл (одне з яких містить покриття) за сухого тертя і опромінюваних пластин з покриттями. Проведено числові дослідження температури та напружень в розглядуваній тришаровій трибологічній системі та пластині з покриттям. Вивчено вплив неврахування тепловіддачі випромінюванням на рівні температури та напружень в досліджуваних тілах. Проведено оцінку застосовності наближених підходів (в яких використовують узагальнені граничні чи контактні умови) при дослідженні теплового та напруженого станів.

1. Амосов А. П. Элементарные теплофизические модели трения // Изв. Самарского науч. центра РАН. – 2011. – № 4(3). – С. 656–662.
2. Бойчук В., Брухаль М., Гуменчук О., Марьнович А., Терлецький Р., Турий О. Моделирование в задачах разработки производственных процессов теплопереноса и напряженного состояния в слоистых пластинах с тонкими прослойками с учетом поглощения и излучения тепловой энергии // Manufacturing processes. Actual Problems – 2014. – Vol. 2: Modelling and optimization of manufacturing processes / Eds: M. Gajek, O. Hachkevych, A. Stanik-Besler. – Studia i monografie. Z. 400. – Opole: Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, 2014. – 258 p. – (Гл. 13. – С. 213–226).
3. Гаек М., Немировский Ю., Терлецький Р., Турий О., Шимчак Ю. Моделирование термомеханического поведения пластин, состоящих из слоев различной прозрачности, при технологическом тепловом облучении // Manufacturing processes. Actual Problems – 2014. – Vol. 2: Modelling and optimization of manufactu-

- ring processes / Eds: M. Gajek, O. Hachkevych, A. Stanik-Besler. – Studia i monografie. Z. 400. – Opole: Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, 2014. – 258 p. – (Гл. 12. – С. 197–212).
4. *Гачкевич О. Р., Кушнір Р. М., Терлецький Р. Ф.* Математичні проблеми термомеханіки деформівних тіл при тепловому опроміненні // Укр. мат. журн. – 2021. – **73**, № 10. – С. 1317–1329. – <https://doi.org/10.37863/umzh.v73i10.6787>.
Te same: *Hachkevych O. R., Kushnir R. M., Terlets'kii R. F.* Mathematical problems of thermomechanics for deformable bodies subjected to thermal irradiation // Ukr. Math. J. – 2022. – **73**, No. 10. – P. 1522–1536. – <https://doi.org/10.1007/s11253-022-02011-7>.
 5. *Излучательные свойства твердых материалов: Справочник / Под ред. А. Е. Шейндлина.* – Москва: Энергия, 1974. – 471 с.
 6. *Мартиняк Р. М., Швець Р. М.* Умови теплового контакту тіл через тонкі неоднорідні за товщиною прошарки // Доп. НАН України – 1996. – № 9. – С. 74–76.
 7. *Масленков С. Б., Масленкова Е. А.* Стали и сплавы для высоких температур. – Справочник: в 2-х кн. – Кн. 1. – Москва: Металлургия, 1991. – 383 с.
 8. *Новацкий В.* Теория упругости. – Москва: Мир, 1975. – 872 с.
Te same: *Nowacki W.* Teoria sprężystości. – Warszawa: PWN, 1970. – 770 s.
 9. *Терлецький Р. Ф., Турій О. П.* Моделювання і дослідження теплопереносу у пластинах з тонкими покриттями за врахування впливу випромінювання // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – **55**, № 2. – С. 186–201.
Te same: *Terlets'kyi R. F., Turii O. P.* Modeling and investigation of heat transfer in plates with thin coatings with regard for the influence of radiation // J. Math. Sci. – 2013. – **192**, No. 6. – P. 703–722. – <https://doi.org/10.1007/s10958-013-1427-1>.
 10. *Терлецький Р. Ф., Турій О. П.* Термомеханічна поведінка пластини, складеної зі шарів різної прозорості, під тепловими променями // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – **43**, № 6. – С. 17–26.
Te same: *Terlets'kyi R. F., Turii O. P.* Thermomechanical behavior of a plate composed of layers with different transparencies under the action of thermal radiation // Mater. Sci. – 2007. – **43**, No. 6. – P. 769–779. – <https://doi.org/10.1007/s11003-008-9021-2>.
 11. *Турій О. П.* Нелінійна контактнo-крайова задача термомеханіки для опромінюваної двошарової пластини, з'єднаної проміжковим шаром // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2009. – Вип. 9. – С. 118–132.
 12. *Hachkevych O., Terlets'kyi R., Gumenchuk O.* Heat and stress state of coated bodies under dry friction taking into account radiation heat exchange // Advances in Mechanics: Current Research Results of the NAS of Ukraine / A. N. Guz, H. Altenbach, V. Bogdanov, V. M. Nazarenko (Eds). – Advanced Structured Materials, Vol. 191. – Cham: Springer Nature, 2023. – P. 171–183. – https://doi.org/10.1007/978-3-031-37313-8_10.
 13. *Hachkevych O., Terlets'kyi R., Turii O.* The formulation and development of methods of solving thermomechanics problems for irradiated layered solids // Math. Model. Comput. – 2017. – **4**, No. 1. – P. 21–36. – <https://doi.org/10.23939/mmc2017.01.021>.
 14. *Josell D., Bonevich J. E., Nguyen T. M., Johnson R. N.* Heat transfer through nanoscale multilayered thermal barrier coatings at elevated temperatures // Surf. Coat. Technol. – 2015. – **275**. – P. 75–83. – <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2015.05.036>.
 15. *Kim J., Jang C., Song T.-H.* Combined heat transfer in multi-layered radiation shields for vacuum insulation panels: Theoretical/numerical analyses and experiment // Appl. Energy. – 2012. – **94**. – P. 295–302. – <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2012.01.072>.
 16. *Kukareko V. A., Byeli A. V., Belotserkovskii M. A., Grigorichik A. N.* Effect of ion-beam nitriding on structure, phase state, and tribological behavior of efficient thermal spray coatings deposited from various classes of rod steels // J. Frict. Wear. – 2013. – **34**, No. 6. – P. 475–480. – <https://doi.org/10.3103/S1068366613060093>.
 17. *Modest M. F.* Radiative Heat Transfer. – San Diego: Acad. Press, 2003. – xii+866 p.
 18. *Montero-Chacón F., Zaghi S., Rossi R., García-Pérez E., Heras-Pérez I., Martínez X., Oller S., Doblaré M.* Multiscale thermo-mechanical analysis of multi-layered coatings in solar thermal applications // Finite Elem. Anal. Des. – 2017. – **127**. – P. 31–43. – <https://doi.org/10.1016/j.finel.2016.12.006>.

19. *Shevchuk V. A.* Generalized boundary conditions to solving thermal stress problems for bodies with thin coatings // In: Encyclopedia of Thermal Stresses / Ed. R. B. Hetnarski. – Dordrecht etc.: Springer, 2014. – Vol. 4. – P. 1942–1953. – https://doi.org/10.1007/978-94-007-2739-7_601.
20. *Shevchuk V.* Nonstationary thermoelastic problem for a multilayer coating/half-space assembly at radiative and convective loading // Advances in Mechanics: Current Research Results of the NAS of Ukraine / A. N. Guz, H. Altenbach, V. Bogdanov, V. M. Nazarenko (Eds). – Advanced Structured Materials, Vol. 191. – Cham: Springer Nature, 2023. – P. 487–501. – https://doi.org/10.1007/978-3-031-37313-8_27.
21. *Siegel R., Howell J. R.* Thermal radiation heat transfer. – New York: McGraw Hill Inc., 1972. – 814 p.
22. *Subramanian C., Strafford K. N.* Review of multicomponent and multilayer coatings for tribological applications // Wear. – 1993. – **165**, No. 1. – P. 85–95. – [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(93\)90376-W](https://doi.org/10.1016/0043-1648(93)90376-W).
23. *Wang P.-Y., Tan H.-P., Liu L.-H., Tongs T. W.* Coupled radiation and conduction in a scattering composite layer with coatings // AIAA. J. Thermophys. Heat Transfer. – 2000. – **14**, No. 4. – P. 512–522. – <https://doi.org/10.2514/2.6574>.
24. *Yuan W., Yu N., Li L., Fang Y.* Heat transfer analysis in multi-layered materials with interfacial thermal resistance // Compos. Struct. – 2022. – **293**. – Article 115728. – <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115728>.

STUDY OF THERMAL AND STRESS STATES IN TRIBOLOGICAL SYSTEMS AND IRRADIATED TWO-LAYER PLATES WITH COATING

For a tribological system consisting of a moving homogeneous body under the action of a compressive load and a stationary solid with coating, which is modeled by a three-layer plate under convective-radiative heat exchange, the generalized conditions of heat exchange through a thin interlayer under dry friction are obtained. Using these conditions and approximate relations for determining the stresses in the main layers, the thermal and stress states for such a plate are investigated for a two-layer plate under complicated thermal contact conditions. The obtained solutions of nonlinear heat transfer problems for an irradiated opaque two-layer plate and the one formulated by the approximate approach (which uses a generalized boundary condition to study the thermal state of such plate with coating) are also compared. The estimates of applicability of the approximate approach in determining the temperature and stresses are presented.

Key words: *tribological system, convective-radiative heat exchange, three- and two-layer plates, generalized contact and boundary conditions, thermal and stress states.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
05.06.24